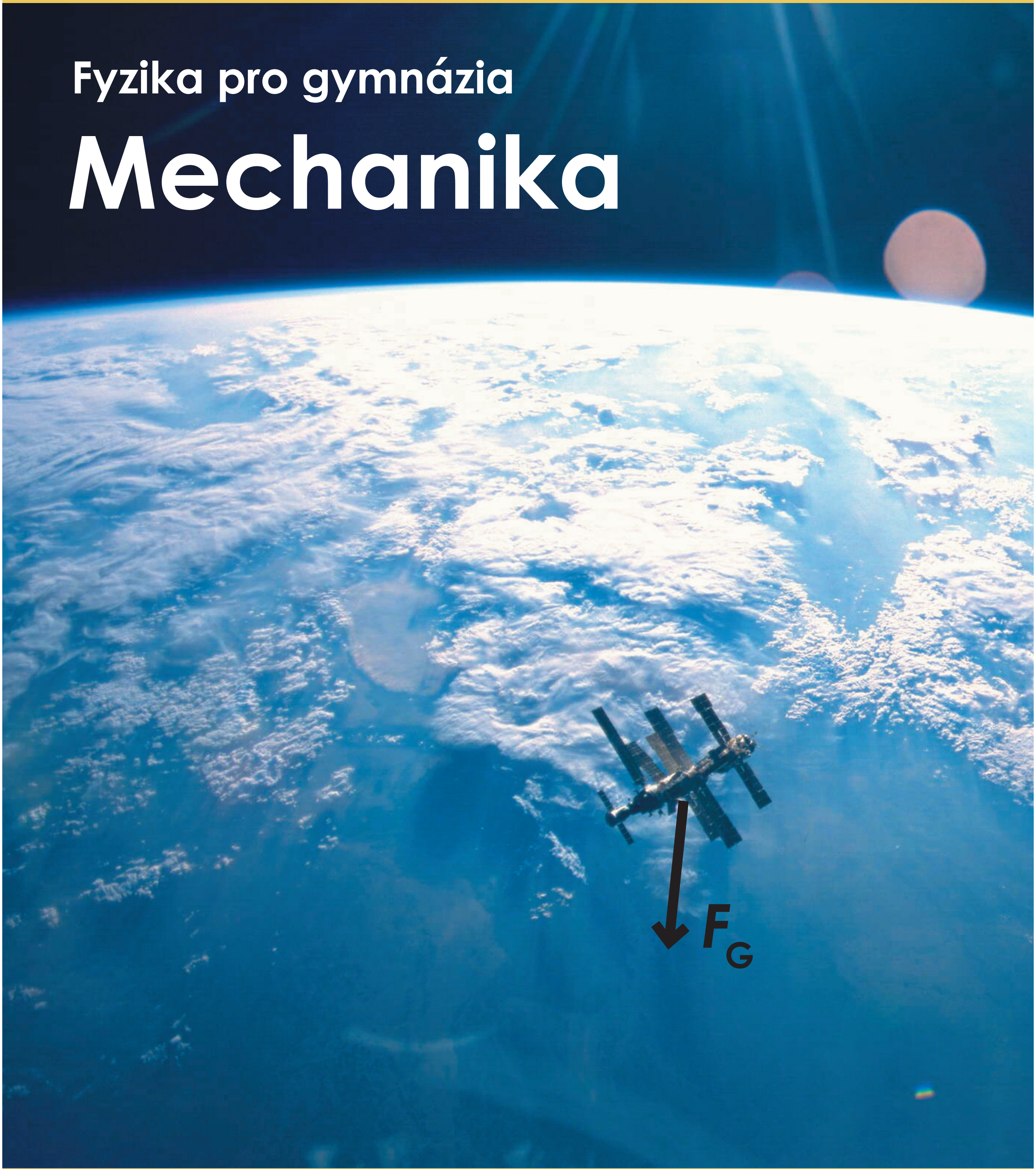
Fyzika pro gymnázia

Mechanika



Poděkování

Děkuji školitelce prof. RNDr. Janě Musilové, CSc. za skvělé vedení mé práce. Děkuji konzultantům Mgr. Lence Czudkové Ph.D., Doc. RNDr. Janu Obdržálkovi, CSc. a Mgr. Romanu Šteiglovi za jejich pečlivou pomoc při vylepšování textu. Děkuji svým studentům a kolegům z Biskupského gymnázia a Gymnázia na Třídě kapitána Jaroše, kteří se podíleli na testování učebnice.

Fyzika pro gymnázia - MECHANIKA

Tato atlernativní učebnice mechaniky pro gymnázia vznikla v rámci dizertační práce autora a projektu Fondu rozvoje vysokých škol na přírodovědecké fakultě MU v Brně. Alternativní znamená odlišná. V čem se tedy tato kniha nejvíc liší od nejrozšířenější učebnice Bednařík M., Široká M.: Fyzika pro gymnázia – Mechanika? Podstatné rozdíly by se daly shrnout do tří bodů.

Prvním je důraz na pochopení základních fyzikálních principů. Jak se totiž ukazuje nejen při výuce v prvním ročníku fyzikálních oborů na přírodovědecké fakultě, mnoho studentů projde středoškolskou výukou fyziky bez správného pochopení základních principů. V mechanice jsou to zejména správné zavedení kinematických veličin a pochopení a aplikace Newtonových pohybových zákonů.

Druhou odlišností je atraktivnější a přístupnější zpracování. Pro učebnici byl vytvořen barevný grafický styl, který jasně odlišuje základní výklad, řešené příklady a doplňující informace, zajímavosti a obrázky umístěné v bočním sloupci.

Poslední podstatný rozdíl je důraz na význam fyziky v přírodě a v technice. Snahou vytvořené učebnice je prezentovat fyziku jako vědu, která popisuje a zkoumá reálné jevy kolem nás. To se projevuje jednak v samotném výkladu, ale hlavně v úlohách. Většina původních úloh se týká reálných situací, což ve středoškolských učebnicích a sbírkách vůbec není samozřejmostí.

Při tvorbě textu bylo využito vysokoškolské učebnice pro základní kurz fyziky Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika, z níž byly se svolením třetího autora převzaty jak některé výkladové postupy, tak řada úloh.

Autor:
Mgr. Tomáš Nečas

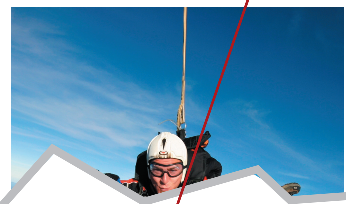
Vedoucí dizertační práce:
prof. RNDr. Jana Musilová, CSc.

Konzultanti:
Mgr. Lenka Czudková Ph.D.,
Doc. RNDr. Jan Obdržálek, CSc.,
Mrg Roman Šteigl.

Jak pracovat s touto učebnicí

Víte, že...

Je známo, že parašutista se po opuštění letadla pohybuje se zrychlením, ale po docela krátké době dosáhne mezní rychlosti asi $250\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a dál se už nezrychluje. Proč parašutista nepadá volným pádem, stále se zrychlením g? Můžeme vypočítat velikost mezní rychlosti? Na všechny tyto otázky nám dává odpověď dynamika.



Zajímavosti a náměty

Ve žlutých rámečcích na okraji stránky najdete zajímavé informace z techniky, historie apod., které se týkají probíraného tématu. Můžete je využít například jako náměty pro referáty.

Otázky a úlohy na konci každé kapitoly

Na konci každé kapitoly najdete soubor mnoha otázek a úloh. Pomocí nich zjistíte, zda jste dané kapitole porozuměli. U každé úlohy je v závorce uveden výsledek.

Cíle

1. **Poznáte novou veličinu popisující pohyb: hybnost. Seznámíte se se zákonem zachování hybnosti a jeho použitím v nejrůznějších situacích.**

Cíle kapitoly

Na začátku každé kapitoly je v několika bodech přehledně shrnuto, co byste se v ní měli naučit.

Tímto způsobem získal Newton **obecný vztah pro gravitační sílu**, který dnes nazýváme **Newtonův gravitační zákon**. Ten říká, že dva hmotné body o hmotnostech m_1, m_2 ve vzdálenosti r se vzájemně přitahují gravitační silou o velikosti

$$\boxed{F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.}$$

Konstanta G se nazývá ...

Základní text

Fyzikální obsah učebnice odpovídá požadavkům profilové části státní maturitní zkoušky. To nejdůležitější – definice veličin, fyzikální zákony a důležité vztahy – je vysázeno v rámečcích. Zbytek textu s řadou grafů a obrázků vám pomůže vše co nejlépe pochopit.

Řešené úlohy

Podstatnou součástí učebnice jsou barevně oddělené příklady, které ukazují použití dané fyzikální teorie v nejrůznějších praktických situacích.

Příklad 8-3

Horkovzdušný balón má objem $V = 3000\,\mathrm{m^3}$. Hmotnost samotného balónu včetně konstrukce a koše je $m_B = 320\,\mathrm{kg}$. Při průměrné teplotě vzduchu uvnitř balónu $t_B = 70\,°\mathrm{C}$ je hustota vzduchu $\rho_{70} = 1{,}023\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Vypočtěte nosnost balónu, tj. jakou hmotnost ještě unese
(a) v létě při teplotě $20\,°\mathrm{C}$, kdy je hustota okolního vzduchu $\rho_{20} = 1{,}204\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$,
(b) v zimě při teplotě $0\,°\mathrm{C}$, kdy je hustota okolního vzduchu $\rho_0 = 1{,}295\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

Na náklad hmotnosti m plus balón o hmotnosti m_B plus vzduch uvnitř balónu o hmotnosti $m_V = V\rho_{70}$ působí tíhová síla o velikosti

$$F_G = (m + m_B + m_V)g = (m + m_B + V\rho_{70})g.$$

Úlohy

1

Rychlík ujel mezi dvěma stanicemi dráhu $7{,}5\,\mathrm{km}$ za 5 minut. Určete průměrnou velikost jeho rychlosti v $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a v $\mathrm{km\cdot h^{-1}}$. [$25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$]

8

Na kvalitní suché silnici může automobil brzdit se zrychlením o velikosti $4{,}9\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Za jak dlouho automobil zastaví, je-li jeho počáteční rychlost $90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$? Jak dlouhá bude brzdná dráha? Pádu z jaké výšky by odpovídal čelní náraz

Obsah

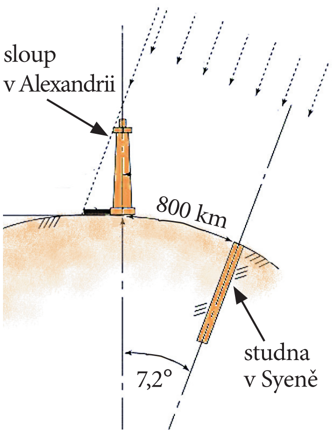
Kapitola 1

Svět fyzikálních veličin

Víte, že…

Prvním člověkem, kterému se podařilo správně odpovědět na otázku, jak velká je Země, byl řecký učenec Eratosthenés. Žil v Alexandrii v letech 276 – 194 př. n. l. Zatímco ostatní filozofové vedli dlouhé debaty o velikosti světa, Eratosthenés neváhal a pustil se do měření.

Předpokládal, že Země je koule a že Slunce je od ní hodně daleko. Pak už si vystačil s jednoduchou geometrií. Změřil, že v době slunovratu, kdy je v Syeně (dnešním Asuánu v Egyptě) Slunce v poledne přesně nad hlavou, je v Alexandrii vzdáleno o 7,2° od svislého směru. Vzdálenost mezi oběma městy byla podle tehdejších údajů asi 800 km. Jaký je obvod Země?



Obrázek 1-1. Eratosthenovo měření obvodu Země.

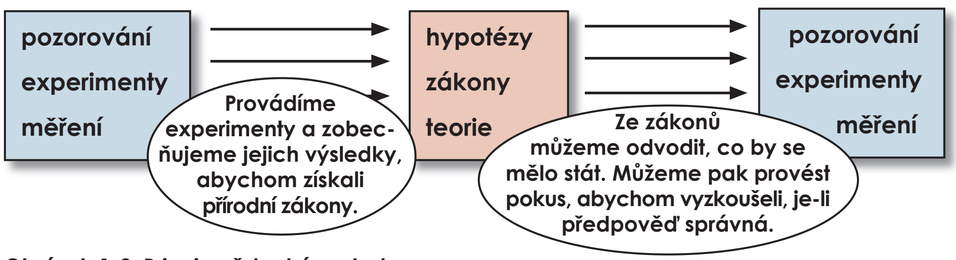
Cíle

1. **Dozvíte se, co je to vědecká metoda, poznáte jakým „jazykem" popisuje fyzika svět kolem nás.**
2. **Naučíte se pracovat s mezinárodní soustavou jednotek SI, převádět jednotky a zapisovat hodnoty veličin v exponenciálním tvaru.**
3. **Poznáte význam měření ve fyzice, dozvíte se, co je to absolutní a relativní chyba.**
4. **Naučíte se základní operace s vektorovými veličinami.**

1.1. Vědecká metoda

Někdy ve čtvrtém a pátém století před naším letopočtem se řečtí filozofové začali zabývat otázkami, z čeho je složen svět a jakými zákony se řídí. Tuto dobu můžeme považovat za **vznik fyziky**, také sám název „fyzika" pochází z řeckého slova *fysis* – příroda. Tehdejší filozofové věřili, že pozorování přírody a následné úvahy založené na zkušenosti a lidských smyslech je dovedou ke správným teoriím. Provádění experimentů, které by ověřily či vyvrátily jejich teorie, nepatřilo ke stylu jejich práce. Proto bylo běžné, že vedle sebe existovala řada často dost protichůdných teorií či názorů, o jejichž pravdivosti se rozhodovalo v tehdy tolik oblíbených diskusích. „Poslední slovo" měli největší myslitelé tehdejší doby, jako byl třeba Aristotelés. Jejich názory pak, většinou prostřednictvím arabských překladů, převzala také středověká Evropa.

Trvalo až do 16. století, než došlo ke změně. Prvním evropským vědcem, který přišel s názorem, že poznání musí být založeno na experimentech spíš než na antických knihách, byl Galileo Galilei. Uvědomil si, že věda musí vždy vycházet z pozorování a měření. Dokládají to i jeho slavné výroky „měř, co je měřitelné, a neměřitelné učiň měřitelným" nebo „kniha přírody je psána jazykem matematiky". Galileo tak založil systematickou **vědeckou metodu**, založenou na pozorování, experimentu a měření, která je vlastní nejen fyzice, ale stojí na ní všechny přírodní vědy. Základní princip vědecké metody ukazuje schéma na obrázku 1-2.



Obrázek 1-2. Princip vědecké metody.

Pozorování znamená sledování určitého jevu, aniž by do něj pozorovatel nějak zasahoval. Pozorujeme například hvězdy na obloze nebo pád tělesa. **Experiment** znamená sledování takového jevu, který jsme pro tento účel vyvolali, přičemž můžeme měnit různé podmínky a parametry experimentu. Můžeme například ohřívat vodu v nádobě, a přitom sledovat vliv různých tvarů nádoby, tlaku vzduchu a podobně. Největší význam ve fyzice má **měření**. Je to vlastně zaznamenávání výsledků matematickými prostředky, čímž získáme soubor hodnot nebo graf. Při ohřívání vody můžeme zaznamenávat, jak se mění její teplota v čase.

Víte, že…

Sebevětší počet experimentů nemůže dokázat, že mám určitě pravdu, ale jediný experiment může dokázat, že se mýlím.

Albert Einstein

Výsledkem měření ve fyzice jsou vždy číselné údaje o vlastnostech zkoumaných objektů. Těmto vlastnostem říkáme **fyzikální veličiny**. Fyzikálních veličin už znáte řadu (délka, čas, hmotnost, teplota, síla, ...). Také víte, že pro označení jednotlivých veličin používáme smluvené značky, které většinou vycházejí z jejich latinských či anglických názvů, například V pro objem (volume), t pro čas (time), m pro hmotnost (mass), atd. Abychom mohli hodnotu nějaké fyzikální veličiny stanovit, potřebujeme zvolit její **jednotku**, tedy takovou míru této veličiny, které přisoudíme hodnotu přesně 1. Dále potřebujeme **standard,** s nímž budeme všechny ostatní hodnoty dané veličiny porovnávat. Jako příklad zvolme velmi běžnou veličinu – délku. Její jednotka je 1 metr. Jeho standard je definován jako vzdálenost, kterou urazí světlo ve vakuu za 1 / 299 792 458 sekundy. Tento standard je velmi přesný a univerzální, neboť rychlost světla je stejná nejen ve všech zemích světa, ale dokonce v celém vesmíru. Vyžaduje však velmi pokročilou měřicí techniku. Kdybychom zvolili jako standard délky třeba starý český sáh, tedy vzdálenost mezi prsty rozpažených rukou (asi 190 cm), dostali bychom standard snadno dostupný, ale pro každého člověka jiný. Věda a technika však vyžadují velmi vysokou přesnost, proto je definice přesných a neproměnných standardů důležitější než jejich snadná dostupnost.

Fyzikální veličina je taková vlastnost tělesa či prostředí, která se dá měřit.

Fyzikální veličiny vždy zapisujeme v tomto tvaru:

$$\boxed{d} = \boxed{1{,}9}\ \boxed{\mathrm{m}}$$

značka **číselná hodnota** **jednotka**

1.2. Soustava jednotek SI

Jednotky různých veličin můžeme volit zcela libovolně a navzájem nezávisle. Dnes už ani nevíte, kolik v historii existovalo různých jednotek. Na našem území se používal tzv. *Vídeňský měrný systém*, který znal tyto jednotky délky: rakouský palec, rakouská pěst, rakouská stopa, loket, rakouský sáh, inženýrský prut a poštovní míle. V jiných zemích se používaly odlišné systémy. Jistě znáte anglické yardy, palce, námořní míle atd. , a to jsme zůstali jen u jednotek délky.

Bylo by jistě velice užitečné, kdyby se všichni dohodli na stejném systému jednotek. Poprvé se o to za Francouzské revoluce pokusili francouzští vědci, kteří navrhli tzv. **metrický systém** (podle základní jednotky délky 1 metr). Postupem času se vědci i státníci shodli na výhodnosti jednotného systému a metrická konvence byla podepsána zástupci 17 států (včetně tehdejšího Rakouska-Uherska) a vstoupila v platnost 1. 1. 1876. Vznikla tak **mezinárodní soustava jednotek SI** (z francouzského Système International des Unités), která byla postupně upravována a platí dodnes.

Soustava SI definuje sedm **základních veličin** a jim odpovídajících sedm **základních jednotek.**

Obrázek 1-3. Původní návrh metrického systému z doby Francouzské revoluce počítal též se zavedením decimálního času. Den měl mít 10 hodin a hodin a 100 minut. Tyto pokrokové dobové hodiny měly dvanáctihodinový i desetihodinový ciferník. Ukazují oba stejný čas?

Víte, že…

Světové standardy pro základní jednotky soustavy SI jsou schvalovány mezinárodní konferencí pro míry a váhy. Na jejich základě si každá země vyrábí své národní standardy, tzv. národní etalony, které pak poskytuje výrobcům měřidel, vědeckým laboratořím, atd. V České republice zabezpečuje tuto činnost Český metrologický institut.

Obrázek 1-4. Standard kilogramu je vyroben ze slitiny platiny a iridia a uložen v mezinárodním úřadu pro váhy a míry v Sévres u Paříže.

Tabulka 1-5.
Předpony jednotek.

tera	**T**	$\mathbf{10^{12}}$
giga	**G**	$\mathbf{10^{9}}$
mega	**M**	$\mathbf{10^{6}}$
kilo	**k**	$\mathbf{10^{3}}$
hekto	h	10^{2}
deka	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	**m**	$\mathbf{10^{-3}}$
mikro	**μ**	$\mathbf{10^{-6}}$
nano	**n**	$\mathbf{10^{-9}}$
piko	**p**	$\mathbf{10^{-12}}$

veličina	**název jednotky**	**značka**
délka	metr	m
čas	sekunda	s
hmotnost	kilogram	kg
elektrický proud	ampér	A
teplota	kelvin	K
látkové množství	mol	mol
svítivost	kandela	cd

Všechny ostatní veličiny je možné vyjádřit pomocí těchto sedmi základních veličin. Stejně tak můžeme odvodit i příslušné **odvozené jednotky**. Uveďme příklad. Pro průměrnou rychlost známe vztah $v=s/t$, kde s je uražená vzdálenost a t je doba trvání pohybu. Poněvadž jednotkou délky je metr a jednotkou času sekunda, dostaneme pro jednotku rychlosti $[v]=\mathrm{m/s}=\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ („metr za sekundu“ nebo „metr sekunda na mínus první“). Podobným způsobem můžeme odvodit jednotky dalších fyzikálních veličin. Mnoho jednotek má i svůj vlastní název, vždy se však dají zapsat pomocí jednotek základních. Později si ukážeme, že třeba jednotku energie 1 joule (1 J) můžeme zapsat pomocí základních jednotek takto: $[E]=\mathrm{J}=\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}$.

Ve fyzice se často vyskytují velmi velké a velmi malé hodnoty různých veličin. Víme, že rychlost světla ve vakuu je

$$c=299\,792\,458 \doteq 300\,000\,000\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Abychom taková čísla mohli jednoduše a přehledně zapsat, používáme takzvaný **exponenciální tvar** zápisu pomocí mocnin čísla 10. Dostaneme tak

$$c \doteq 300\,000\,000\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 3\cdot 10^{8}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Jinou možností vyjádření velkých a malých hodnot je použití **předpon** v názvech jednotek. Jejich přehled ukazuje tabulka 1-5. Každá předpona zastupuje příslušnou mocninu 10. Tak například 20 μm je podle tabulky $20\cdot 10^{-6}$ m. Výjimku tvoří hmotnost, kde je základní jednotkou kilogram, nikoliv gram. Kromě základních jednotek soustavy SI se z tradičních nebo praktických důvodů používají některé další jednotky. Patří k nim minuta (1 min = 60 s) a hodina (1 h = 60 min = 3 600 s) pro čas, litr (1 l = 1 dm³) pro objem nebo tuna (1 t = 1 000 kg) pro hmotnost, atd. Při výpočtech je třeba často převádět různé jednotky. V soustavě SI jsou převody snadné, ale i zde je třeba vyvarovat se chyb.

Příklad 1-1

V meteorologii se množství spadlých srážek často udává v milimetrech vodního sloupce. Na město o rozloze 20 km² dopadlo při silné bouři 50 mm srážek. Vyjádřete objem spadlé vody (a) v litrech, (b) v m³.

(a) Potřebujeme vypočítat objem v litrech, tedy v dm³, proto obě zadané hodnoty převedeme na dm, respektive dm²:

$$50\ \mathrm{mm} = 0{,}5\ \mathrm{dm} \qquad \text{a} \qquad 20\ \mathrm{km^2} = 20\cdot 10^{8}\ \mathrm{dm^2}.$$

$V = 0{,}5\ \mathrm{dm}\cdot 20\cdot 10^{8}\ \mathrm{dm^2} = 10^{9}\ \mathrm{dm^3} = 10^{9}\ \mathrm{l}$, tedy objem spadlé vody je 1 miliarda litrů.

(b) $V = 10^9\ dm^3 = 10^6\ m^3$, tedy objem spadlé vody je 1 milion metrů krychlových vody.

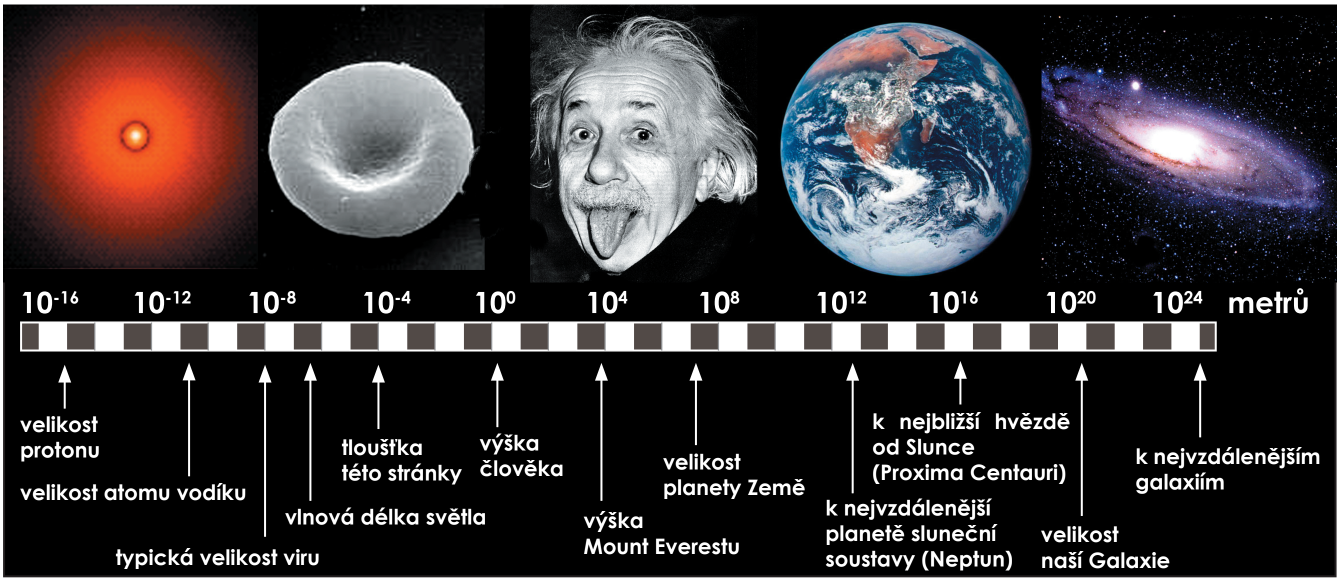
Uvědomte si, jak je správná práce s jednotkami důležitá. Podobné výpočty jako v tomto příkladu může provádět například meteorolog při předpovídání povodní. Splete-li si litry a m^3, může dojít k fatálnímu omylu.

Mezinárodní soustava jednotek SI je nezbytným základem fyziky a techniky. Přesné standardy základních veličin umožňují velice přesná měření a jednoduchou komunikaci mezi laboratořemi. Exponenciální zápis usnadňuje orientaci ve velkém rozpětí hodnot různých veličin (viz obrázek 1-6). **Přesnost** a **obrovský rozsah zkoumaných jevů**, to jsou výrazné charakteristiky fyziky, podobně jako v úvodu zmiňovaná vědecká metoda.

1.3 Chyby měření fyzikálních veličin

Víme už, že hodnoty fyzikálních veličin získáváme pomocí měření. Žádné měření není dokonale přesné, neboť každý přístroj či metoda má svou **citlivost,** což je **nejmenší hodnota, kterou je přístroj schopen zaznamenat.** Například citlivost váhy bude dána minimální hmotností závaží, na které váha zareaguje. Položíme-li na misku třeba vlas, váha vůbec jeho hmotnost nezaznamená. Nebo si představte obyčejné pravítko. Nejmenší dílek na jeho stupnici je 1 mm, proto je jeho rozlišovací schopnost přibližně 0,5 mm (polovina nejmenšího dílku). Potřebujeme-li měřit malé rozměry, můžeme samozřejmě použít přesnější měřidlo, jehož citlivost bude větší. Také u digitálních měřicích přístrojů musí výrobce vždy uvést jejich citlivost. Žádnou hodnotu fyzikální veličiny proto nemůžeme znát zcela přesně, každý údaj známe s určitou **nejistotou**. Například při měření zmiňovaným pravítkem zjistíme, že délka listu papíru je 20,9 cm s nejistotou 0,05 cm.

Kromě nejistoty může být hodnota někdy zatížena ještě systematickou nebo náhodnou **chybou**. **Systematická chyba** je způsobena nedokonalostí přístroje či metody, která měřenou hodnotu určitým způsobem zkresluje. Například při vážení může nastat systematická chyba zanedbáním vztlakové síly ve vzduchu. Vztlaková síla těleso „nadlehčuje“, a díky tomu je naměřená hmotnost menší než



Obrázek 1-6. Řádový rozsah velikostí v našem vesmíru. Poznáte, co je na všech pěti obrázcích?

Ve fyzice často používáme některá písmena řecké abecedy:

alfa	α Α
beta	β Β
gama	γ Γ
delta	δ Δ
epsilon	ε Ε
dzéta	ζ Ζ
éta	η Η
théta	θ Θ
ióta	ι Ι
kappa	κ Κ
lambda	λ Λ
mý	μ Μ
ný	ν Ν
ksí	ξ Ξ
omikron	ο Ο
pí	π Π
ró	ρ Ρ
sigma	σ Σ
tau	τ Τ
ypsilon	υ Υ
fí	φ Φ
chí	χ Χ
psí	ψ Ψ
omega	ω Ω

skutečná hmotnost tělesa. Tato systematická chyba se projeví zejména při vážení těles s malou hustotou. U balónku naplněného heliem bychom dokonce dostali zápornou hmotnost. Příčinu systematických chyb lze někdy zjistit a odstranit nebo s nimi počítat a výsledek vhodně opravit.

Budeme-li opakovaně za stejných podmínek měřit hodnotu určité veličiny, může se stát, že se naměřené hodnoty budou mírně lišit. Budeme-li měření opakovat vícekrát, zjistíme, že výsledky kolísají kolem nějaké střední hodnoty. Jde o **náhodnou chybu měření.** Například při měření daného časového intervalu stopkami je výsledek ovlivněn tzv. reakční dobou člověka (doba mezi přijetím zrakového vjemu a reakcí ruky). Reakční doba je u každého měření odlišná, výsledky proto budou kolísat. Vliv náhodné chyby na výsledek se dá pouze zmenšit, a to provedením většího počtu měření a jejich statistickým zpracováním. Výsledná chyba měření času proto bude větší, než je citlivost stopek.

Vidíme, že hodnotu každé veličiny známe s určitou **absolutní chybou**, která je dána buď citlivostí přístroje (pravítko), nebo vlivem náhodných chyb (stopky). Absolutní chybu značíme řeckým písmenem Δ nebo ji uvádíme přímo s hodnotou veličiny. Například pro délku l můžeme psát

$l = 24{,}5\,\mathrm{mm},\ \Delta l = 0{,}5\,\mathrm{mm}$ nebo $l = 24{,}5\,(5)\,\mathrm{mm}$ nebo $l = (24{,}5 \pm 0{,}5)\,\mathrm{mm}$.

Podobně hmotnost m včetně chyby můžeme zapsat

$m = 1{,}000\,\mathrm{kg},\ \Delta m = 1\,\mathrm{g}$ nebo $m = 1{,}000\,(1)\,\mathrm{kg}$ nebo $m = (1{,}000 \pm 0{,}001)\,\mathrm{kg}$.

Všimněte si velmi důležité věci. Absolutní chyba zároveň určuje zápis hodnoty veličiny. Jistě by bylo nerozumné psát $l = 24{,}4872\,\mathrm{mm}$ při absolutní chybě 0,5 mm. Podobně u hmotnosti si všimněte zápisu $m = 1{,}000$ kg. Tři nuly za desetinnou čárkou vyjadřují, jaká je chyba tohoto údaje. V praxi často absolutní chybu přímo neuvádíme, ale dodržujeme pravidlo, že **počet platných míst odpovídá absolutní chybě**. Každé číslo má tolik platných míst, kolik má cifer, nepočítáme-li nuly na začátku. Například údaj $0{,}00\underline{3560}\,\mathrm{km} = \underline{3{,}560}\,\mathrm{m} = \underline{35{,}60}\,\mathrm{cm}$ má 4 platná místa. Přitom se musíme vyvarovat zápisu obsahujícího nuly, které neodpovídají počtu platných míst. Například hodnotu $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ nemůžeme zapsat jako $m = 1000\,\mathrm{g}$, ale měli bychom použít zápis $m = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{g}$, aby byl zachován počet platných míst.

Další pravidlo zní, že pokud hodnoty vstupují do výpočtu, měl by být **výsledek zaokrouhlen na takový počet platných míst, který má nejméně přesná vstupní hodnota**. Uveďme jednoduchý příklad.

Příklad 1-2

Vypočítejte hustotu kovové tyče, jejíž hmotnost je $m = 0{,}70\,\mathrm{kg}$ a objem $V = 32{,}5\,\mathrm{cm}^3$.

Hustota se určuje v $\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, proto převedeme objem na m^3: $32{,}5\,\mathrm{cm}^3 = 32{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$ a dosadíme do vztahu pro hustotu

$$\rho = m/V = 0{,}7\,\mathrm{kg} / 32{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 21\,538{,}462\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

Hmotnost však byla zadána pouze na dvě platná místa, proto musí mít výsledek také dvě platná místa. Tedy $\rho = 21 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. (Také zápis $\rho = 21\,000\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ by byl možný, ale nepoznáme z něj, jaká je přesnost výsledku.) Dokážete na základě vypočítané hustoty odhadnout, z jakého kovu je tyč vyrobena?

U složitějších úloh zaokrouhlujte na správný počet platných míst vždy až výsledek, nikoliv dílčí výpočty. Opakované zaokrouhlování by vedlo k nepřesnosti.

Používáme-li správně zápis veličin pomocí platných míst, můžeme z něj přibližně určit, jak přesné tyto hodnoty jsou, a to jednoduše podle toho, kolik obsahují platných číslic. Čím víc platných číslic, tím přesněji známe hodnotu dané veličiny. Pro lepší posouzení přesnosti používáme **relativní chybu.** Relativní chyba se značí řeckým písmenem δ a definujeme ji tak, že absolutní chybu vydělíme hodnotou dané veličiny

$$\delta m = \frac{\Delta m}{m}.$$

Výsledek pak vyjádříme v procentech. Pro hodnotu hmotnosti $m = 1{,}000\,\mathrm{kg}$ s absolutní chybou $\Delta m = 0{,}001\,\mathrm{kg}$ tak dostaneme relativní chybu

$$\delta m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0{,}001\,\mathrm{kg}}{1\,\mathrm{kg}} = 0{,}001 = 0{,}1\,\%.$$

Vidíme tedy, že hodnota je poměrně přesná. Představte si, že bychom se stejnou absolutní chybou $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$ (tedy na stejných vahách) měřili také hmotnost lehkého tělesa o hmotnosti pouze $m = 3\,\mathrm{g}$. Relativní chyba takového měření by byla $\delta m = \Delta m / m = 1\,\mathrm{g} / 3\,\mathrm{g} \doteq 0{,}33 = 33\,\%$. Relativní chyba je v tomto případě velká. Pro každé měření je potřeba správně zvolit měřicí přístroj či metodu tak, abychom dosáhli požadované přesnosti.

Příklad 1-3

Jakou nejmenší délku můžeme měřit pomocí pravítka s absolutní chybou $\Delta l = 0{,}5\,\mathrm{mm}$, aby relativní chyba nepřesáhla 2,5 %?

Použijeme vztah pro relativní chybu, ze kterého vyjádříme hledanou minimální délku l, nezapomeneme převést údaj v procentech na desetinné číslo

$$\delta l = \frac{\Delta l}{l} \quad => \quad l = \frac{\Delta l}{\delta l} = \frac{0{,}5\,\mathrm{mm}}{0{,}025} = 2\,\mathrm{cm}.$$

Vypočítali jsme, že pokud požadujeme minimální přesnost 2,5 %, je pravítko použitelné pro délky větší než 20 mm.

Příklad 1-4

V roce 1849 francouzský vědec Hippolyte Fizeau navrhl experiment pro měření rychlosti světla. Naměřil hodnotu $c = 3{,}13 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ s přesností 5 %. Jaká byla absolutní chyba jeho měření? Dnes definujeme rychlost světla přesně jako $c = 2{,}997\,92 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Bylo Fizeauovo měření správné?

Použijeme vztah pro relativní chybu a dostaneme

$$\Delta c = c \cdot \delta c = 3{,}13 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 0{,}05 \doteq 0{,}2 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Zapíšeme-li nyní výsledek ve tvaru $c = 3{,}1(2) \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, vidíme, že správná hodnota rychlosti světla v tomto intervalu leží, měření tedy bylo správné.
Pokud by správná hodnota v intervalu neležela (stačilo, aby uvedl přesnost 3%), znamenalo by to, že je buď špatně určená absolutní chyba, nebo je měření zatíženo nějakou chybou systematickou.

Víte, že…

Kartézská soustava má svůj název podle svého objevitele, slavného matematika a filozofa, Reného Descarta (1596 – 1650). Latinský přepis jeho jména totiž zní Cartesius. Zavedením souřadnic tak založil analytickou geometrii, která umožňuje řešit geometrické problémy výpočtem, nikoliv jen konstrukcí.

Obrázek 1-7. René Descartes.

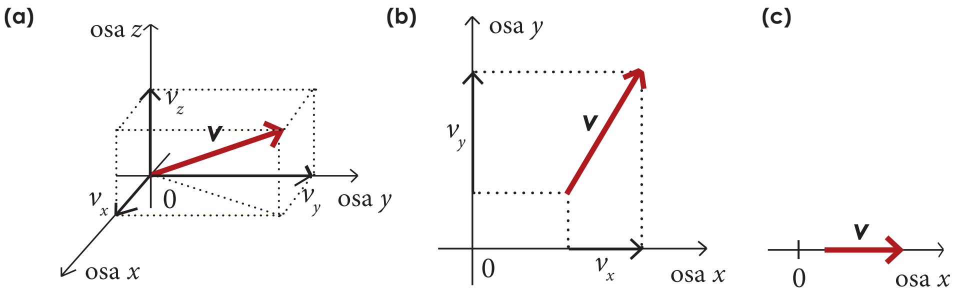
1.4. Vektorové fyzikální veličiny

Ve fyzice používáme odlišné typy veličin. Jsou to veličiny skalární a vektorové. **Skalární veličiny** neboli **skaláry** jsou zcela určeny číselnou hodnotou a jednotkou. Patří mezi ně všechny základní jednotky SI a dále třeba objem, hustota, tlak, energie, elektrické napětí, atd.

Vektorové veličiny neboli **vektory** jsou veličiny, k jejichž určení nestačí znát jen jejich číselnou hodnotu a jednotku, ale ještě navíc směr. Patří k nim například síla nebo rychlost. Chceme-li třeba zjistit, jak se projeví působení určité síly na těleso, nestačí znát jen její velikost, musíme znát také směr síly. K zadání vektorů je tedy třeba více údajů než u skaláru. Vektory si můžeme jednoduše představit jako orientované úsečky. V textu je odlišujeme tučným písmem, například $\mathbf{v}$, nebo šipkou nad písmenem ($\vec{v}$).

Počítáním s vektory se zabývá analytická geometrie, se kterou se podrobněji seznámíte v matematice. Abychom však ve fyzice mohli s vektorovými veličinami pracovat hned, naučíme se alespoň některé základní operace.

K vyjádření vektorů budeme používat **kartézskou soustavu souřadnic**. Je to soustava tří os x, y a z, které vycházejí z jednoho bodu (nazýváme ho počátek soustavy souřadnic), jsou na sebe kolmé a mají stejné měřítko i jednotky (viz obrázek 1-8 a). V takto vytvořené soustavě souřadnic můžeme vektor jednoduše zapsat pomocí jeho složek. **Složky vektoru** si můžeme představit pomocí jeho kolmých průmětů do směrů jednotlivých os, jak ukazuje obrázek. Pokud se budeme pohybovat jen **v rovině**, můžeme osu z vynechat, a dostaneme tzv. **dvourozměrnou** kartézskou soustavu souřadnic. Tu vidíme na schematickém obrázku 1-8 b. Je patrné, že v rovině má vektor jen dvě složky. Kartézská soustava může být také **jednorozměrná** – má pak jen jedinou osu x a vektor jen jednu složku (viz obrázek 1-8 c).



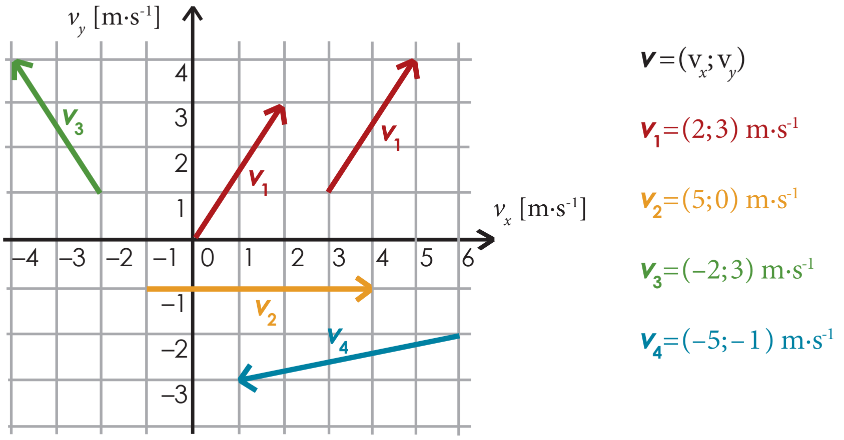
Obrázek 1-8.
(a) trojrozměrná, (b) dvourozměrná a (c) jednorozměrná kartézská soustava souřadnic.

Vektor $\mathbf{v}$ v prostoru zapíšeme pomocí jeho složek takto:

$$\mathbf{v} = (v_x; v_y; v_z).$$

Podobně vektor v rovině bude $\mathbf{v} = (v_x; v_y)$ a na přímce $\mathbf{v} = (v_x)$.

Směr i velikost vektoru jsou jednoznačně určeny jeho složkami. Složky mohou být kladné i záporné a jejich jednotka je dána jednotkou příslušné vektorové veličiny. Posuneme-li vektor tak, že jeho velikost i směr zůstanou zachovány, jeho složky se nezmění. Vše si ukážeme na jednoduchém příkladu několika vektorů rychlosti v rovině na obrázku 1-9.



Obrázek 1-9.
Čtyři různé vektory rychlosti v rovině zapsané pomocí složek. Všimněte si, že nezáleží na umístění vektoru, pouze na jeho směru a velikosti. Například vektor $\boldsymbol{v}_1$ je zakreslen ve dvou umístěních.

Na tomto místě je třeba upozornit, že dále budeme pro jednoduchost počítat jen s vektory v rovině. Úvahy v prostoru by vyžadovaly přidání třetí složky.

Teď už umíme zadat vektor pomocí jeho složek v kartézské soustavě souřadnic. Nyní se naučíme, jak ze složek vypočteme jeho velikost a směr. Označíme-li α úhel, který vektor svírá s osou x na obrázku 1-9, můžeme jednoduše pomocí funkce tangens a Pythagorovy věty zapsat:

$$\boxed{v=\sqrt{v_x^{\,2}+v_y^{\,2}} \quad \text{a} \quad \mathrm{tg}\,\alpha=v_y/v_x.}$$

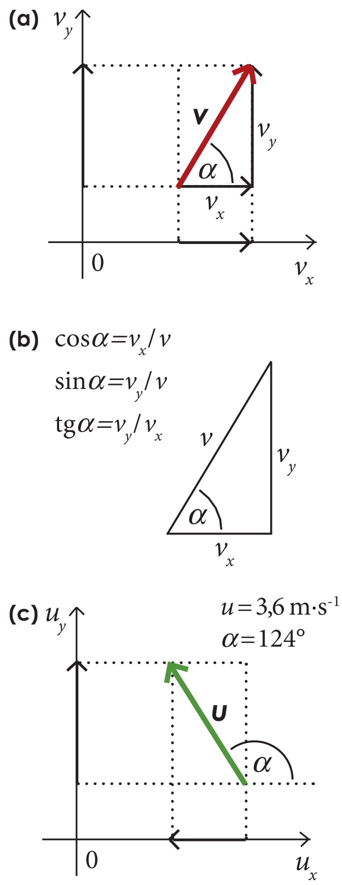
Konkrétně třeba pro vektor $\boldsymbol{v}_1$ dostaneme $v=\sqrt{v_x^{\,2}+v_y^{\,2}}=\sqrt{2^2+3^2}\,\text{m·s}^{-1}=\sqrt{13}\,\text{m·s}^{-1}=$ $=3{,}6\,\text{m·s}^{-1}$ a $\mathrm{tg}\,\alpha=v_y/v_x=3/2 \Rightarrow \alpha=\mathrm{arctg}(1{,}5)=56°$. Hodnoty tangens (tg) a arkus tangens (arctg) pro různé úhly vypočítáme na kalkulačce. Vektor $\boldsymbol{v}_1$ má tedy velikost 3,6 m·s^{-1} a svírá s osou x úhel 56°. Sami si zkuste určit velikost a směr vektorů $\boldsymbol{v}_3$ a $\boldsymbol{v}_4$.

Zbývá nám ukázat ještě obrácený postup – jak určíme složky vektoru $\boldsymbol{v}$, známe-li jeho velikost v a směr (úhel α). Opět z pravoúhlého trojúhelníka na obrázku 1-10 odvodíme výrazy pro složky vektoru $\boldsymbol{v}$:

$$\boxed{v_x=v\cos\alpha \quad \text{a} \quad v_y=v\sin\alpha.}$$

Tyto vztahy jsme odvodili pomocí pravoúhlého trojúhelníka pro $\alpha\in(0°,90°)$. Funkce sinus a kosinus (podrobněji se o nich budete učit v matematice) jsou však zavedeny i pro úhly mimo tento interval. Úhel α měříme mezi kladným směrem osy x a vektorem. Ukážeme si to na příkladu vektoru $\boldsymbol{u}$ na obrázku 1-10. Máme zadánu velikost $u=3{,}6\,\text{m·s}^{-1}$ a úhel $\alpha=124°$. Dosadíme-li zadané hodnoty dostaneme $u_x=u\cos\alpha=3{,}6\,\text{m·s}^{-1}\cdot\cos124°=-2{,}0\,\text{m·s}^{-1}$ a $u_y=u\sin\alpha=3{,}6\,\text{m·s}^{-1}\cdot\sin124°=3{,}0\,\text{m·s}^{-1}$.

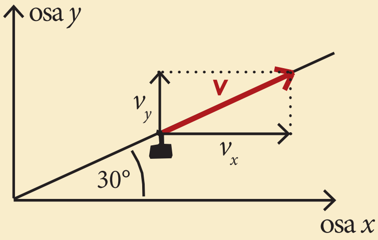
Vektor $\boldsymbol{v}$ v rovině je tedy plně určen dvojicí čísel: velikostí v a úhlem α, nebo složkami v_x a v_y. Podle potřeby můžeme pomocí výše uvedených vztahů přecházet od jednoho vyjádření k druhému a naopak. To bude užitečné při řešení mnoha úloh.



Obrázek 1-10.
(a) Vektor a jeho složky tvoří pravoúhlý trojúhelník.
(b) Použití tří goniometrických funkcí.
(c) Vztahy pro složky vektoru platí i pro úhly větší než 90°.

Příklad 1-5

Lanovka stoupá k vrcholu hory stálou rychlostí o velikosti 2,0 m·s^{-1} pod úhlem 30° (viz obrázek).
(a) Určete vodorovnou a svislou složku její rychlosti.
(b) Jak dlouho trvá výstup, je-li výškový rozdíl mezi spodní a horní stanicí 300 m?



(a) Zvolíme vhodně soustavu souřadnic (viz obrázek) a určíme složky vektoru $\mathbf{v}$

$v_x = v\cos\alpha = 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\cdot\cos 30° = 1{,}7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a $v_y = v\sin\alpha = 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\cdot\sin 30° = 1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Vodorovná složka rychlosti je tedy 1,7 m·s^{-1} a svislá 1,0 m·s^{-1}.
(b) Lanovka musí podél svislého směru urazit vzdálenost $s = 300\,\mathrm{m}$ a svislá složka její rychlosti je $v_y = 1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (ze zadání plyne, že v_y je konstantní). Stačí nám proto sledovat pohyb lanovky ve směru osy y. Vzpomeneme si na vztah pro dráhu při rovnoměrném pohybu:

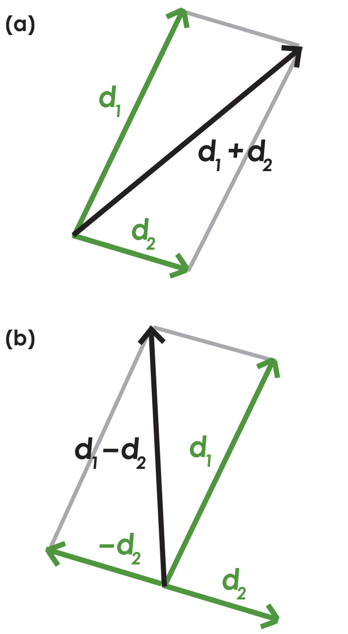
$$s = v_y t.$$

Pro dobu výstupu t tedy platí $t = s/v_y = 300\,\mathrm{m}/1{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 300\,\mathrm{s} = 5$ minut.

1.5. Operace s vektory

Nejjednodušší způsob, jak sčítat a odčítat vektory, je **grafický.** Tento způsob možná už znáte ze základní školy. Můžeme postupovat podobně jako na obrázku 1-11 a. Umístíme počátky obou vektorů do jednoho bodu a doplníme na rovnoběžník, jeho orientovaná úhlopříčka je součtem obou vektorů. Obrázek 1-11 b pak ukazuje, jak postupovat při odčítání. Odečíst vektor znamená přičíst vektor opačný: $\mathbf{d}_1 - \mathbf{d}_2 = \mathbf{d}_1 + (-\mathbf{d}_2)$. Další možností grafického sčítání je umístit počáteční bod jednoho vektoru do koncového bodu druhého vektoru (směr a velikost vektorů musí být zachována!). Součet vektorů tak získáme jako spojnici počátečního bodu prvního vektoru a koncového bodu vektoru druhého (viz příklad 1-6). Takto můžeme postupně sčítat libovolný počet vektorů.

Chceme-li vyřešit úlohu přesněji, musíme součet místo grafického postupu vypočítat. Proto se naučíme sčítat a odčítat vektory pomocí jejich složek v kartézské soustavě souřadnic. Začneme jednoduchým příkladem.



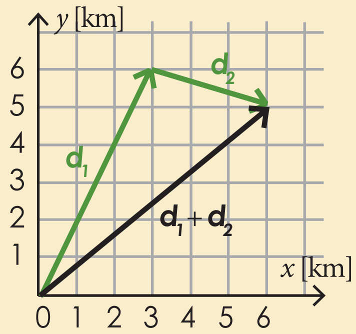
Obrázek 1-11.
(a) Grafické sčítání vektorů doplněním na rovnoběžník.
(b) Grafické odčítání vektorů pomocí opačného vektoru. Opačný vektor leží na stejné přímce jako původní vektor, má stejnou velikost a směřuje na opačnou stranu.

Příklad 1-6

Ochránci přírody sledují pohyb rysa v národním parku pomocí malé vysílačky umístěné na jeho těle. První den po vypuštění ze stanice se rys přemístil o 3 km východním směrem a 6 km severním směrem. Další den se přemístil o další 3 km východním směrem a 1 km jižním směrem. Určete (a) polohu rysa, (b) jeho vzdálenost od stanice.

(a) Zvolíme soustavu souřadnic s počátkem ve stanici a osou x směřující na východ (viz obrázek). Posunutí rysa první den můžeme vyjádřit vektorem $\mathbf{d}_1 = (3; 6)$ km a posunutí druhý den $\mathbf{d}_1 = (3; -1)$ km. Na obrázku vidíme, že celkové posunutí je $\mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2$. Výsledná poloha rysa na konci je $\mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 = (3+3; 6-1) = (6; 5)$ km.

(b) Vzdálenost rysa od stanice určíme jako velikost vektoru $\mathbf{d}$: $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{6^2 + 5^2}$ km $= 7{,}8$ km $\doteq 8$ km.



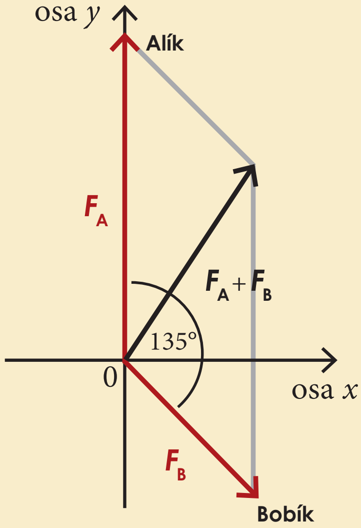
Postup použitý v příkladu můžeme zobecnit na libovolné dva vektory. Říkáme, že **vektory se sčítají „po složkách“**. Je-li $\mathbf{a}=(a_x; a_y)$ a $\mathbf{b}=(b_x; b_y)$ pak

$$\boxed{\mathbf{a}+\mathbf{b}=(a_x+b_x; a_y+b_y)}$$

nebo v případě odčítání: $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(a_x-b_x; a_y-b_y)$. Často máme vektory zadané pomocí velikosti a směru. Chceme-li je sečíst nebo odečíst, je třeba je nejprve rozložit do složek ve zvolené soustavě souřadnic. Tu si můžeme zvolit libovolně, ale snažíme se volit ji tak, aby bylo vyjádření složek vektorů co nejjednodušší.

Příklad 1-7

Paní Navrátilová má na vodítku dva psy, kteří ji přestali poslouchat. Alík ji táhne silou 120 N a Bobík silou 70 N. Obě síly svírají úhel 135° (viz obrázek). Určete výslednou sílu, kterou působí Alík a Bobík na paní Navrátilovou.



Výsledná síla $\mathbf{F}$ se vypočítá jako součet vektorů $\mathbf{F}_A$ a $\mathbf{F}_B$. Grafické řešení je znázorněno na obrázku. Pro výpočet budeme potřebovat určit složky sil ve zvolené soustavě souřadnic. Soustavu vždy volíme co nejjednodušeji, v našem případě tak, aby osa y byla rovnoběžná s vektorem $\mathbf{F}_A$. Složky síly $\mathbf{F}_A$ určíme přímo z obrázku: $\mathbf{F}_A=(0; 120)\,\mathrm{N}$. Vektor $\mathbf{F}_B$ svírá s osou x úhel 315° (nebo také −45°), proto $\mathbf{F}_B=(70\cdot\cos(-45°), 70\cdot\sin(-45°))\,\mathrm{N}=(50; -50)\,\mathrm{N}$. Tedy

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_A+\mathbf{F}_B=(0+50; 120-50)\,\mathrm{N}=(50; 70)\,\mathrm{N}.$$

Výsledná síla má velikost

$$F=\sqrt{50^2+70^2}\,\mathrm{N}\doteq 86\,\mathrm{N}$$

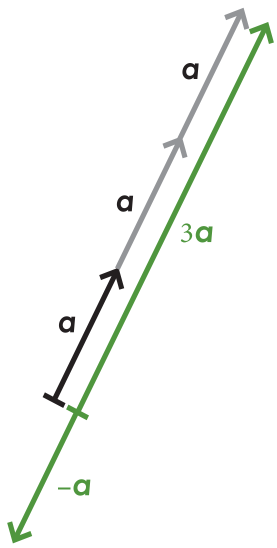
a svírá s osou x úhel α, pro který platí:

$$\mathrm{tg}\,\alpha=70/50 \Rightarrow \alpha\doteq 54°.$$

Kromě sčítání a odčítání můžeme vektory také násobit. My si zde ukážeme, jak se násobí vektor skalárem (tedy číslem). Existují i operace násobení vektorů navzájem, ale bez nich se prozatím obejdeme.

Představme si, že máme vypočítat například vektor $3\mathbf{a}$. Operaci můžeme převést na sčítání, neboť platí $3\mathbf{a}=\mathbf{a}+\mathbf{a}+\mathbf{a}$. Dále platí $(-1)\mathbf{a}=-\mathbf{a}$. Grafické znázornění je na obrázku 1-12. Můžeme tedy učinit závěr: Při **násobení vektoru reálným číslem** k dostaneme opět vektor, jehož velikost je $|k|$-násobkem velikosti původního vektoru, přičemž pro kladné k má výsledný vektor stejný směr, jako původní vektor, pro záporné k má směr opačný. Pro $k=0$ dostaneme $0\mathbf{a}=\mathbf{0}$, tzv. **nulový vektor**. Zapíšeme-li vektor pomocí složek, pak při násobení stačí vynásobit k-krát složky vektoru

$$k\mathbf{a}=k(a_x; a_y)=(ka_x; ka_y).$$



Obrázek 1-12. Násobení vektoru skalárem.

Otázky

1
(a) Objasněte princip vědecké metody.
(b) Zkuste vyjmenovat obory, které nevyužívají vědeckou metodu zkoumání (nepotřebují experimenty).

2
Uveďte konkrétní příklady
(a) pozorování,
(b) experimentu,
(c) měření.

3
Přečtěte s použitím správných předpon tato slova: 10^{-6}klima, 10^{9}nt, 10^{6}fon, 10^{-12}la, 10^{-3}on, 10^{-6}fon, 10^{2}r.

4
(a) Určete, které z pojmů představují fyzikální veličiny: těleso, hustota, kilogram, metr, čas, rychlost, teplota, výkon, atom, tlak, záření.
(b) Uveďte jednotky všech veličin z části (a).

5
Kolik údajů potřebujeme k zadání vektoru v rovině? Popište, jak ze složek vektoru v rovině určíme jeho směr a velikost.

6
Co dokážeme říci o vektorech $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$, pro které platí
(a) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$ a zároveň $a+b=c$,
(b) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$ a zároveň $a-b=c$,
(c) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,
(d) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$ a zároveň $a^2+b^2=c^2$,
(e) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$ a zároveň $a=b=c$?

7
Dva vektory $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$ mají velikosti 3 m a 4 m. Jaký musí svírat úhel, aby velikost jejich součtu byla (a) 1 m, (b) 7 m, (c) 5 m, (d) 0 m?

Úlohy

1
Převeďte na základní jednotky soustavy SI
(a) 200 mm; 0,2 dm; 370 nm; 150 miliónů km; $2\cdot10^{-3}$ cm.
(b) 200 mg; 100 µg; $124\cdot10^{6}$ g; 20 t; $0{,}05\cdot10^{3}$ t.
(c) 5 min; 1,5 h; 18 µs; 1 den; 1 rok.
(d) 7 km²; 1 mm³; 250 cm³; 150 l; 200 ml.

2
Vypočítejte
(a) $2\cdot10^{4}\,\mathrm{m}-15\cdot10^{3}\,\mathrm{m}=$
(b) $0{,}5\cdot2{,}5\cdot10^{3}\,\mathrm{kg}\cdot(6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})^2=$
(c) $8\cdot1{,}5\cdot10^{3}\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}\cdot500\cdot10^{-8}\,\mathrm{m^3}=$
(d) $\dfrac{6{,}67\cdot10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}\cdot6\cdot10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6380\,\mathrm{km})^2}=$
[(a) 5 000 m, (b) 45 000 $\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}$ (c) 0,06 kg, (d) 9,8 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$]

3
Země má přibližně tvar koule s poloměrem 6 378 km.
(a) vypočítejte její obvod v m,
(b) objem v m³,
(c) průměrnou hustotu, víte-li, že hmotnost Země je $5{,}9\cdot10^{24}$ kg.
Výsledky správně zaokrouhlete.
[(a) $40{,}07\cdot10^{6}$ m, (b) $1{,}087\cdot10^{21}\,\mathrm{m^3}$ (c) $5{,}4\cdot10^{3}\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$]

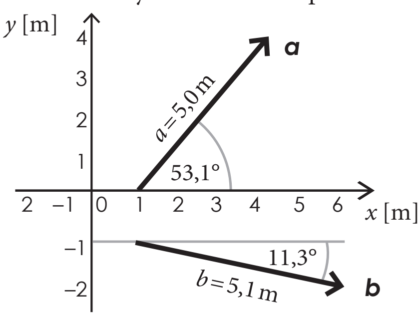
4
Které měření bylo přesnější? (porovneje relativní chyby)
(a) $l=29{,}6$ cm, $\Delta l=1$ mm (pravítko),
(b) $l=80$ km, $\Delta l=100$ m (tachometr).
[(a) $\delta l=0{,}33\,\%$, (b) $\delta l=0{,}12\,\%$ => přesnější je (b)]

5
Italský fyzik Enrico Fermi kdysi poznamenal, že doba vyučovací hodiny (45 minut) je přibližně 1 mikrostoletí. Vyjádřete mikrostoletí v minutách a určete relativní chybu Fermiho odhadu. [$t=53$ min, $\delta t=17\,\%$]

6
Laserová tiskárna má rozlišení 300 dpi (dots per inch), česky bodů na palec. To znamená, že na délku jednoho palce dokáže vytisknout 300 rozlišitelných bodů. 1 palec = 2,54 cm. Vypočtěte vzdálenost dvou sousedních bodů v milimetrech.
[0,085 mm]

7
Zakreslete následující vektory do kartézské soustavy souřadnic a určete jejich velikost i směr. Zaokrouhlujte na 3 platná místa.
$\boldsymbol{a}=(0\,\mathrm{m}, -3\,\mathrm{m})$, $\boldsymbol{b}=(-1\,\mathrm{m}, 3\,\mathrm{m})$, $\boldsymbol{c}=(-1\,\mathrm{m}, -3\,\mathrm{m})$.
[$a=3{,}00$ m, $\alpha=270°$, $b=3{,}16$ m, $\beta=108°$, $c=3{,}16$ mm, $\gamma=252°$]

8
Určete složky vektorů $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$ podle obrázku.



[$a_x=3{,}0$ m, $a_y=4{,}0$ m]
[$b_x=5{,}0$ m, $b_y=-1{,}0$ m]

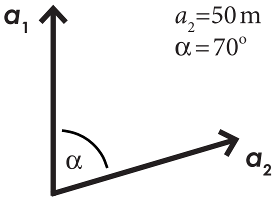
9

Určete vodorovnou a svislou složku rychlosti lyžaře jedoucího po sjezdovce se sklonem 30°. Velikost jeho rychlosti je 60 km·h^{-1}. Řešení doplňte obrázkem se zvolenou soustavou souřadnic. [např. $v_x = 52\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$, $v_y = -30\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$]

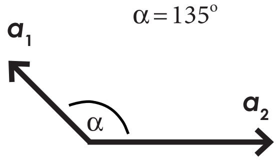
10

Sečtěte $\boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2$ graficky i pomocí složek ve zvolené soustavě souřadnic. Vypočtěte také velikost výsledného vektoru.

(a) $a_1 = 50\,\mathrm{m}$, $a_2 = 50\,\mathrm{m}$, $\alpha = 70^\circ$



(b) $a_1 = 25\,\mathrm{m}$, $a_2 = 50\,\mathrm{m}$, $\alpha = 135^\circ$



[(a) 84 m, (b) 37 m]

11

Loď se chystá na cestu dlouhou 120 km západním směrem. Bouře ji však zanese 40 km na sever od výchozího bodu. Jaký musí nyní kapitán nastavit kurz, aby loď dosáhla původního cíle? Jakou přitom urazí vzdálenost?
[musí změnit kurz o 18° vůči západnímu směru, urazí 127 km]

Kapitola 2

Přímočarý pohyb

Cíle

1. **Seznámíte se se základními veličinami popisujícími pohyb: polohou, rychlostí a zrychlením.**
2. **Naučíte se číst a sestrojovat grafy popisující přímočarý pohyb.**
3. **Poznáte rovnoměrný a rovnoměrně zrychlený pohyb.**
4. **Naučíte se řešit některé praktické úlohy o přímočarém pohybu.**

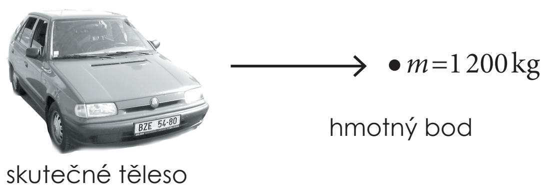
2.1. Pohyb

Všechno kolem nás se pohybuje. Dokonce i věci, které se zdají být v klidu. Třeba dům, kde bydlíte, se právě pohybuje rychlostí zhruba 100 000 $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$, obíhá totiž spolu se Zemí okolo Slunce. Ale i Slunce se pohybuje vůči středu naší Galaxie, naše Galaxie vůči jiným Galaxiím a tak dále. Pohyb je zkrátka vlastností veškeré hmoty ve vesmíru. Proto začneme studium fyziky právě studiem pohybu. Oblast fyziky, která se zabývá popisem pohybu, se nazývá **kinematika**.

Abychom později mohli zkoumat, proč se věci pohybují, musíme nejprve umět pohyb jednoduše a výstižně popsat. K tomu se používají tři základní veličiny – poloha, rychlost a zrychlení. Pro začátek si situaci hodně zjednodušíme a přijmeme následující předpoklady:

1) Budeme se zatím zabývat pouze **přímočarým pohybem** – pohybem po přímce. Může to být třeba pád kamene z věže nebo jízda vlaku po přímé trati. Někdy také říkáme, že jde o jednorozměrný pohyb (náš svět je ovšem trojrozměrný).

2) Pohybující se těleso nahradíme hmotným bodem. **Hmotný bod** je nejjednodušší model, který nahrazuje skutečné těleso. Získáme jej tak, že zanedbáme rozměry tělesa a veškerou jeho hmotnost soustředíme do jednoho bodu (viz obrázek 2-2).



Obrázek 2-2. Nahrazení tělesa hmotným bodem.

Toto zjednodušení můžeme dobře použít v případě, kdy rozměry a tvar tělesa nejsou v dané situaci podstatné (například při popisu pohybu auta mezi dvěma městy). Naopak v případech, kdy se různé části zkoumaného tělesa pohybují různě, nemůžeme model hmotného bodu použít. Například u auta, které dostalo smyk, nemůžeme jeho tvar a rozměry zanedbat. Přišli bychom o podstatný rys jeho pohybu – otáčení auta ve smyku. Dokonce i tak velké těleso, jako je Země,

Víte, že…

Galileo Galilei byl jedním z prvních vědců, kteří přivedli fyziku na správnou cestu k rozluštění zákonů pohybu těles. Jeho velkým přínosem bylo poznání, že je třeba zanedbat rušivé vlivy, jako je například odpor vzduchu, abychom odhalili podstatu daného jevu.

Tuto metodu používáme ve fyzice pořád. Chceme-li přírodě porozumět, musíme zanedbat nepodstatné a soustředit se jen na zkoumaný jev.

Obrázek 2-1. Galileo Galilei žil v italském městě Pisa, známém svou šikmou věží.

můžeme nahradit hmotným bodem, budeme-li se zajímat pouze o její pohyb v rámci sluneční soustavy a nebudeme se zabývat jejím otáčením kolem vlastní osy.

V praktických úlohách se nikdy nepohybují hmotné body, ale skutečná tělesa (krabice, lidé, dělové koule, vlaky, …) a je na nás, abychom rozhodli, zda můžeme jejich rozměry zanedbat a považovat je za hmotné body. V této i několika dalších kapitolách, nebude-li řečeno jinak, budou vždy splněny podmínky pro to, abychom mohli tělesa nahradit hmotnými body.

Hmotný bod je model tělesa, který zanedbává jeho rozměry, hmotnost tělesa umisťujeme do bodu. Pomocí tohoto modelu nedokážeme popsat otáčení těles ani jejich srážky.

Někdy se místo pojmu hmotný bod používá slovo částice.

2.2. Poloha a posunutí

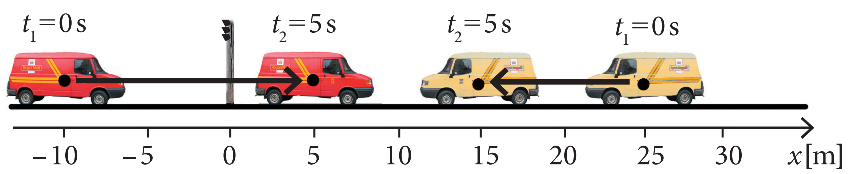
Polohu tělesa (hmotného bodu) musíme vztahovat vzhledem k nějakému jinému tělesu, které nazýváme **vztažné těleso**. Protože vztažné těleso si můžeme zvolit zcela libovolně, říkáme, že pohyb je **relativní**.

Například polohu automobilu budeme nejčastěji určovat vzhledem k zemi (silnici). Můžeme pak zvolit soustavu souřadnic (směr osy a počátek), kterou pevně spojíme se vztažným tělesem. Zadáním vztažného tělesa a soustavy souřadnic dostaneme tzv. **vztažnou soustavu**. Tu je možné v konkrétních situacích volit různými způsoby. Proto je nutné při každém popisu pohybu nejprve určit vztažnou soustavu. Vše si ukážeme na následujícím příkladu.

Volba vztažného tělesa, resp. vztažné soustavy je nezbytnou součástí každého popisu pohybu.

Na obrázku 2-3 je vyznačena poloha dvou aut ve vztažné soustavě spojené se zemí. Osa x je vodorovná, směřuje doprava a její počátek ($x=0$) je zvolen v místě semaforu. V této vztažné soustavě je zachycena poloha aut nejprve v čase $t_1=0\,\mathrm{s}$ a potom v čase $t_2=5\,\mathrm{s}$. Poloha červeného auta se změnila z $x_1=-10\,\mathrm{m}$ na $x_2=5\,\mathrm{m}$. Změnu polohy auta proto vyjádříme jako $\Delta x=x_2-x_1=5\,\mathrm{m}-(-10\,\mathrm{m})=+15\,\mathrm{m}$.

Symbolem Δ (řecké písmeno delta) vždy označujeme změnu dané veličiny definovanou jako rozdíl její koncové a počáteční hodnoty.



Obrázek 2-3.
Poloha červeného automobilu je nejprve x_1=–10 m a po uplynutí 5 sekund x_2=5 m. Posunutí automobilu je proto
$\Delta x=x_2-x_1=5\,\mathrm{m}-(-10\,\mathrm{m})=+15\,\mathrm{m}$.

Změna polohy může být také záporná, jak vidíme u žlutého auta. Posunulo se z polohy $x_1=25\,\mathrm{m}$ do $x_2=15\,\mathrm{m}$. Proto $x_2-x_1=15\,\mathrm{m}-25\,\mathrm{m}=-10\,\mathrm{m}$. Záporná hodnota znamená, že se auto posunulo proti směru osy x (v záporném směru).

Změnu polohy nazýváme **posunutím** a značíme Δx. Shrnuto v tabulce:

poloha (na ose x)	x $[x]=\mathrm{m}$	Polohu hmotného bodu na přímce určuje jeho x-ová souřadnice ve zvolené vztažné soustavě.
posunutí (na ose x)	$\Delta x=x_2-x_1$ $[\Delta x]=\mathrm{m}$	Posunutí určíme jako rozdíl koncové polohy x_2 a počáteční polohy x_1.

Nebude-li nás zajímat směr posunutí, ale jen vzdálenost počáteční a koncové polohy, můžeme ji určit jednoduše jako velikost posunutí: $|\Delta x|$.
Velikost posunutí u červeného auta z obrázku 2-3 je 15 m, u žlutého 10 m.

Posunutí má velikost i směr, jde tedy o **vektorovou** fyzikální veličinu. Při popisu pohybu po přímce (přímočarého pohybu) vystačíme s jednou osou x, neboli s jednorozměrnou kartézskou soustavou, kde každý vektor má jedinou složku $\mathbf{v}=(v_x)$. Díky tomu se počítání s vektory omezí na počítání s jednou jedinou složkou, směr vždy poznáme jednoduše podle znaménka: plus ve směru osy x a mínus proti směru osy x. V této kapitole proto počítání s vektory nebudeme v plném rozsahu potřebovat. Vektor $\mathbf{x}$ určující polohu bodu na přímce je rovněž určen svou jedinou složkou. Proto je možné vektor a jeho složku „ztotožnit“ a pracovat se složkou jako s vektorem.

Dráha s je skalární fyzikální veličina – má pouze velikost. Jednotkou dráhy je 1 metr.

Ještě uveďme tento příklad: Auto pojede nejprve z polohy $x_1 = -10\,\text{m}$ do $x_2 = 25\,\text{m}$, odkud zacouvá zase zpátky do $x_3 = -10\,\text{m}$. Jeho celkové posunutí při tomto pohybu bude zřejmě nulové ($\Delta x = x_3 - x_1 = 0\,\text{m}$). Auto však během svého pohybu urazilo jistou **dráhu** (značíme písmenem s). V našem příkladu je uražená dráha $s = 70\,\text{m}$. Pro přímočarý pohyb je dráha rovna součtu velikostí všech (kladných a záporných) posunutí.

Nyní umíme zadat polohu tělesa pomocí souřadnic a umíme určit jeho posunutí, případně dráhu, kterou urazilo. Nezapomínejme, že poloha i posunutí závisí na volbě vztažné soustavy (vztažného tělesa, osy a jejího počátku). Proto říkáme, že pohyb je **relativní**. Více o relativnosti pohybu se dočtete na konci třetí kapitoly.

Kromě metrů za sekundu ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) se často používají i jiné jednotky rychlosti – u nás jsou to kilometry za hodinu ($\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$), v některých zemích míle za hodinu (mph), u lodí se používají uzly.

$1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 3{,}6\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$
$1\,\text{mph} = 1{,}609\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$
$1\,\text{uzel} = 1{,}852\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

2.3. Rychlost

Pokud chceme popsat pohyb tělesa, nestačí nám k tomu jen poloha. Chtěli bychom vědět, **jak rychle se poloha mění v čase**. Podívejme se na příklad červeného auta z obrázku 2-3. Víme, že auto se za 5 s posunulo o 15 m doprava. Dokážeme z toho určit rychlost auta? Jaká byla rychlost auta při průjezdu kolem semaforu? Má rychlost také směr? Na tyto otázky by různí lidé odpovídali různě. Abychom se ve fyzice vyhnuli těmto nejasnostem, je třeba rychlost *přesně* zavést. Z běžného života známe „průměrnou rychlost" jako skalární veličinu. Ve fyzice ovšem potřebujeme rychlost definovat jako **vektor**, neboť směr rychlosti je neméně důležitý jako její velikost. Rozlišujeme proto dvě veličiny.

Anglicky mluvící studenti jsou na tom lépe. Mají totiž slovo „speed" pro velikost rychlosti a slovo „velocity" pro rychlost jako vektor.
V češtině však máme jen jedno slovo „rychlost", proto musíme pro skalární veličinu používat spojení „velikost rychlosti" a pro vektorovou veličinu slovo „rychlost", nebo pro jistotu „vektor rychlosti". V případech, kdy nemůže dojít k omylu, můžeme použít „rychlost" bez přívlastku. Například říkáme „Rychlost světla ve vakuu je $3\cdot 10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$" a myslíme velikost.

průměrná velikost rychlosti – skalár	$v_P = \dfrac{\text{celková dráha}}{\text{celkový čas}}$ $v_P = \dfrac{s}{t}$ $[v_P] = \text{m/s} = \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	Průměrná velikost rychlosti vyjadřuje „jak rychle" urazí těleso danou dráhu za daný čas. Nezáleží na směru pohybu.
průměrná rychlost – vektor (na ose x)	$\mathbf{v_P} = (v_{Px}) = \dfrac{\text{posunutí}}{\text{čas}}$ $v_{Px} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{\Delta t}$ $[v_{Px}] = \text{m/s} = \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	Průměrná rychlost určuje „jak rychle" se těleso posunulo z jedné polohy do druhé za daný čas. Závisí jen na počáteční a koncové poloze tělesa.

Příklad 2-1

Červené auto z obrázku 2-3 začíná svůj pohyb 10 m vlevo od semaforu. Urazí nejprve 15 m směrem doprava za 5 s. Pak ihned začne couvat zpět k semaforu, to mu trvá dalších 5 s. U semaforu auto zastaví. Určete (a) průměrnou rychlost, (b) průměrnou velikost rychlosti auta.

(a) průměrná rychlost

$$v_{Px} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0\,\text{m}) - (-10\,\text{m})}{10\,\text{s}} = 1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Průměrná rychlost auta má velikost $1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ a směřuje vpravo.

(b) průměrná velikost rychlosti

$$v_P = \frac{s}{t} = \frac{20\,\text{m}}{10\,\text{s}} = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Průměrná velikost rychlosti auta je $6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vidíme, že $|v_{Px}| \neq v_P$

Obrázek 2-4. Tachometr v autě nám ukazuje okamžitou velikost rychlosti. Směr jízdy z tachometru nepoznáme.

Poznali jsme dvě veličiny, které popisují, jak se hmotný bod pohyboval v časovém intervalu Δt. Představte si například běh sprintera na 100 m. Víme-li, že trať uběhl za 10 s, můžeme vypočítat, že průměrná velikost jeho rychlosti byla $v_P = 100\,\mathrm{m}/10\,\mathrm{s} = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. To ovšem neznamená, že touto rychlostí běžel celých 100 m. Chtěli bychom vědět, jak se jeho rychlost měnila v průběhu trati. „Jaká byla jeho rychlost v čase $t_2 = 0{,}5\,\mathrm{s}$?“ Podobně bychom se mohli ptát: „Jaká byla rychlost auta v okamžiku, kdy projíždělo kolem semaforu?“ Odpovědět na tyto otázky nám umožňuje veličina, zvaná **okamžitá rychlost**.

Jak ale změřit okamžitou rychlost auta v momentě jeho průjezdu kolem semaforu? Můžeme to udělat například takto: Umístíme na zem dva senzory, které v případě dotyku pneumatiky vyšlou elektrický impulz (viz obrázek 2-5). Měříme časový rozdíl mezi impulzy Δt a známe-li vzdálenost senzorů Δx, můžeme určit průměrnou rychlost auta na tomto velmi krátkém úseku (směr rychlosti je dán pořadím impulzů). Čím budou senzory blíže, tím bude Δt menší a tím lépe bude průměrná rychlost vyjadřovat okamžitou. Vzdálenost senzorů ale nemůžeme zmenšovat donekonečna, vždy budeme omezeni nějakým minimálním Δt či Δx. Nikdy nezměříme rychlost auta přesně v jednom bodě.

Znamená to snad, že okamžitá rychlost v bodě neexistuje? Nikoliv. To, že nějakou veličinu neumíme přesně změřit, ještě neznamená, že neexistuje. Prakticky (technicky) nemůžeme interval Δt zmenšovat donekonečna, ale teoreticky (matematicky) ano. Jak se bude Δt **blížit nule**, bude se průměrná rychlost na tomto intervalu ustalovat na nějaké **limitní hodnotě**, kterou nazveme **okamžitou rychlostí**.

okamžitá rychlost – vektor (na ose x)	$\mathbf{v} = (v_x) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ $[v_x] = \mathrm{m/s} = \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$	Zmenšujeme-li Δt k nule, blíží se průměrná rychlost k jisté limitní hodnotě – okamžité rychlosti.

Příklad 2-2

Předpokládejme, že poloha auta od startu do konce první sekundy roste podle vztahu $x(t) = +8t^3$. Tento vztah zachycuje fázi rozjezdu, kdy se rychlost prudce zvyšuje. Vypočítejte pomocí kalkulačky průměrnou rychlost auta na intervalech (a) 0,2000 s – 0,2500 s, (b) 0,2000 s – 0,2100 s, (c) 0,2000 s – 0,2010 s, (d) 0,2000 s – – 0,2001 s. Na základě toho odhadněte jeho okamžitou rychlost v čase $t = 0{,}2\,\mathrm{s}$.

Průměrnou rychlost vypočteme podle vztahu

$$v_{Px} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{8t_2^3 - 8t_1^3}{t_2 - t_1}.$$

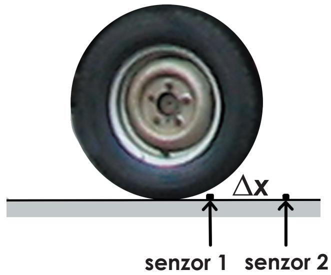
Z tabulky vidíme, že rychlost v čase $t = 0{,}2\,\mathrm{s}$ se blíží k hodnotě $0{,}96\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

časový interval	prům. rychlost
0,2000 s – 0,2500 s	$1{,}220\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
0,2000 s – 0,2100 s	$1{,}008\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
0,2000 s – 0,2010 s	$0{,}965\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$
0,2000 s – 0,2001 s	$0{,}960\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$

2.4 Zrychlení

Zbývá nám seznámit se s poslední důležitou kinematickou veličinou – zrychlením. Zatímco rychlost popisuje změnu polohy tělesa s časem, popisuje zrychlení změnu rychlosti. Podívejme se na příklad pádu kamene. Na obrázku 2-6 je vyznačena okamžitá rychlost kamene, která byla zjištěna v několika po sobě jdoucích sekundách. Vidíme, že **vektor rychlosti** kamene **se mění**. Kámen se tedy **pohybuje se zrychlením**. Podobně jako jsme to udělali v případě rychlosti, můžeme definovat průměrné a okamžité zrychlení.

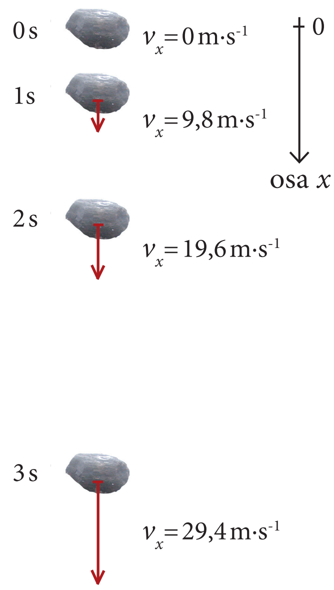
Obrázek 2-5. Jak změřit rychlost auta v okamžiku, kdy míjí semafor? Umístíme na silnici dva senzory velmi blízko sebe (jejich vzdálenost je Δx) a změříme dobu Δt, po kterou auto tento úsek projíždí. Získáme tak vlastně průměrnou rychlost na tomto velmi krátkém úseku.



Víte, že…

Matematická disciplína, která umí počítat s nekonečně malými veličinami, se nazývá diferenciální počet. Její základy položil už v 17. století Isaac Newton. Potřeboval ji právě jako nástroj pro řešení úloh o pohybu.

Obrázek 2-6. Volný pád kamene. Jeho rychlost se mění – kámen se pohybuje se zrychlením. Průměrné zrychlení kamene je 9,8 m·s^{-2} směrem dolů.



Jednotku zrychlení m·s^{-2} čteme jako „metr za sekundu na druhou“ nebo „metr sekunda na mínus druhou“.

Víte, že…

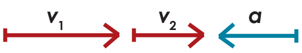
Když v Anglii začínaly první železnice, někteří lidé si mysleli, že člověk nemůže vydržet tak velkou rychlost, jakou vyvinou nové lokomotivy. Jak byste tyto lidi uklidnili?

Dnes bychom jim mohli odpovědět, že lidské tělo vůbec nepociťuje rychlost, ale zrychlení. Ve vlaku jedoucím vysokou, ale stálou rychlostí, se cítíme docela klidně, naopak při jízdě na horské dráze zažíváme silné pocity, protože se pohybujeme s velkým zrychlením.

Podobně při jízdě výtahem vnímáme jen jeho zrychlování a zpomalování.

Obrázek 2-7. Závod dragsterů je soutěž, kde o vítězi rozhoduje právě jeho zrychlení.

Má-li zrychlení stejný směr (stejné znaménko) jako okamžitá rychlost, znamená to, že roste velikost rychlosti – těleso se zrychluje.



Naopak, je-li vektor zrychlení opačný (má opačné znaménko) než okamžitá rychlost, velikost rychlosti se zmenšuje – těleso se zpomaluje.

průměrné zrychlení – vektor (na ose x)	$\mathbf{a}_P = (a_{Px}) = \dfrac{\text{změna rychlosti}}{\text{čas}}$ $a_{Px} = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} = \dfrac{v_{x2} - v_{x1}}{\Delta t}$ $[a_{Px}] = \mathrm{m/s^2} = \mathrm{m \cdot s^{-2}}$	Průměrné zrychlení určuje, jak se změnil vektor rychlosti za čas Δt. Závisí jen na počáteční a koncové rychlosti tělesa.
okamžité zrychlení – vektor (na ose x)	$\mathbf{a} = (a_x) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$ $[a_x] = \mathrm{m/s^2} = \mathrm{m \cdot s^{-2}}$	Zmenšujeme-li Δt k nule, blíží se průměrné zrychlení k jisté limitní hodnotě – okamžitému zrychlení.

V případě padajícího kamene vypočteme průměrné zrychlení například mezi druhou a třetí sekundou: $a_{Px} = (29{,}4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} - 19{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}) / 1\,\mathrm{s} = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ směrem dolů. Jaké bylo okamžité zrychlení kamene v nějakém bodě jeho pohybu, to z údajů na obrázku určit nelze. Můžeme si ale lehce spočítat, že průměrné zrychlení na všech úsecích je stejné (9,8 m·s^{-2} směrem dolů). To by nás mohlo vést k domněnce, že i okamžité zrychlení kamene je stále stejné $a_x = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. K tomuto poznání došel na základě svých experimentů jako první Galileo Galilei.

Příklad 2-3

Rekord v závodech dragsterů (viz obrázek 2-7) vytvořila Kitty O‘Neilová v roce 1977. Dosáhla tehdy rychlosti 628,9 km·h^{-1} za čas 3,72 s. Jaké bylo průměrné zrychlení jejího automobilu? Trať dragsterů je přímá, jde tedy o přímočarý pohyb.

Převedeme na základní jednotky: 628,9 km·h^{-1} = 174,7 m·s^{-1} a dosadíme

$$a_{Px} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{(174{,}7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}) - (0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}})}{3{,}72\,\mathrm{s}} = 47{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

Průměrné zrychlení automobilu bylo 47,0 m·s^{-2}. To je skoro pětkrát víc než zrychlení padajícího kamene.

Příklad 2-4

Vlak na přímé trati jede rychlostí 90 km·h^{-1}. Jaké musí být průměrné zrychlení vlaku, aby během 10 s zpomalil na 72 km·h^{-1}?

Převedeme jednotky: 90 km·h^{-1} = 25 m·s^{-1}, 72 km·h^{-1} = 20 m·s^{-1} a dosadíme

$$a_{Px} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{(20\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}) - (25\,\mathrm{m \cdot s^{-1}})}{10\,\mathrm{s}} = -0{,}50\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

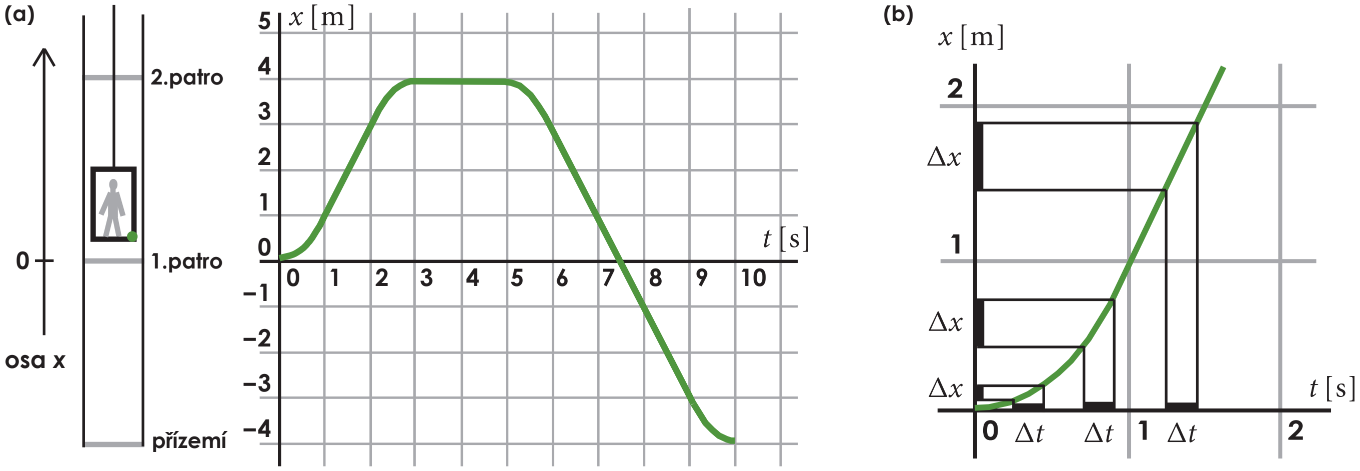
Průměrné zrychlení vlaku musí být –0,50 m·s^{-2}. Zrychlení tedy bude mít opačný směr než rychlost (viz poznámka vlevo).

2.5 Grafická analýza pohybu

Grafy jsou velmi užitečný nástroj nejen ve fyzice. Používáme je ke znázornění vztahů mezi veličinami. Velmi často se používají **grafy závislosti** nějaké veličiny **na čase.** V kinematice to budou poloha, okamžitá rychlost a zrychlení.

Vše si ukážeme na příkladu pohybu výtahu na obrázku 2-8. Kabinu výtahu budeme považovat za hmotný bod (zvolíme např. bod na podlaze výtahu). To můžeme udělat, neboť všechny body výtahu se pohybují stejnou rychlostí.

Polohu výtahu v závislosti na čase ukazuje následující graf:



Obrázek 2-8.
(a) Graf závislosti polohy výtahu na čase. Zaznamenáváme polohu zeleného bodu. Výtah vyjel do druhého patra, tam 2 s stál, pak sjel do přízemí a zastavil.
(b) Detailní pohled na první 2 s pohybu výtahu.
Třem stejným Δt odpovídají různá Δx – rychlost se mění.

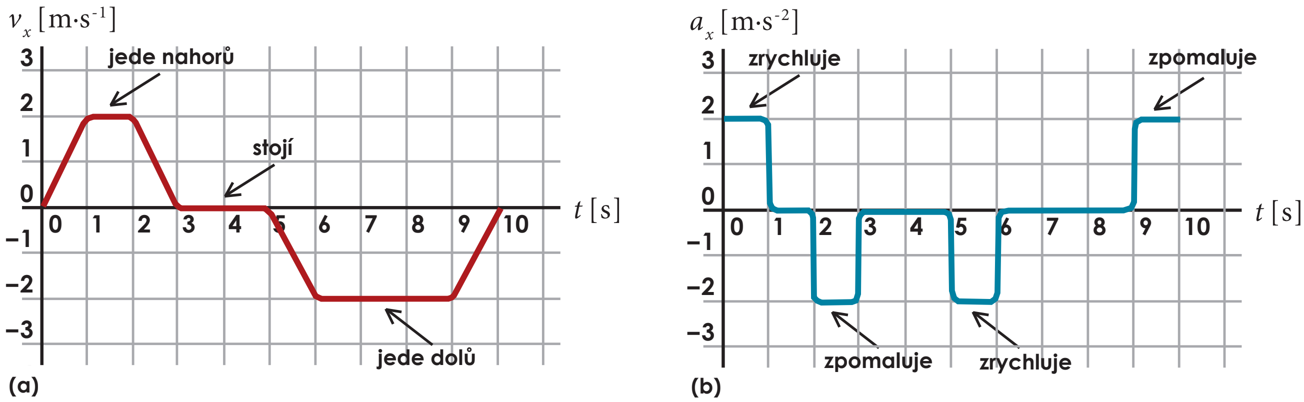
Můžeme z něj vyčíst tyto informace o pohybu výtahu:
0 s – 1 s … výtah se rozjíždí (pohybuje se se zrychlením směrem nahoru),
1 s – 2 s … výtah stoupá stálou rychlostí,
2 s – 3 s … výtah brzdí (pohybuje se se zrychlením, které směřuje dolů),
3 s – 5 s … výtah stojí (jeho poloha se nemění),
5 s – 6 s … výtah se rozjíždí (pohybuje se se zrychlením, které směřuje dolů),
6 s – 9 s … výtah klesá stálou rychlostí,
9 s – 10 s … výtah brzdí (jeho zrychlení směřuje nahoru).

Obrázek 2-8 b ukazuje, jak sklon křivky souvisí s rychlostí. Vidíme, že podíl $\Delta x/\Delta t$ určuje „průměrný“ sklon křivky. $\Delta x/\Delta t$ ale není nic jiného než průměrná rychlost tělesa na intervalu Δt. Přestože to prozatím neumíme matematicky přesně zdůvodnit, můžeme si domyslet, že **okamžitá rychlost** pak **bude určovat sklon křivky v daném bodě**. Jinak řečeno: Mění-li se sklon křivky, mění se i okamžitá rychlost tělesa. Naopak nemění-li se sklon křivky na nějakém úseku, nemění se ani rychlost, těleso se pohybuje stálou rychlostí. Tuto rychlost můžeme z grafu určit tak, že zjistíme příslušné Δx a Δt. V případě výtahu vidíme, že za druhou sekundu se výtah posunul o 2 m. Tedy $\Delta x/\Delta t = 2\,\mathrm{m}/1\,\mathrm{s} = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

Sklon křivky v bodě určíme jako sklon její tečny v tomto bodě. Sklon je definován jako úhel, který tečna svírá s osou x.

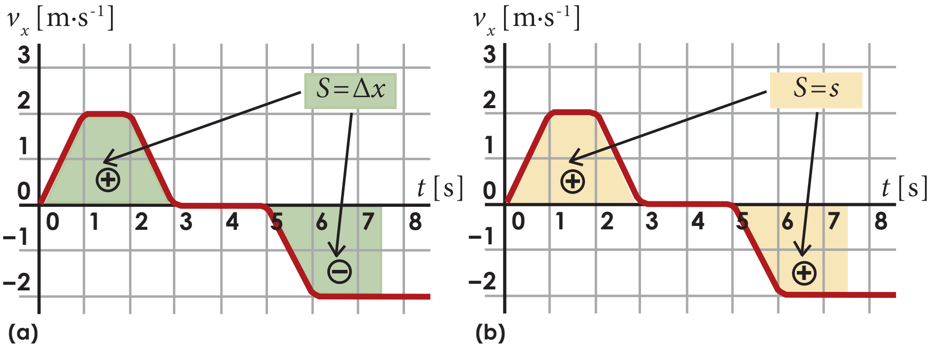
Nyní se můžeme podívat na zbývající dva grafy – rychlost a zrychlení výtahu v závislosti na čase (obrázek 2-9). Jejich podoba by nás neměla překvapit, neboť již z grafu pro polohu jsme určili, že rychlost výtahu ve druhé sekundě je $2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Při

Obrázek 2-9.
(a) Graf závislosti rychlosti výtahu na čase.
(b) Graf závislosti zrychlení výtahu na čase.



jízdě dolů (6 s až 9 s) má rychlost výtahu stejnou velikost jako při jízdě nahoru, ale opačný směr (proti směru osy x – tedy záporný). V úsecích, kde výtah zrychluje či zpomaluje, se jeho rychlost mění. Podobně jako v grafu pro polohu určovala rychlost ($\Delta x/\Delta t$) sklon křivky, bude nyní sklon křivky určovat zrychlení ($\Delta v_x/\Delta t$). Můžeme si například všimnout, že průměrné zrychlení výtahu během první sekundy je $\Delta v_x/\Delta t = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}/1\,\mathrm{s} = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. To ukazuje také poslední graf pro zrychlení.

Uveďme ještě jednu užitečnou vlastnost grafu pro rychlost. Můžeme z něj snadno určit posunutí tělesa. Platí totiž, že **plocha** S **pod křivkou** opatřená příslušným znaménkem **se rovná posunutí** Δx, jak ukazuje následující obrázek:



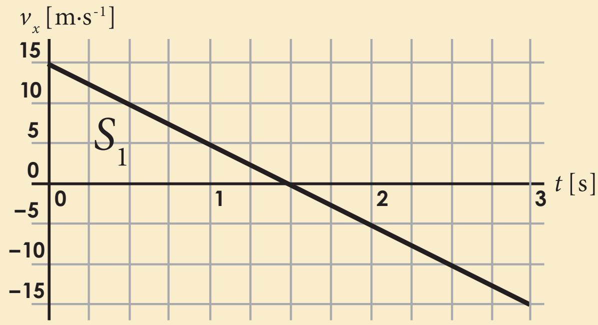
Obrázek 2-10.
(a) Změna polohy tělesa Δx je rovna ploše pod křivkou. Plochu, která je pod osou x, počítáme se záporným znaménkem.
(b) Uražená dráha s je rovna ploše vymezené křivkou. Plochu pod osou i nad osou x počítáme s kladným znaménkem.

V případě výtahu tedy z grafu odečteme, že ve vyznačeném intervalu 0 s až 7,5 s je posunutí $\Delta x = 0\,\mathrm{m}$ (plocha pod osou je právě tak velká jako plocha nad osou). To znamená, že za 7,5 s od startu bude výtah v počáteční poloze $x = 0\,\mathrm{m}$ (porovnejte s grafem pro polohu). Obrázek 2-10b ukazuje, jak z grafu určíme uraženou dráhu. Na uraženou dráhu nemá směr pohybu vliv, proto počítáme obě plochy s kladným znaménkem. Ve vyznačeném intervalu 0 s až 7,5 s je tak celková plocha vymezená křivkou $S = 8\,\mathrm{m}$. Tedy za 7,5 s od startu urazil výtah dráhu $s = 8\,\mathrm{m}$.

Příklad 2-5

Hráč baseballu vyhodil míč svisle nahoru a poté jej zase chytil. Graf ukazuje rychlost míče v závislosti na čase (osa x je orientovaná svisle nahoru). Určete z něj (a) jak vysoko míč vyletěl, (b) jakou urazil celkem dráhu, (c) průměrné zrychlení míče.

V grafu vidíme, že počáteční rychlost míče byla $15\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ směrem nahoru, poté se zmenšovala k nule. Bod, kdy $v_x = 0$, znamená bod obratu. Míč pak začal klesat zpět dolů (rychlost v_x změnila znaménko na záporné) až při rychlosti $15\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ směrem dolů dopadl do rukou hráče, proto:



(a) výška výstupu = obsah pravoúhlého trojúhelníka: $S_1 = 0{,}5 \cdot 15\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \cdot 1{,}5\,\mathrm{s} = 11{,}25\,\mathrm{m}$,

(b) celková dráha je rovna ploše vymezené celou křivkou, proto $s = 2\,S_1 = 22{,}5\,\mathrm{m}$,

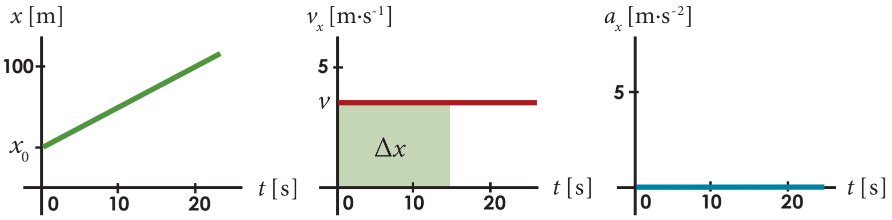
(c) průměrné zrychlení je $a_{Px} = \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} = -30\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}/3\,\mathrm{s} = -10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

2.6 Rovnoměrný pohyb

Už známe všechny kinematické veličiny a můžeme se proto podrobněji podívat na dva speciální případy přímočarého pohybu. Tím nejjednodušším je **rovnoměrný přímočarý pohyb**. Rovnoměrný znamená, že **velikost rychlosti** tělesa **se** během jeho pohybu **nemění**. Přímočarý znamená, že se nemění ani směr rychlosti. Celkově jde tedy o pohyb neměnnou rychlostí co do velikosti i směru. Zrychlení je proto nulové a průměrná rychlost je shodná s okamžitou na libovolném intervalu Δt.

Názornou představu o pohybu nám dávají grafy polohy, rychlosti a zrychlení v závislosti na čase. Tyto grafy pro rovnoměrný pohyb ukazuje obrázek 2-11.

$x(t) =$



Obrázek 2-11.
Grafy pro rovnoměrný pohyb. Poloha se mění rovnoměrně, rychlost je konstantní a zrychlení je nulové. Počáteční poloha sledovaného tělesa je x_0.

Z grafu pro rychlost můžeme určit změnu polohy za čas Δt – bude to plocha obdélníka o stranách v a Δt. Tedy $\Delta x = v\Delta t$. Při řešení úloh často víme, kde se těleso nachází na začátku pohybu (počáteční poloha x_0 v čase $t=0$) a zajímá nás jeho poloha v čase t. Můžeme proto psát, že pro rovnoměrný pohyb platí

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_x t.}$$

Používáme zde v matematice obvyklý zápis pro funkci x(*t*)=…. Tento zápis znamená, že x je funkce *t*. V našem případě čteme „poloha je funkce času“ nebo „poloha závisí na čase“.

Příklad 2-6

Sonda Voyager II byla vypuštěna ze Země v roce 1977. V roce 1989 dorazila k planetě Neptun, jejíž vzdálenost od Slunce je přibližně 4 500 miliónů km. Od té doby se Voyager neustále vzdaluje od Slunce stálou rychlostí o velikosti přibližně 16 km·s^{-1} vůči Slunci. Pohyb Voyageru můžeme v této fázi letu považovat za rovnoměrný a přímočarý.
(a) V jaké vzdálenosti od Slunce se Voyager nacházel v roce 2007?
(b) Napište předpis pro funkci $x(t)$ vyjadřující vzdálenost sondy od Slunce x v závislosti na čase t. Pomocí získaného vztahu vypočtěte, jaký rok odpovídá vzdálenosti $x = 150$ miliónů km, což je vzdálenost Země od Slunce.

(a) Od roku 1989 do 2007 uplynulo 18 roků = 18·365·24·3600 s. Za tu dobu sonda urazila vzdálenost $s = vt = 16\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}\cdot 18\cdot 365\cdot 24\cdot 3600\,\mathrm{s} = 9{,}1\cdot 10^9\,\mathrm{km}$. Celková vzdálenost od Slunce v roce 2007 je tak $(9{,}1 + 4{,}5)\cdot 10^9$ km ≐ $13{,}6\cdot 10^9$ km.
(b) Použijeme rovnici pro rovnoměrný pohyb $x(t) = x_0 + vt$ a dostaneme

$$x(t) = 4500\cdot 10^6\,\mathrm{km} + (16\,\mathrm{km\cdot s^{-1}})\cdot t,$$

kde t je čas od opuštění Neptunu v sekundách. Rovnici můžeme ještě upravit do výhodnějšího tvaru $x(t) = 4500\cdot 10^6\,\mathrm{km} + 16\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}\cdot(T-1989)\cdot 365\cdot 24\cdot 3600\,\mathrm{s}$, kde T je aktuální rok. Dosadíme-li nyní do rovnice $x(T) = 150\cdot 10^6$ km, vyjde nám $T = 1980$. Proč nevyšel přesně rok 1977, což by odpovídalo startu sondy ze Země?

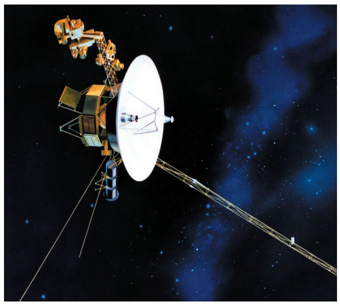
Příklad 2-7

Zloděj v autě ujíždí po dálnici od benzínové pumpy stálou rychlostí 40 m·s^{-1}. V okamžiku, kdy je jeho vzdálenost od pumpy 1,5 km, vyráží za ním policisté stálou rychlostí 45 m·s^{-1}. Za jak dlouho a v jaké vzdálenosti od pumpy doženou policisté zloděje?

Osa x bude mít počátek u pumpy. Čas budeme počítat od okamžiku, kdy vyrazil na cestu policejní vůz. V tomto čase ($t = 0$ s) je už zloděj v poloze $x_0 = 1500$ m.

Víte, že…

Vesmírné sondy Voyager I a Voyager II (viz obrázek) byly vypuštěny v roce 1977 a od té doby postupně navštívily Jupiter, Saturn, Uran a Neptun. Od roku 1998 je Voyager I nejvzdálenějším lidským výtvorem ve vesmíru. Překonal hranice sluneční soustavy a stále pokračuje ve svém letu do mezihvězdného prostoru. Informace z těchto vzdálených končin nám bude sonda posílat přibližně do roku 2020, kdy jí dojde energie.



Obrázek 2-12. Sonda Voyager II.

Pro polohu zloděje x_Z proto bude platit rovnice (v_{Zx} je rychlost zloděje)

$$x_Z(t) = x_0 + v_{Zx} t$$

a pro polohu policejního auta (v_{Px} je rychlost policistů)

$$x_P(t) = v_{Px} t.$$

Čas, kdy policisté doženou zloděje, poznáme tak, že jejich poloha x_P bude stejná, jako poloha zloděje x_Z, tedy

$$x_0 + v_{Zx} t = v_{Px} t.$$

Z této rovnice vyjádříme neznámou t a dostaneme

$$t = \frac{x_0}{v_{Px} - v_{Zx}} = \frac{1\,500}{45 - 40}\,\mathrm{s} = 300\,\mathrm{s} = 5\,\mathrm{minut}.$$

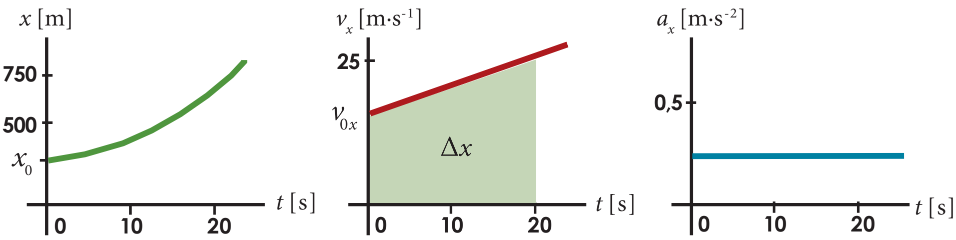
Zbývá určit polohu aut v čase $t = 300\,\mathrm{s}$. Zjistíme ji dosazením do jedné z rovnic pro polohu: $x_P(t = 300\,s) = v_{Px} t = 45\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 300\,\mathrm{s} = 13\,500\,\mathrm{m}$ (dosazením $t = 300\,\mathrm{s}$ do rovnice pro x_Z můžete výsledek snadno ověřit).

Zloděj tedy bude dopaden za 5 minut ve vzdálenosti 13,5 km od pumpy.

2.7 Rovnoměrně zrychlený pohyb

Ve skutečnosti se mnohem častěji setkáváme s pohybem **nerovnoměrným.** Velikost rychlost tělesa nezůstává konstantní, ale mění se. Vzpomeňme si na příklad padajícího kamene – jeho rychlost se zvětšovala. Podobně výtah nebo auto se rozjíždí a brzdí, pohybují se s nenulovým zrychlením.

Nerovnoměrný pohyb může být velmi složitý, i zrychlení tělesa se může měnit. My se ale nyní zaměříme na častý případ nerovnoměrného pohybu – přímočarý pohyb s konstantním zrychlením, neboli **rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb**. Nejlepší představu o něm získáme opět pomocí grafů:



Obrázek 2-13.
Grafy pro rovnoměrně zrychlený pohyb. Zrychlení je konstantní, rychlost se mění rovnoměrně, poloha se mění stále rychleji.

Pro řešení úloh o rovnoměrně zrychleném pohybu budeme potřebovat rovnice pro rychlost a polohu tělesa v závislosti na čase. Začneme rovnicí pro rychlost. Můžeme využít toho, že při rovnoměrně zrychleném pohybu je okamžité zrychlení shodné se zrychlením průměrným. Proto můžeme napsat, že

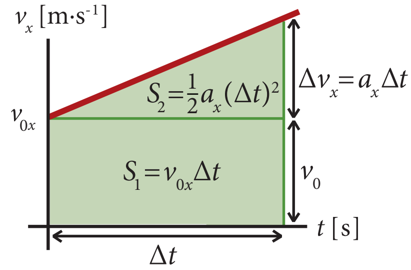
$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \text{(pro libovolné } \Delta t\text{)},$$

a odtud vyjádřit změnu rychlosti tělesa jako $\Delta v_x = a_x \Delta t$. Je-li v_{0x} počáteční rychlost tělesa v čase $t = 0$, dostaneme vztah pro rychlost tělesa v libovolném pozdějším čase t:

$$\boxed{v_x(t) = v_{0x} + a_x t.}$$

Pozor – záporné zrychlení nemusí vždy znamenat, že těleso zpomaluje. Rozhodující je, zda má zrychlení stejný či opačný směr jako rychlost. Zkuste se vrátit k příkladu o pohybu výtahu a promyslet všechny možnosti.

Všimněte si, jak tento vztah souhlasí s grafem na obrázku 2-14. V čase $t = 0$ je rychlost tělesa v_{0x} a pak roste rovnoměrně (lineárně) podle toho, jakou hodnotu má zrychlení a_x. Zrychlení může být také záporné. Promyslete si sami, jak se pro záporné zrychlení změní grafy na obrázku 2-14. Při záporném zrychlení a kladné počáteční rychlosti se bude velikost rychlosti zmenšovat, těleso se bude „zpomalovat“. Někdy se proto takový pohyb nazývá rovnoměrně zpomalený.



Obrázek 2-14.
Změnu polohy tělesa určíme jako plochu pod grafem rychlosti. Tu spočítáme jako součet ploch vyznačeného obdelníka a pravoúhlého trojúhelníka.

Nyní odvodíme vztah pro polohu tělesa v závislosti na čase. Budeme postupovat podobně jako u rovnoměrného pohybu. Z grafu pro rychlost můžeme určit změnu polohy za čas Δt – tentokrát to bude plocha lichoběžníka. K jejímu určení nám pomůže obrázek 2-14. Lichoběžník je složen z obdélníka a pravoúhlého trojúhelníka, proto

$$\Delta x = S = S_1 + S_2 = v_{0x}\Delta t + \tfrac{1}{2}a_x(\Delta t)^2.$$

Doplníme-li, že poloha v čase $t=0$ je x_0, pak můžeme napsat, že poloha tělesa v čase t bude

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_{0x}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2.}$$

Všimněte si, že pro $a_x=0$ poslední člen vypadne a dostaneme vztah pro rovnoměrný pohyb.

Při dosazování do rovnice musíme dávat pozor na znaménka veličin vzhledem ke zvolené vztažné soustavě. Směřuje-li například zrychlení proti směru osy x, nesmíme zapomenout na záporné znaménko.

Zarámovaný vztah spolu s předchozím vztahem pro rychlost jsou velmi důležité, obsahují veškeré informace o rovnoměrně zrychleném pohybu. Známe-li zrychlení a_x (které se během pohybu nemění) a počáteční hodnoty polohy (x_0) a rychlosti (v_{0x}), můžeme určit polohu a rychlost tělesa v libovolném okamžiku t. Tato dvojice rovnic je pro nás dostatečnou výbavou pro vyřešení všech úloh o rovnoměrně zrychleném pohybu. Připomeňme, jak je vhodné při jejich řešení postupovat:

1. Zvolíme vhodně vztažnou soustavu – osu x.
2. Vypíšeme všechny známé veličiny a jejich hodnoty (ve správných jednotkách) a označíme neznámé veličiny.
3. Sestavíme jednu (v případě 1 neznámé) nebo obě (v případě dvou neznámých) z výše uvedených rovnic a ty vyřešíme, tj. vyjádříme neznámé veličiny.
4. Dosadíme hodnoty známých veličin a (pomocí kalkulačky) vypočteme číselný výsledek. Zkontrolujeme jednotky a správně zaokrouhlíme. Nakonec ověříme, zda číselný výsledek zhruba odpovídá realitě, zda je „rozumný“.

Příklad 2-8

Francouzský vlak TGV se pohybuje po přímém úseku své trati rychlostí o velikosti 270 km·h^{-1}. Před zatáčkou však musí zpomalit: po dobu 25 sekund brzdí se zrychlením o velikosti 0,8 m·s^{-2}. Na jakou hodnotu se zmenší jeho rychlost? Jakou přitom urazí dráhu?

Osu x zvolíme po směru jízdy vlaku s počátkem v místě, kde vlak začíná brzdit (díky tomu je počáteční poloha $x_0 = 0$ m). Známe zrychlení $a_x = -0{,}8$ m·s^{-2} a počáteční rychlost $v_{0x} = 270$ km·h^{-1} = 75 m·s^{-1}. Použijeme nejprve rovnici pro rychlost a dosadíme:

$$v_x = v_{0x} + a_x t = v_x(t=25\,\mathrm{s}) = 75\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} - 0{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}\cdot 25\,\mathrm{s} = 55\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \doteq 200\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}.$$

Zbývá určit polohu vlaku v čase $t = 25$ s:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 0\,\mathrm{m} + 75\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\cdot 25\,\mathrm{s} - 0{,}5\cdot 0{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}\cdot(25\,\mathrm{s})^2 = 1875\,\mathrm{m} - 250\,\mathrm{m} \doteq 1{,}6\,\mathrm{km}$$

Vlak za 25 s zpomalí na 200 km·h^{-1} a urazí přitom dráhu 1,6 km.

Obrázek 2-15.
Francouzský vlak TGV dosahuje rychlosti kolem 300 km·h^{-1}.

Obrázek 2-16. Pomůcka pro měření volného pádu. Kameny jsou navázány na dlouhém provázku. Čísla udávají vzdálenost od spodního kamene v libovolných jednotkách.

Víte, že...

Dnes můžeme dobu pádu měřit s velkou přesností. V 16. století však stopky či jiná přesnější měřidla času neexistovala. Dá se tedy i bez stopek ověřit, že předměty padají s konstantním zrychlením? Stačí nám k tomu dlouhý provázek, na který navážeme kameny nebo třeba větší matičky ve vzdálenostech vyznačených na obrázku 2-16. Po upuštění pak stačí poslouchat dopady kamenů na zem. Opakují-li se v pravidelných intervalech (to poznáme i bez stopek), jde o rovnoměrně zrychlený pohyb. Dokážete vysvětlit proč?

Příklad 2-9

Startující tryskové letadlo musí mít před vzlétnutím rychlost alespoň $360\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. S jakým nejmenším konstantním zrychlením musí letadlo startovat, je-li délka rozjezdové dráhy na letišti $1800\,\mathrm{m}$?

Počátek osy x zvolíme v místě startu letadla. Známe počáteční rychlost letadla $v_{0x} = 0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a také jeho rychlost na konci rozjezdové dráhy – označíme $v_{\mathrm{K}x} = 360\ \mathrm{km{\cdot}h^{-1}} = 100\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Známe délku rozjezdové dráhy $d = 1800\,\mathrm{m}$. Budeme předpokládat, že celou dobu se letadlo pohybuje s konstantním zrychlením a_x. Nyní můžeme sestavit rovnice. Díky nulovým počátečním hodnotám x_0 a v_{0x} se rovnice zjednoduší na tvar:

$$v_x(t) = a_x t \quad \text{a} \quad x(t) = \tfrac{1}{2} a_x t^2.$$

Na konci rozjezdové dráhy o délce d musí být rychlost letadla $v_{\mathrm{K}x}$, proto

$$v_{\mathrm{K}x} = a_x t \quad \text{a} \quad d = \tfrac{1}{2} a_x t^2.$$

To je soustava dvou rovnic o dvou neznámých a_x a t. Vyřešíme ji vyjádřením t z první rovnice a dosazením do druhé, abychom nakonec dostali hledané zrychlení a_x.

$$d = \frac{1}{2} a_x \left(\frac{v_{\mathrm{K}x}}{a_x}\right)^2 = \frac{v_{\mathrm{K}x}^2}{2a_x}.$$

Odtud vyjádříme velikost zrychlení a_x:

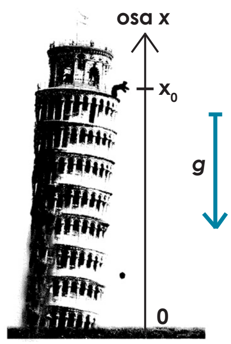
$$a_x = \frac{v_{\mathrm{K}x}^2}{2d} = \frac{(100\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}})^2}{2\cdot 1800\,\mathrm{m}} \doteq 2{,}78\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Tuto kapitolu jsme začínali připomínkou Galilea Galileiho a jeho pokusů s pádem těles. K jakému závěru tedy došel? Galileo jako první poznal, že všechna tělesa v blízkosti povrchu Země padají se stejným, konstantním zrychlením. Nezáleží na jejich tvaru ani hmotnosti. Ani na výšce, ze které jsou puštěna. Ovšem pouze za předpokladu, že odpor vzduchu je zanedbatelný. To je většinou dobře splněno u malých a těžkých těles, dokud nedosáhnou příliš velké rychlosti. Zrychlení volně padajících těles budeme nazývat **gravitačním zrychlením** a značit písmenem $\boldsymbol{g}$. Ve skutečnosti není toto zrychlení na různých místech na Zemi přesně stejně velké, ale pohybuje se mezi $9{,}78\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ a $9{,}83\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Proč tomu tak je, se dozvíte v kapitole o gravitaci. Zatím budeme počítat s průměrnou hodnotou $9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, případně zaokrouhlenou hodnotou $10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

Volný pád je tedy dalším příkladem rovnoměrně zrychleného pohybu. Proto na závěr kapitoly vyřešíme následující příklad.

Příklad 2-10

Galileo Galilei prý zkoumal pád těles na šikmé věže v Pise. Představte si na chvíli, že jste se ocitli v jeho roli, vystoupali jste na věž do výšky 25 m nad zemí a chystáte se ověřit hypotézu o volném pádu těles. Jaká bude očekávaná poloha tělesa za 1,0 s od upuštění? Za 2,0 s od upuštění? Za jak dlouho dopadne těleso na zem? Jaká bude jeho rychlost při dopadu?



Osu x zvolíme dle obrázku. Sestavíme rovnici pro polohu tělesa v závislosti na čase:

$$x(t) = x_0 + \tfrac{1}{2} g_x t^2.$$

Nesmíme zapomenout, že gravitační zrychlení směřuje dolů, proti směru osy x, proto do rovnice musíme správně dosadit $g_x = -9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Počáteční polohu tělesa známe, je to výška nad zemí $x_0 = 25\,\mathrm{m}$.
Můžeme tedy hned dosadit za t a vypočítat polohu na konci první a druhé sekundy:

$$x(t{=}1\mathrm{s}) = \left(25 - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\cdot 1^2\right)\mathrm{m} \doteq 20\,\mathrm{m}, \qquad x(t{=}2\mathrm{s}) = \left(25 - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\cdot 2^2\right)\mathrm{m} \doteq 5{,}4\,\mathrm{m}.$$

Nyní zjistíme, za jak dlouho dopadne těleso na zem. Stačí vyjádřit z rovnice pro polohu neznámou t. Víme, že v okamžiku dopadu musí být poloha tělesa $x(t) = 0\,\mathrm{m}$. Proto

$$0 = x_0 + \frac{1}{2}g_x t^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2x_0}{-g_x}} = 2{,}26\,\mathrm{s} \doteq 2{,}3\,\mathrm{s}.$$

Nakonec určíme rychlost tělesa při dopadu. Jednoduše vypočteme rychlost tělesa v čase dopadu $t = 2{,}26\,\mathrm{s}$:

$$v_x(t{=}2{,}26\,\mathrm{s}) = g_x t = (9{,}8\cdot 2{,}26)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \doteq -22\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Rychlost v_x vyšla záporná, a to jsme očekávali, neboť směřuje dolů – proti směru osy x. Na závěr dodejme, že při provádění experimentu bychom naměřili čas dopadu o něco větší a rychlost o něco menší, než jsme vypočítali, a to díky odporu vzduchu. Jeho vliv však *zatím* spočítat neumíme.

Otázky

1
(a) Proč nahrazujeme skutečná tělesa hmotnými body?
(b) Uveďte příklady situací (pohybů), kdy můžeme a kdy naopak nemůžeme nahradit vesmírnou sondu hmotným bodem.

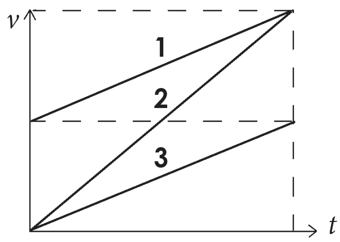
2
Vysvětlete rozdíl mezi
(a) polohou a posunutím,
(b) průměrnou rychlostí a průměrnou velikostí rychlosti,
(c) průměrnou a okamžitou rychlostí,
(d) průměrným a okamžitým zrychlením.

3
Vozík se pohybuje podél osy x. Určete směr jeho zrychlení pohybuje-li se (a) v kladném směru osy x a velikost jeho rychlosti roste, (b) v záporném směru osy x a velikost jeho rychlosti roste a (c) v kladném směru osy x a velikost jeho rychlosti klesá.

4
Ke každé z následujících možností uveďte konkrétní příklad odpovídajícího přímočarého pohybu (např. „*vlak jede stálou rychlostí po přímých kolejích*“), nebo napište „*nelze*“.
(a) Rychlost tělesa se mění a zrychlení je konstantní.
(b) Směr pohybu tělesa se změní v opačný a jeho zrychlení je konstantní.
(c) Rychlost tělesa je konstantní a zrychlení je nenulové.
(d) Rychlost tělesa je záporná a zrychlení je kladné.

5
Řidič byl na konci obce zastaven policistou. Ten mu oznámil: „Pane řidiči, jel jste devadesát!“ Ale řidič se bránil: „Nevím, co myslíte: průměrnou rychlost, okamžitou, či její velikost? A v jaké vztažné soustavě?“ Pomozte policistovi opravit jeho výrok, aby byl přesný a správný.

6
Graf znázorňuje závislost velikosti rychlosti tří těles na čase. Vyberte správné tvrzení.



(a) Těleso 1 urazilo stejnou dráhu jako těleso 3.
(b) Těleso 2 se pohybovalo nejdéle.
(c) Těleso 2 urazilo největší dráhu.
(d) Těleso 2 se pohybovalo rovnoměrným pohybem.
(e) Těleso 1 urazilo největší dráhu.

7
Sestavte tabulku o čtyřech polích, shrnující všechny rovnice pro přímočarý pohyb. V prvním řádku budou rovnice pro rychlost, v druhém pro polohu. Ve sloupcích budou pro pohyb rovnoměrný a rovnoměrně zrychlený.

8
Z horkovzdušného balónu stoupajícího se zrychlením $2\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ vypadlo jablko. Určete jeho zrychlení vzhledem k zemi. Určete jeho rychlost bezprostředně po upuštění, je-li v tom okamžiku rychlost balónu $4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ směrem nahoru.

9
Dítě upustilo z balkónu dva stejné míče v časovém odstupu 1 s. Určete:
(a) zda se bude během pádu míčů vzdálenost mezi nimi zmenšovat, zvětšovat, nebo zůstane stejná,
(b) za jak dlouho po dopadu prvního míče dopadne na zem druhý míč.
Odpor vzduchu neuvažujte.

Úlohy

1
Rychlík ujel mezi dvěma stanicemi dráhu 7,5 km za 5 minut. Určete průměrnou velikost jeho rychlosti v $m \cdot s^{-1}$ a v $km \cdot h^{-1}$.
[25 $m \cdot s^{-1}$, 90 $km \cdot h^{-1}$]

2
Vypočtěte, za jak dlouho doletí světlo na Zemi
(a) ze Slunce, které je od Země vzdáleno $150 \cdot 10^6$ km [8,3 s],
(b) z druhé nejbližší hvězdy Proxima Centauri, která je od nás vzdálená čtyři světelné roky?

3
O kolik minut se zkrátila doba jízdy po dálnici z Brna do Prahy po zvýšení rychlostního limitu ze 110 na 130 $km \cdot h^{-1}$ za předpokladu, že řidič jede celou dobu maximální povolenou rychlostí?
[asi o 20 min.]

4
Carl Lewis uběhne sprinterskou trať 100 m přibližně za 10 s. Bill Rodgers dokáže absolvovat maraton (42 km a 194 m) za 2 h 10 min. Jaké jsou průměrné velikosti rychlostí obou běžců? Jak dlouho by Lewis běžel maraton, kdyby vydržel po celou dobu sprintovat?
[v_1=10 $m \cdot s^{-1}$, v_2=5,41 $m \cdot s^{-1}$, přibližně 1h 10 min]

5
Cyklista vyjel po silnici z města na kopec rychlostí 10 $km \cdot h^{-1}$. Poté se vrátil stejnou cestou zpět do města rychlostí 30 $km \cdot h^{-1}$.
(a) Určete průměrnou rychlost cyklisty. [0 $km \cdot h^{-1}$]
(b) Určete průměrnou velikost rychlosti cyklisty. [15 $km \cdot h^{-1}$]

6
Výtah vyjel o pět pater nahoru za 25 s. Pak 50 s stál a poté za 15 s sjel o tři patra. Výškový rozdíl mezi patry je 3 m.
(a) Určete průměrnou rychlost výtahu při jízdě nahoru.
[směr nahoru, velikost 0,6 $m \cdot s^{-1}$]
(b) Určete průměrnou rychlost výtahu při jízdě nahoru + stání.
[směr nahoru, velikost 0,2 $m \cdot s^{-1}$]
(c) Určete celkovou průměrnou rychlost výtahu.
[směr nahoru, velikost 0,1 $m \cdot s^{-1}$]
(d) Určete celkovou průměrnou velikost rychlosti výtahu.
[0,27 $m \cdot s^{-1}$]

7
Pohyb výtahu je zaznamenán následující tabulkou.

0s – 10s	stojí
10s – 15s	zrychluje směrem nahoru, a=1 $m \cdot s^{-2}$
15s – 30s	stoupá konstantní rychlostí
30s – 35s	zpomaluje, a=1 $m \cdot s^{-2}$
35s – 40s	stojí
40s – 45s	zrychluje směrem dolů, a=1 $m \cdot s^{-2}$
45s – 60s	klesá konstantní rychlostí

Dopočítejte potřebné údaje a nakreslete grafy $x(t)$ a $v_x(t)$.

8
Řidič-pirát projel obcí po silnici dlouhé 600 m za 24 sekund. Poté jel ještě 50 sekund rychlostí 100 $km \cdot h^{-1}$ ke křižovatce, kde ho zastavili policisté. Jaká byla průměrná velikost rychlosti řidiče v obci? Na celém úseku? Jaká byla jeho maximální rychlost v obci?
[v obci 90 $km \cdot h^{-1}$, celkem 97 $km \cdot h^{-1}$]

9
Jak hluboká je studna, jestliže volně puštěný kámen dopadne na její dno za 1,4 s? Zanedbejte odpor vzduchu.
[h = 10 m]

10
Dvě zastávky metra jsou vzdálené 1100 m. Souprava se první polovinu cesty rozjíždí s konstantním zrychlením 1,2 $m \cdot s^{-2}$ a ve druhé polovině brzdí se stejně velkým zrychlením. Jaký je celkový čas jízdy mezi stanicemi? Jaká je maximální rychlost soupravy? Nakreslete grafy závislosti $x(t)$ a $v_x(t)$.
[t =1 min, v_{max}=36 $m \cdot s^{-1}$]

11
Na kvalitní suché silnici může automobil brzdit se zrychlením o velikosti 4,9 $m \cdot s^{-2}$. Za jak dlouho automobil zastaví, je-li jeho počáteční rychlost 90 $km \cdot h^{-1}$? Jak dlouhá bude brzdná dráha? Pádu z jaké výšky by odpovídal čelní náraz tohoto auta do betonové zdi? Nakreslete graf závislosti $x(t)$ a $v_x(t)$.
[t =5,1 s, s=63 m, pádu z výšky asi 30 m]

12
Kapka deště dopadá na zem z mraku ve výšce 2 700 m. Jakou rychlostí by dopadla, kdyby její pohyb nebyl brzděn odporem vzduchu? Můžeme odpor vzduchu v tomto případě zanedbat?
[230 $m \cdot s^{-1}$, nemůžeme]

13
Jakou rychlostí musí Ivan svisle vyhodit klacek, aby dosáhl výšky 20 m? Za jak dlouho dopadne klacek zpět na zem? Odpor vzduchu neuvažujte.
[20 $m \cdot s^{-1}$, 4 s]

14
Uličníci hází kameny z mostu, který je vysoký 30 metrů. Počáteční rychlost kamene je 6 $m \cdot s^{-1}$ směrem dolů. Za jak dlouho dopadne kámen na zem? Jaká bude jeho rychlost při dopadu? Odpor vzduchu zanedbejte.
[t = 1,9 s, v = 10 $m \cdot s^{-1}$]

15
Kosmická loď se pohybuje s konstatním zrychlením 9,8 $m \cdot s^{-2}$. Za jak dlouho dosáhne loď jedné desetiny rychlosti světla, startuje-li z klidu? Jakou dráhu přitom urazí?
[asi za 35 dnů, urazí přitom $4{,}6 \cdot 10^{13}$ m]

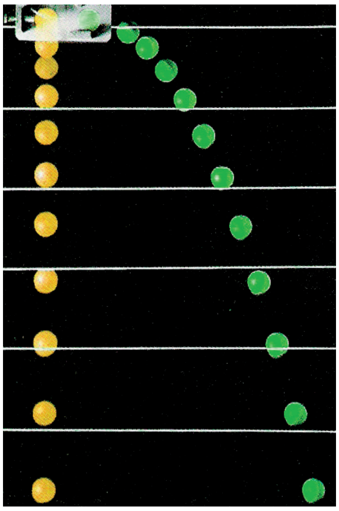
16

Strojvůdce rychlíku jedoucího rychlostí 108 km·h^{-1} spatří před sebou ve vzdálenosti 180 m nákladní vlak jedoucí stejným směrem rychlostí 32,4 km·h^{-1}. Rychlík začne brzdit se zrychlením o velikosti 1,2 m·s^{-2}. Dojde ke srážce?
[Ano]

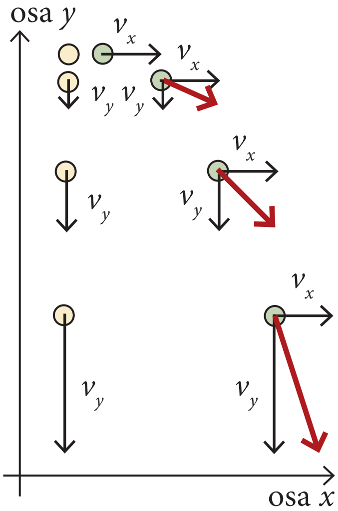
Kapitola 3

Křivočarý pohyb

Obrázek 3-1.
(a) Stroboskopický snímek souběžného pádu dvou míčků.



(b) Zakreslení složek rychlosti míčků nám umožní pochopit jejich pohyb.



Cíle

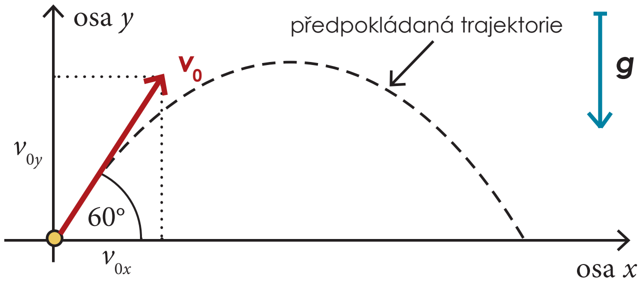
1. **Dozvíte se, jak s využitím znalostí o vektorech popsat křivočarý pohyb tělesa v gravitačním poli – šikmý vrh.**
2. **Poznáte význam polohy, rychlosti a zrychlení jako vektorů v rovině či v prostoru. Dozvíte se, jaký je význam tečného a normálového zrychlení při křivočarém pohybu.**
3. **Seznámíte se s rovnoměrným pohybem po kružnici a veličinami, které jej popisují. Naučíte se počítat dostředivé zrychlení.**
4. **Naučíte se, jak se skládají rychlosti a jak to souvisí s teorií relativity.**

3.1 Šikmý vrh

Každý někdy sledoval pohyb baseballového míčku po odpalu nebo let skokana na lyžích. Tyto pohyby mají hodně společného s volným pádem, o kterém jsme mluvili v druhé kapitole. Připomeňme si, k čemu jsme dospěli v odstavci 2.7: „Těleso volně vypuštěné v blízkosti povrchu Země padá se stálým zrychlením, je-li odpor vzduchu dostatečně malý. Toto **gravitační zrychlení $\mathbf{g}$** je pro všechna tělesa stejné.“

Sledujme nyní stroboskopický záznam pohybu dvou míčků na obrázku 3-1. Žlutý míček byl volně vypuštěn (padá volným pádem), zatímco zelený byl ve stejném okamžiku vystřelen určitou rychlostí ve vodorovném směru. Vidíme, že y-ová souřadnice obou míčků je v každém okamžiku stejná. **Skutečnost, že se jeden míček současně pohybuje i ve vodorovném směru, nijak neovlivňuje jeho pohyb ve svislém směru**. Podobně by to dopadlo i v případě vodorovného výstřelu z pušky. Vypadne-li nábojnice ve stejný okamžik ze stejné výšky jako z ní vodorovně vyletí střela, musí také současně dopadnout na zem, přestože jsou od sebe již desítky metrů daleko. Podobnými pokusy se můžeme přesvědčit, že nejen volně vypuštěná tělesa, ale i tělesa vypuštěná s libovolnou počáteční rychlostí $\mathbf{v}_0$, se pohybují v gravitačním poli se stálým zrychlením $\mathbf{g}$ po celou dobu svého pohybu. Takový pohyb nazýváme obecně **šikmým vrhem.** Má-li počáteční rychlost vodorovný směr, jako je tomu na obrázku 3-1, jde o speciální případ – **vodorovný vrh**. Vodorovný vrh se tedy od volného pádu liší pouze tím, že se těleso navíc pohybuje konstantní rychlostí ve vodorovném směru.

Nyní se můžeme pustit do matematického popisu **šikmého vrhu**. Budeme sledovat pohyb baseballového míčku, který byl vystřelen počáteční rychlostí $\mathbf{v}_0$ o velikosti $18\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ pod **elevačním úhlem** 60° (viz obrázek 3-2). Vztažnou soustavu volíme co nejjednodušeji, tedy s počátkem v místě výstřelu, osou x vodorovnou a osou y svislou. Nejprve bude nutné najít složky vektorů $\mathbf{v}_0$ a $\mathbf{g}$ ve zvolené vztažné soustavě. Využijeme k tomu našich znalostí počítání s vektory, která jsme získali v první kapitole.



Obrázek 3-2. **Pohyb míčku při šikmém vrhu. Obrázek obsahuje všechny důležité údaje – počáteční rychlost, elevační úhel a také volbu vztažné soustavy. Křivka, po které se těleso pohybuje, se nazývá trajektorie.**

Pomocí obrázku určíme, že

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = 18\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \cdot \cos 60° \doteq 9{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}},$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha = 18\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \cdot \sin 60° \doteq 16\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}},$$

$$g_x = 0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}},$$

$$g_y = -9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Nyní využijeme toho, že skutečný pohyb tělesa můžeme v daném případě rozložit na dva nezávislé pohyby, ve vodorovném a ve svislém směru. Pohyb míčku tedy budeme sledovat zvlášť v x-ové a v y-ové souřadnici.

Možnost řešit rovnice pro jednotlivé souřadnice polohy tělesa odděleně není obecná. Ve složitějších případech křivočarého pohybu kdy zrychlení závisí na poloze, ale i rychlosti tělesa, tento „rozklad“ není možný. Příkladem takové situace je třeba pohyb nabité částice v magnetickém poli.

Víme, že $g_x = 0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, proto ve směru osy x jde o rovnoměrný pohyb s počáteční rychlostí $v_{0x} = 9\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a počáteční polohou $x_0 = 0\,\mathrm{m}$, který je popsaný rovnicí

$$x(t) = v_{0x} t.$$

Ve svislém směru jde o pohyb rovnoměrně zrychlený se zrychlením $g_y = -9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, počáteční rychlostí $v_{0y} = 16\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a počáteční polohou $y_0 = 0$, který je popsaný rovnicí

$$y(t) = v_{0y} t + \tfrac{1}{2} g_y t^2.$$

Protože velikost gravitačního zrychlení (kladné číslo) označujeme g, můžeme druhou rovnici přepsat trochu stručněji. Dohromady pak dostaneme

$$\boxed{x(t) = v_{0x} t \quad \text{a} \quad y(t) = v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2.}$$

To jsou **rovnice trajektorie šikmého vrhu**. Tyto rovnice, jak se dozvíte později v matematice, určují docela jednoduchou křivku – parabolu. Můžeme tedy učinit obecný závěr, že **těleso se při šikmém vrhu pohybuje po parabole.**

Nyní můžeme z rovnic vypočítat dolet míčku. Je to vodorovná vzdálenost, kterou míček urazí, než dopadne na zem. V čase dopadu t_D proto musí platit, že $y(t_\mathrm{D}) = 0$ (míček je na zemi). Z této podmínky můžeme určit čas dopadu t_D:

$$0 = v_{0y} t_\mathrm{D} - \tfrac{1}{2} g t_\mathrm{D}^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = t_\mathrm{D}(v_{0y} - \tfrac{1}{2} g t_\mathrm{D}).$$

Tato kvadratická rovnice s neznámou t_D má dva kořeny: $t_\mathrm{D} = 0$ a $t_\mathrm{D} = 2v_{0y}/g$. První kořen není chyba, ale výsledek, odpovídající počátečnímu bodu (i zde totiž platí $y = 0$). Druhý kořen je hledaný čas dopadu. Dolet D získáme jako x-ovou souřadnici míčku v čase dopadu

$$D = x(t_D) = v_{0x} t_D = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g} = \frac{2 \cdot 9\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 15{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}} = 28{,}6\,\mathrm{m}.$$

Vztah pro dolet můžeme ještě upravit tak, že složky v_{0x} a v_{0y} vyjádříme pomocí v_0 a elevačního úhlu α. Dostaneme tak, že

Při poslední úpravě vztahu jsme použili matematický vzorec

$$2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin(2\alpha).$$

Našli byste ho v běžných matematických tabulkách a odvodíte jej později v matematice.

$$\boxed{D = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g} = \frac{2 v_0^{\,2} \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^{\,2} \sin 2\alpha}{g}.}$$

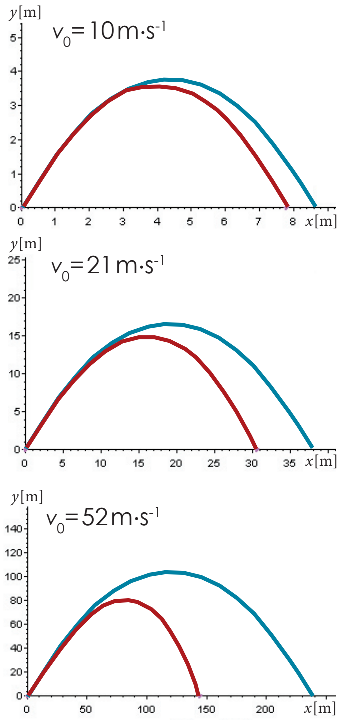
Takto upravený vztah nám umožňuje odpovědět na další velice zajímavou otázku, kterou by nám hráč baseballu jistě položil: „Pod jakým úhlem mám míč hodit, aby doletěl co nejdál?“ Stačí si všimnout, jak dolet závisí na elevačním úhlu α. Vidíme, že dolet bude maximální, bude-li maximální hodnota výrazu $\sin 2\alpha$. To nastane pro úhel $\alpha_0 = 45°$ (pak $2\alpha_0 = 90°$, $\sin 90° = 1$ a to je největší hodnota, které může funkce sinus nabývat). Proto **největšího doletu dosáhneme při elevačním úhlu** $\alpha_0 = 45°$.

Zbývá nám ještě vypočítat **výšku výstupu**, tj. zjistit do jaké největší výšky se míček při daném úhlu α dostane. Největší výšky dosahuje míček v čase t_H, kdy je svislá složka jeho rychlosti nulová, tedy $v_y(t_H) = v_{0y} - g t_H = 0$. Odtud $t_H = v_{0y}/g$. Pro výšku H dostaneme

$$H = y(t_H) = v_{0y}(v_{0y}/g) - \tfrac{1}{2} g (v_{0y}/g)^2,$$

což po úpravě dává

$$\boxed{H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^{\,2} \sin^2\alpha}{2g}.}$$



Obrázek 3-3. Porovnání trajektorie míčku ve vzduchu (se započtením odporu vzduchu) vypočtené na počítači s trajektorií ve vakuu (bez odporu vzduchu) pro tři různé počáteční rychlosti míčku a elevační úhel 60°. Všimněte si různých měřítek na osách, údaje jsou v metrech.

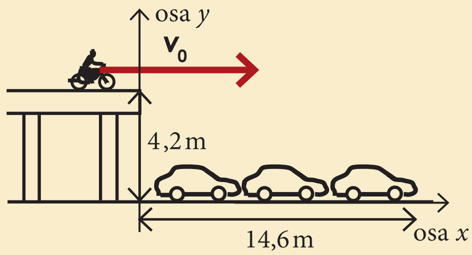
Pro zadané hodnoty dostaneme výšku výstupu míčku $H = 12{,}4\,\mathrm{m}$.

Na závěr připomeňme, že jsme v úvodu předpokládali, že „odpor vzduchu je dostatečně malý“, což prakticky znamenalo, že jsme s ním vůbec nemuseli počítat (ani bychom to zatím nedokázali). Podobně jako u volného pádu je toto zanedbání rozumné jen u těles, která se nepohybují příliš velkými rychlostmi. Pro lepší představu poslouží obrázek 3-3, který porovnává pohyb bez odporu vzduchu (ve vakuu) a skutečnou trajektorii míčku (vypočtenou numericky na počítači).

Příklad 3-1

Při filmování honičky jede kaskadér na motorce po rozestavěném mostě o výšce 4,2 m rychlostí $45\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Má přeskočit řadu aut o celkové délce 14,6 m – viz obrázek. Ještě předtím, než se pustí do akce, ho napadne, zda vůbec může úkol zvládnout. Poradíte mu?

Rychlost, kterou kaskadér jede po mostě, bude počáteční rychlostí vodorovného vrhu – označme ji $\mathbf{v_0}$. Zvolíme vztažnou soustavu tak, jak ukazuje obrázek. Nejprve zjistíme, jak dlouho bude skok z výšky $y_0 = 4{,}2\,\mathrm{m}$ trvat. Víme, že při vodorovném vrhu je $v_{0y} = 0\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, proto



ve směru osy y popíšeme pohyb rovnicí pro volný pád

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2.$$

V čase dopadu t_D musí být $y(t_D) = 0$, proto

$$0 = y_0 - \frac{1}{2} g t_D{}^2,$$

odtud čas dopadu

$$t_D = \frac{2y_0}{g} = \frac{2 \cdot 4{,}2\,\mathrm{m}}{9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}} \doteq 0{,}93\ \mathrm{s}.$$

Nyní vypočítáme, jak daleko se za tu dobu kaskadér dostane ve vodorovném směru

$$x(t_D) = v_{0x} t_D \doteq 12\,\mathrm{m}.$$

Řada aut je však dlouhá 14,6 m, to je rozdíl přes 2 m. Rada je jasná: neskákat.

Víte, že…

Dosáhnout maximálního možného doletu je cílem snažení sportovců v mnoha atletických disciplinách, třeba při skoku dalekém. Určit maximální teoretický dolet skokana, víme-li, že jeho odrazová rychlost je $9{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (přibližně rychlost běhu sprintera), zvládnete pomocí odvozeného vztahu pro dolet velmi snadno. Dokázali byste také odhadnout vliv různých hodnot gravitačního zrychlení? Například v Tokiu je $g = 9{,}79801\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, zatímco v severněji položeném Oslu je $g = 9{,}81927\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Ve kterém městě mají atleti větší šanci překonat světový rekord?

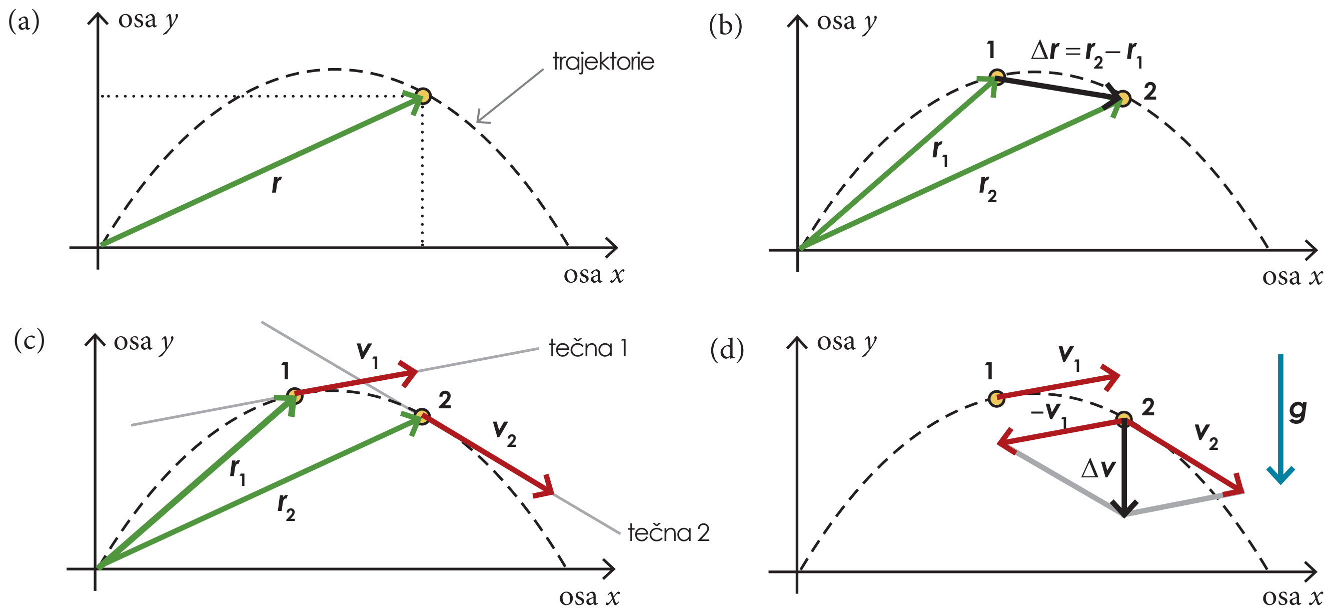
3.2. Poloha, rychlost a zrychlení při křivočarém pohybu

V kapitole o přímočarém pohybu jsme poznali tři základní veličiny, které nám stačí k popisu pohybu: polohu, rychlost a zrychlení. Naučili jsme se s nimi pracovat na přímce při popisu přímočarého pohybu. Nyní tyto definice zobecníme tak, aby platily i v rovině či prostoru. Například pro popis polohy v prostoru použijeme **polohový vektor** (někdy se také říká **průvodič**). Bude to vektor, který vede z počátku soustavy souřadnic do místa, kde se právě nachází hmotný bod. Tento vektor můžeme zapsat pomocí tří složek v kartézské soustavě souřadnic. K popisu polohy bodu v prostoru tedy potřebujeme tři čísla (tj. tři složky polohového vektoru). Podobné to bude s rychlostí i zrychlením.

Následující tabulka přehledně shrnuje definice základních **kinematických veličin**. Je zde to nejdůležitější z celé kinematiky, totiž jaké veličiny používáme pro popis pohybu.

poloha (vektor)	$\boldsymbol{r} = (x; y)$ rovina $\boldsymbol{r} = (x; y; z)$ prostor $[\boldsymbol{r}] = \mathrm{m}$	Polohový vektor vede z počátku soustavy souřadnic do místa, kde se právě nachází hmotný bod.
posunutí (vektor)	$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$ $[\Delta\boldsymbol{r}] = \mathrm{m}$	Posunutí určíme jako rozdíl koncové polohy $\boldsymbol{r}_2$ a počáteční polohy $\boldsymbol{r}_1$.
okamžitá rychlost (vektor)	$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ $[\boldsymbol{v}] = \mathrm{m/s} = \mathrm{m \cdot s^{-1}}$	Zmenšujeme-li Δt k nule, blíží se průměrná rychlost k jisté limitní hodnotě – okamžité rychlosti.
okamžité zrychlení (vektor)	$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ $[\boldsymbol{a}] = \mathrm{m/s^2} = \mathrm{m \cdot s^{-2}}$	Zmenšujeme-li Δt k nule, blíží se průměrné zrychlení k jisté limitní hodnotě – okamžitému zrychlení.

Ukažme si nyní význam jednotlivých kinematických veličin na příkladu šikmého vrhu baseballového míčku z předchozího odstavce. Budeme vycházet z informací v tabulce a použijeme jednoduché operace s vektory.



Obrázek 3-4. Poloha, posunutí, rychlost a zrychlení při křivočarém pohybu. Trajektorie míčku je vyznačena čárkovaně.

Na obrázku 3-4a vidíme, jak **polohový vektor $\boldsymbol{r}$** určuje polohu míčku (hmotného bodu). Čárkovaně je vyznačena křivka, po které se míček pohybuje, neboli jeho **trajektorie**. Jeho poloha je jednoznačně určena dvěma údaji – složkami vektoru $\boldsymbol{r}$ (které označujeme x a y). Na obrázku (b) je pak sestrojen vektor posunutí $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$. Uvědomte si, že i průměrná rychlost mezi body 1 a 2 má směr vektoru $\Delta\boldsymbol{r}$ (dělení skalárem Δt směr vektoru nezmění). Jak ale určíme směr okamžité rychlosti například v bodě 1? Můžeme si představit, že jak budeme zmenšovat interval Δt, bude se mezi body 1 a 2 směr vektoru $\Delta\boldsymbol{r}$, a tedy i $\Delta\boldsymbol{v}$, stále těsněji přibližovat směru tečny v bodě 1. Proto **okamžitá rychlost má vždy směr tečny k trajektorii v daném bodě**, jak ukazuje obrázek (c). Konečně na obrázku (d) je sestrojen vektor $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$, který udává směr vektoru průměrného zrychlení míčku mezi body 1 a 2. Výsledek by nás neměl překvapit, neboť už víme, že při šikmém vrhu se míček pohybuje s konstantním zrychlením $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ směřujícím svisle dolů.

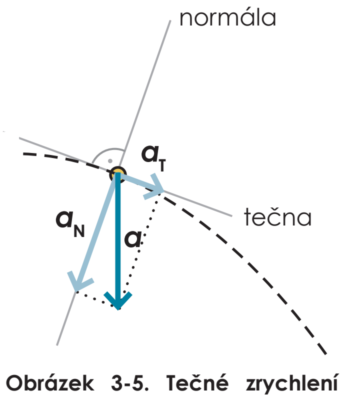
Často je velmi užitečné rozložit zrychlení nikoliv do složek daných souřadnicovými osami x a y, ale jak ukazuje obrázek 3-5, do směru tečny a normály (kolmice k tečně) k trajektorii v daném bodě. Dostaneme tak **tečné zrychlení** $\boldsymbol{a}_T$ a **normálové zrychlení** $\boldsymbol{a}_N$, platí $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_T + \boldsymbol{a}_N$. Jaký je jejich význam?

1) Uvažme těleso, které se pohybuje přímočaře s nenulovým zrychlením (auto zrychluje na přímém úseku silnice). Jeho rychlost nemění směr, pouze velikost, a proto jeho normálové zrychlení musí být nulové. **Zrychlení** tělesa je jen **tečné** a **určuje, jak se mění velikost rychlosti**.

2) Naopak si můžeme představit těleso, jehož rychlost má stálou velikost, ale mění svůj směr (auto rovnoměrně projíždí zatáčkou). Pak jeho tečné zrychlení musí být nulové. **Zrychlení** tělesa je jen **normálové** a **určuje, jak se mění směr rychlosti**, neboli jak bude zakřivena jeho trajektorie.

3) Pohyb míčku při šikmém vrhu je pak příkladem obecného pohybu (nerovnoměrného křivočarého), kdy je nenulové tečné i normálové zrychlení současně.

Rozdělení pohybů shrnuje přehledně následující tabulka:

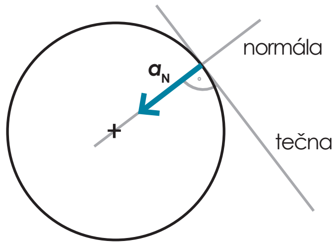


Obrázek 3-5. Tečné zrychlení určuje změnu velikosti rychlosti a normálové zrychlení určuje změnu směru rychlosti.

pohyb	přímočarý	křivočarý
rovnoměrný	$a_T=0$, $a_N=0$	$a_T=0$,
nerovnoměrný	$a_N=0$	–

3.3. Rovnoměrný pohyb po kružnici

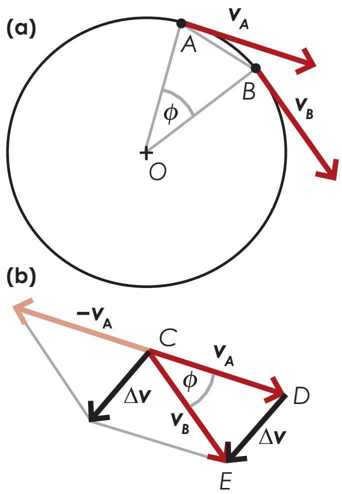
Nejjednodušším příkladem křivočarého pohybu je rovnoměrný pohyb po kružnici. Setkáváme se s ním velmi často: oběh družice kolem Země, průjezd vlaku či auta zatáčkou nebo pohyb protonu v urychlovači částic. Také každý, kdo byl někdy na kolotoči, má s tímto pohybem bezprostřední zkušenost a vzpomene si na zvláštní pocity, které přitom zažíval. Už víme, že naše tělo nedokáže vnímat rychlost, ale je docela citlivým „akcelerometrem“ (dokáže rozpoznávat zrychlení). Proto nás nepřekvapí, že přestože jde o pohyb rovnoměrný, je naše zrychlení (vzhledem k zemi) na kolotoči nenulové, neboť **se neustále mění směr rychlosti**. Nyní odvodíme, jak velké je toto zrychlení.



Obrázek 3-6. Rovnoměrný pohyb po kružnici. Normálové zrychlení směřuje do středu kružnice, tečné zrychlení je nulové.

Podíváme-li se do tabulky rozdělení pohybů, vidíme, že při rovnoměrném pohybu po kružnici je tečné zrychlení tělesa nulové (velikost rychlosti se nemění) a výsledné zrychlení je tedy rovno normálovému. Na obrázku 3-6 vidíme, že normálové **zrychlení směřuje vždy do středu kružnice**. Proto se mu říká **dostředivé zrychlení.** Nyní pomocí jednoduché geometrie na obrázku 3-7 odvodíme jeho velikost. Body A a B jsou dvě polohy tělesa pohybujícího se po kružnici o poloměru r. Vektor $\boldsymbol{v}_A$ představuje okamžitou rychlost tělesa v bodě A a $\boldsymbol{v}_B$ v bodě B, jejich velikost v je stejná, směr rozdílný. Průměrné zrychlení je podle definice $\boldsymbol{a}=\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$. Grafické určení vektoru $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$ je na obrázku 3-8b. Teď je nutné si všimnout, že trojúhelníky OAB a CDE jsou podobné (mají shodné všechny úhly). Poměr délek odpovídajících si stran v podobných trojúhelnících je stejný, proto

$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{|AB|}{r}.$$



Obrázek 3-7. Geometrické odvození velikosti dostředivého zrychlení.

Nyní uvažme, že mezi body A a B urazilo těleso dráhu $v\Delta t$, to je délka oblouku AB. Co kdybychom v předchozím vztahu nahradili délku úsečky AB délkou oblouku AB? Vidíme, že čím menší bude úhel ϕ, tím menší chyby se dopustíme (oblouk je vždy o něco delší než úsečka, viz poznámka na další straně). Bude-li ϕ „nekonečně malé“, neboli pro $\Delta t \to 0$ (viz definice okamžitého zrychlení), bude nahrazení přesné. Dostaneme tak

$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{v\Delta t}{r}$$

a odtud již hledanou velikost dostředivého zrychlení

$$a_D=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v^2}{r}\cdot \quad (\Delta t \to 0)$$

Při pohybu tělesa rychlostí o stálé velikosti v **po kružnici** o poloměru r **směřuje jeho zrychlení trvale do středu kružnice a má velikost**

$$\boxed{a_D=\frac{v^2}{r}.}$$

Pomocí kalkulačky nebo počítače si můžeme udělat konkrétní představu o významu tvrzení „čím menší bude úhel ϕ, tím více se délka úsečky blíží délce příslušného oblouku“. Uvážíme-li kružnici o poloměru 1 m, dostaneme:

ϕ=30° oblouk: 0,261 m
úsečka: 0,262 m

ϕ=1° oblouk: 0,0174531 m
úsečka: 0,0174533 m

Dokázali byste tyto hodnoty sami vypočítat?

Za pohyb po kružnici považujeme i pohyb po části kružnice, jak je tomu v případě vlaku v příkladu 3-2.

Příklad 3-2

Vraťme se opět na železnici a vyřešme následující příklad. Vlak v určitém úseku své trati projíždí zatáčkou o poloměru 850 m. Nejvyšší přípustná velikost zrychlení při průjezdu zatáčkou je pro pohodlí cestujících stanovena na 0,05g. Jakou nejvyšší rychlostí může vlak touto zatáčku projíždět?

Zrychlení je zadáno jako násobek gravitačního zrychlení g. Musíme proto nejprve převést na $\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, tedy $a_\mathrm{D} = 0{,}05{\cdot}9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} = 0{,}49\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Ze vztahu pro dostředivé zrychlení vyjádříme neznámou v a dosadíme:

$$a_\mathrm{D} = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{a_\mathrm{D} r} = \sqrt{0{,}49\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}{\cdot}850\,\mathrm{m}} \doteq 20{,}4\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} \doteq 70\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}.$$

Vlak tedy může projet zatáčku maximálně rychlostí $70\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$.

V praxi bývá těžké změřit přímo rychlost tělesa, můžeme však snadno sledovat, za jakou dobu těleso oběhne celý obvod kružnice (vzdálenost $2\pi r$). Proto se zavádí veličina **perioda**, neboli **doba oběhu**. Značí se písmenem T a vypočítá se

$$\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}.}$$

Jako příklad uveďme pohyb Země kolem Slunce, který můžeme přibližně považovat za rovnoměrný pohyb po kružnici. Perioda oběhu Země je tak významný údaj, že má dokonce svůj vlastní název – 1 rok. Známe-li ještě vzdálenost Země – Slunce $r = 150{\cdot}10^6\,\mathrm{km}$, můžeme z těchto dvou údajů určit rychlost pohybu Země, kterou bychom těžko přímo měřili. Ze vztahu pro periodu dostaneme

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2{\cdot}3{,}14{\cdot}150{\cdot}10^9\,\mathrm{m}}{365{\cdot}24{\cdot}3600\,\mathrm{s}} = 29\,900\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}} = 108\,000\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}.$$

Při výpočtu rychlosti pohybu Země kolem Slunce předpokládáme, že jde o pohyb po kružnici. Již v 17. století však Johannes Kepler objevil, že planety se pohybují po eliptických drahách. Vzdálenost Země – Slunce se v průběhu roku mění v rozmezí $147{\cdot}10^6$ až $152{\cdot}10^6\,\mathrm{km}$, rychlost se pohybuje od $30\,300\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ do $29\,500\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Vidíme, že rozdíly nejsou velké, naše zjednodušení proto mělo smysl.

Kromě periody používáme také její převrácenou hodnotu – **frekvenci**:

$$\boxed{f = \frac{1}{T},}$$

která nám říká, **kolik oběhů za sekundu** hmotný bod vykoná. Jednotka frekvence $\mathrm{s^{-1}}$ má i svůj vlastní název – hertz. S touto jednotkou jste se jistě už setkali, protože se používá nejen pro frekvenci kruhového pohybu, ale jakéhokoliv periodického děje, například frekvence tepu srdce, střídání napětí v elektrické síti,...

3.4. Skládání rychlostí

Při klidném přímočarém letu v dopravním letadle nemá cestující na palubě žádnou šanci poznat, jakou rychlostí se letadlo právě pohybuje. Může o tom přemýšlet a přitom se procházet tam a zpátky po směru a proti směru letu rychlostí o velikosti $1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. To je jeho rychlost vůči letadlu. Jestliže letadlo letí rychlostí $200\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ vzhledem k zemi, asi každý by dokázal říci, že vzhledem k ní bude rychlost pasažéra $199\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ nebo $201\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, podle toho, na kterou stranu půjde. Už víme, že **rychlost**, podobně jako poloha, **závisí na volbě vztažné soustavy**, platí **princip skládání rychlostí**: Je-li $\boldsymbol{v}_A$ rychlost tělesa v soustavě A (rychlost pasažéra vůči letadlu) a $\boldsymbol{u}$ rychlost pohybu soustavy A vůči soustavě B (rychlost letadla vůči zemi), pak rychlost tělesa v soustavě B (rychlost pasažéra vůči zemi) je

Nejpřirozenější vztažnou soustavou je pochopitelně ta, kterou neustále používáme, zem pod našima nohama, odborně laboratorní vztažná sousatva.

$$\boxed{\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_A + \boldsymbol{u}.}$$

Sčítají se vektory, proto v našem případě bude velikost rychlosti $v_B = (200 + 1)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 201\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ nebo $v_B = (200 - 1)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 199\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Vztah samozřejmě můžeme použít i pro skládání (sčítání) rychlostí libovolného směru. Ukážeme si to v následujícím příkladu.

Skládání rychlostí bychom měli mít na paměti při jízdě po dálnici vysokou rychlostí. Uvažte, že narazíte-li při rychlosti 150 km·h⁻¹ do auta, které jede před vámi rychlostí 100 km·h⁻¹, následek bude stejný, jako byste v padesátikilometrové rychlosti narazili do stojícího auta.

Příklad 3-3

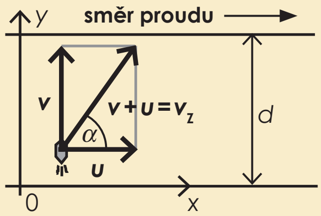
Rychlost proudu řeky je $2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Člun by jel po klidné vodě rychlostí o velikosti $3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete rychlost člunu vzhledem k zemi, jede-li
(a) po proudu,
(b) proti proudu,
(c) kolmo na proud (kolmo k břehu).
(d) Určete čas, který člun potřebuje k přeplutí z jednoho břehu na druhý, chceme-li, aby dorazil přesně naproti místu, odkud vyplul. Řeka je 36 m široká.

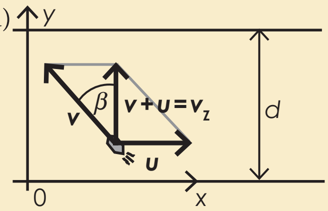
Označme si rychlost člunu vůči vodě $\mathbf{v}$, rychlost proudu $\mathbf{u}$ a rychlost člunu vůči zemi $\mathbf{v_Z}$.
(a) Velikost rychlosti člunu vůči zemi dostaneme jednoduše jako $v_Z = v + u = (3+2)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
(b) V tomto případě je směr vektorů opačný, proto $v_Z = v - u = (3-2)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
(c) Grafické řešení je na obrázku (c) vpravo, včetně volby vztažné soustavy. Vidíme, že velikost vektoru $\mathbf{v} + \mathbf{u}$ můžeme určit pomocí Pythagorovy věty jako

$$v_Z = \sqrt{v^2 + u^2} = 3{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Směr rychlosti určíme pomocí úhlu α

$$\mathrm{tg}\,\alpha = v/u \Rightarrow \alpha = 56^\circ.$$

(c)


(d)


(d) Požadujeme, aby výsledná rychlost $\mathbf{v_Z} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ měla směr kolmo na proud, proto musí být člun nasměrován šikmo proti proudu (viz obrázek) pod úhlem β. Chceme, aby x-ová složka vektoru $\mathbf{v} + \mathbf{u}$ byla nulová, proto

$$v_x + u_x = 0 \;\Rightarrow\; v \sin\beta = u \;\Rightarrow\; \sin\beta = u/v \;\Rightarrow\; \beta = 42^\circ,$$

y-ovou složku vektoru $\mathbf{v_Z} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ určíme opět z obrázku jako

$$v_{Zy} = v_y = v \cos\beta = 3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot \cos 42^\circ = 2{,}2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Čas t potřebný k překonání řeky pak bude $t = d/v_Z = 36\,\mathrm{m} / 2{,}2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \doteq 16\,\mathrm{s}$.

Vztah pro skládání rychlostí se zdá být tak jednoduchý a tolikrát prakticky ověřený, že by snad nikoho nemohlo napadnout pochybovat o jeho platnosti. A přece, v roce 1905 Albert Einstein ukázal, že tento vztah neplatí pro vysoké rychlosti blížící se **rychlosti světla $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$**. Je to rychlost, kterou se šíří světlo ve vakuu; je to jedna z nejdůležitějších fyzikálních konstant.

Uvažme případ našeho cestujícího ve vlaku a představme si, že nechodí tam a zpět, ale vysílá světelný paprsek (o rychlosti c) po směru jízdy. Očekávali bychom, že rychlost paprsku vůči zemi bude $v = c + u$, kde u je rychlost vlaku. Kdybychom však měli možnost provést takový experiment, naměřili bychom, že rychlost světla vůči zemi vyjde opět c, stejně jako vůči vlaku! Právě tento fakt se stal základem Einsteinovy **speciální teorie relativity**. V ní bylo dokázáno to, co bylo mnoha experimenty potvrzeno: žádné těleso nemůže dosáhnout

Víte, že…

Experimenty s měřením rychlosti světla v různých směrech provedl koncem 19. století Albert A. Michelson. Dokázal velmi přesně změřit rychlost světla po směru a proti směru pohybu Země (vůči Slunci). K tehdejšímu velkému překvapení fyziků vycházela rychlost světla v obou směrech naprosto stejná. Tuto záhadu vyřešil až Einstein v roce 1905.

rychlosti světla c, a to bez ohledu na volbu vztažné soustavy. Fyzikové například umějí urychlit na vysoké rychlosti různé částice pomocí elektrického napětí. Při napětí 10 milionů voltů získá elektron rychlost $0{,}9988\,c$. Při použití dvojnásobného napětí 20 milionů voltů se rychlost sice zvýší, ale jen na $0{,}9997\,c$, rychlosti světla nikdy nedosáhne. Lety nadsvětelnou rychlostí budou vždy možné jen ve fantastických filmech.

Na závěr bychom měli čtenáře uklidnit, že jednoduchý vztah pro skládání rychlostí i další vztahy z klasické mechaniky můžeme bezpečně používat i nadále pro všechny běžné situace, neboť rychlosti těles kolem nás jsou oproti rychlosti světla velmi malé. Tedy konkrétně: Vesmírná sonda se vůči Zemi pohybuje rychlostí kolem $10\,000\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. To je oproti rychlosti vašeho auta opravdu hodně, ale stále jen $0{,}00003c$. A při takto „malých“ rychlostech se relativistické efekty neprojeví. Pro konkrétní představu uveďme, jak by se podle Einsteinovy teorie skládaly rychlosti v případě pasažéra ve vlaku jedoucím rychlostí u, který jde po směru jízdy rychlostí v_A. Jeho rychlost vůči zemi by byla

$$v_A = \frac{v_A + u}{1 + \frac{v_A u}{c^2}} \,.$$

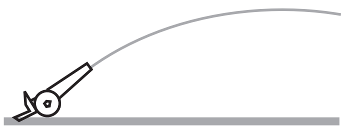
Sami si vyzkoušejte dosadit nejprve hodnoty $v_A = 1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a $u = 200\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a potom $v_A = 0{,}8\,c$ a $u = 0{,}8\,c$.

Otázky

1
Uveďte několik příkladů
(a) dvourozměrného pohybu,
(b) trojrozměrného pohybu.
Charakterizujte tyto pohyby s využitím pojmů poloha, rychlost a zrychlení.

2
Při přímočarém pohybu platí (vyberte *všechna* správná tvrzení):
(a) těleso se pohybuje po přímce,
(b) zrychlení tělesa je nulové,
(c) tečné zrychlení tělesa je nulové,
(d) normálové zrychlení tělesa je nulové.

3
Z děla byla vypálena střela pod elevačním úhlem 35°. Popište, jak se v průběhu jejího letu mění její
(a) vodorovná složka rychlosti,
(b) svislá složka rychlosti,
(c) velikost rychlosti,
(d) zrychlení.



4
Chlapec odhazoval kámen různými počátečními rychlostmi: (a) $\boldsymbol{v}_0 = (10; 5)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, (b) $\boldsymbol{v}_0 = (-10; 10)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, (c) $\boldsymbol{v}_0 = (-10; 5)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, (d) $\boldsymbol{v}_0 = (10; 0)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, (e) $\boldsymbol{v}_0 = (0; 11)\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (vztažná soustava je spojena se zemí, osa x je vodorovná, osa y směřuje vzhůru). Seřaďte jeho hody (1) podle výšky výstupu a (2) podle doletu. Ve kterých případech šlo o vodorovný vrh, o svislý vrh?

5
Představte si, že sedíte v autobuse, jedete stálou rychlostí po přímé silnici a vyhodíte balón přímo nad sebe. Jak se bude balón pohybovat vůči autobusu? Jak se bude pohybovat vůči zemi? Kam balón dopadne? Kam by balón dopadl v případě, že byste projížděli zatáčkou?

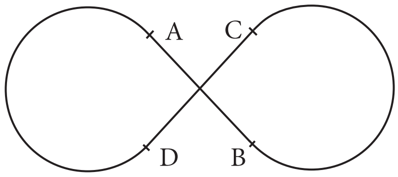
6
Letadlo letí rychlostí o velikosti $350\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ ve stálé výšce. Pilot vypustí balík se zásobou potravin. Jaká je (a) vodorovná, (b) svislá složka rychlosti balíku těsně po vypuštění? Jak by se změnila doba pádu balíku, kdyby byla rychlost letadla $450\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$? Odpor vzduchu neuvažujte.

7
Na straně 33 jsme odhadovali teoretický dolet skokana za předpokladu, že jde o šikmý vrh. Které podstatné věci jsme přitom museli zanedbat?

8
Uveďte příklady těles, která se pohybují:
(a) rovnoměrně přímočaře,
(b) rovnoměrně křivočaře,
(c) rovnoměrně zrychleně přímočaře,
(d) nerovnoměrně zrychleně křivočaře.

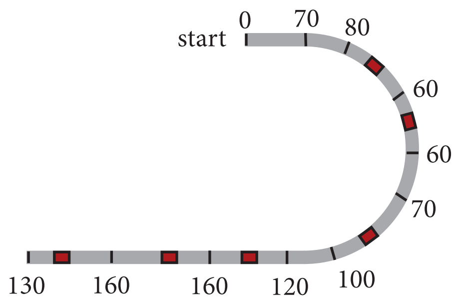
9
Vlak jel z Brna do Prahy. Které údaje budeme potřebovat, abychom dokázali určit (a) průměrnou rychlost vlaku, průměrnou velikost rychlosti vlaku?

10
Popište kvalitativně, jak se mění zrychlení cyklisty, který opisuje při stálé velikosti rychlosti trajektorii tvaru osmičky na obrázku.



11
Částice se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici. Které z následujících veličin se přitom nemění a které jsou nulové?
Rychlost, velikost rychlosti, zrychlení, tečné zrychlení, normálové zrychlení, frekvence, perioda.

12
Na obrázku je schematicky zachycena velikost rychlosti závodního auta na oválném okruhu v $\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Velikost rychlosti auta se mezi sousedními body nemění nebo se mění rovnoměrně mezi vyznačenými hodnotami. Doplňte přibližný směr zrychlení automobilu v červeně označených bodech.



13
Ke každé z následujících možností uveďte konkrétní příklad její realizace (například: těleso se pohybuje rovnoměrně přímočaře – “*vlak jede stálou rychlostí po rovných kolejích*”). Nebo napište „*nelze*“.

(a) Těleso se pohybuje rychlostí se stálou velikostí s nenulovým zrychlením.
(b) Těleso se pohybuje s konstantním zrychlením a směr jeho pohybu se změní v opačný.
(c) Těleso se pohybuje po kružnici a jeho zrychlení nesměřuje do středu kružnice.
(d) Těleso se pohybuje po kružnici a jeho zrychlení je nulové.
(e) Těleso se pohybuje rovnoměrně přímočaře a jeho zrychlení je nenulové.
(f) Rychlost tělesa a jeho zrychlení jsou nulové.
(g) Těleso se pohybuje tak, že jeho zrychlení mění směr, ale má konstantní velikost.

14
Proč se má kaskadér při vyskakování z jedoucího vlaku co nejvíc odrazit, skočit proti směru jízdy a ve vzduchu se ještě otočit o 180°?

Úlohy

1
Střela je vystřelena počáteční rychlostí 30 m·s^{-1} pod elevačním úhlem 60°. Odpor vzduchu neuvažujeme.

(a) Napište rovnice pro x-ovou a y-složku její rychlosti,
(b) napište rovnice pro x-ovou a y-složku její polohy,
(c) určete rychlost střely po uplynutí 2 s, [$\boldsymbol{v} = (15; 6)$ m·s^{-1}]
(d) určete polohu střely po uplynutí 2 s, [$\boldsymbol{r} = (30; 32)$ m]
(e) určete dolet střely, [$D = 80$ m]
(f) určete výšku výstupu. [$H = 35$m]

2
Hráč hodil šipku vodorovně rychlostí 20 m·s^{-1}, mířil přitom přesně na střed terče. Za 0,19 s dopadla šipka do terče. Vypočtěte

(a) místo dopadu šipky (vzdálenost od středu terče), [17 cm]
(b) vzdálenost hráče od terče. [3,8 m]

3
Při ostřelování Paříže ze vzdálenosti 110 km používali Němci dělostřelecký kanón VW I přezdívaný „Tlustá Berta“.

(a) Vypočtěte, jaká by musela být počáteční rychlost střely při elevačním úhlu 45° bez odporu vzduchu. [1 038 m·s^{-1}]
(b) Můžeme v tomto případě odpor vzduchu zanedbat?
(c) Ve skutečnosti byly náboje vystřelovány pod elevačním úhlem větším než 45°. Němci totiž zjistili, že tak dosáhnou téměř dvojnásobného doletu. Dokázali byste vysvětlit proč?

4
Určete velikost a směr zrychlení sprintera při běhu zatáčkou o poloměru 25 m. Velikost rychlosti běžce můžeme považovat za konstantní a rovnou 10 m·s^{-1}.
[4 m·s^{-2}, směr do středu kružnice]

5
Vletí-li pilot stíhačky do zatáčky příliš prudce, může se vystavit vážnému nebezpečí. Dostředivé zrychlení může v tomto případě dosahovat až několikanásobku g a pilot může ztratit vědomí. Jaké je dostředivé zrychlení pilota (v jednotkách g) stíhačky F-22 při průletu kruhové zatáčky o poloměru 5,80 km rychlostí o velikosti 716 m·s^{-1}? [9 g]

6
(a) Jakou rychlostí se pohybuje člověk stojící na rovníku vzhledem ke středu Země? [464 m·s^{-1}]
(b) Jaké je jeho dostředivé zrychlení? [0,03 m·s^{-2}]
(c) Jakou rychlostí se vůči středu Země pohybuje člověk v České republice? [298 m·s^{-1}]

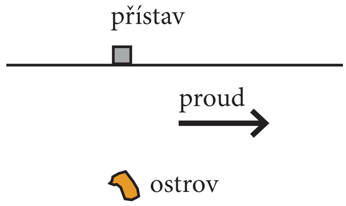
7
První člověk ve vesmíru Jurij Gagarin obletěl Zemi za 1 hodinu a 35 min ve výšce 520 km nad povrchem. Určete jeho rychlost. [7,6 km·s^{-1}]

8
Vrtule ventilátoru se otáčí s frekvencí 5,0 Hz. Jak dlouho trvá jedna otáčka? Ve vzdálenosti 20 cm od osy otáčení sedí moucha, jaká je její rychlost? [$T = 0{,}2$ s, $v = 6{,}3$ m·s^{-1}]

9
Při pohledu do letového řádu zjistíte, že doba letu z Ameriky do Evropy bývá vždy o něco kratší než let opačný. Důvodem je převládající směr proudění vzduchu.
Vypočtěte časový rozdíl pro let o délce 4 350 km. Rychlost letadla je 960 km·h^{-1}, průměrná rychlost větru je 150 km·h^{-1} západo-východním směrem. Při cestě z východu na západ letí letadlo mimo proud. [30 minut]

10

Výletníci jedou na malém člunu z ostrova vzdáleného 1200 m od pobřeží (viz obrázek). Jejich člun vyvine maximální rychlost $5\,km \cdot h^{-1}$. Podél pobřeží je však silný mořský proud o rychlosti $4\,km \cdot h^{-1}$. Meteorologická stanice hlásí, že za 20 minut přijde bouře. Posádka člunu může vyrazit do přístavu nebo co nejrychleji k pobřeží. Propočítejte obě možnosti.



[Cesta přímo k pobřeží bude trvat 14 min, cesta přímo do přístavu 24 min.]

Kapitola 4

Zákony pohybu

Víte, že…

Je známo, že parašutista se po opuštění letadla pohybuje se zrychlením, ale po docela krátké době dosáhne mezní rychlosti asi 250 km·h^{-1} a dál se už nezrychluje. Proč parašutista nepadá volným pádem, stále se zrychlením g? Můžeme předpovědět velikost mezní rychlosti? Na všechny tyto otázky nám dává odpověď dynamika.

Obrázek 4-1. Parašutista při tandemovém seskoku.

Cíle

1. **Poznáte tři Newtonovy zákony pohybu a jejich význam ve fyzice.**
2. **Seznámíte se se základními typy sil.**
3. **Naučíte se pomocí Newtonových zákonů řešit mnoho úloh o pohybu.**

4.1. Síla a pohyb

V následující kapitole se budeme věnovat **dynamice.** V dynamice se snažíme odpovědět na velmi důležitou otázku: **Proč se těleso či tělesa pohybují právě tak, jak pozorujeme**? Snažíme se objevit zákony jejich pohybu. Uveďme velmi jednoduchý příklad. Sledujete hokejový kotouč, jak klouže po ledě a náhle prudce změní směr pohybu. I když nepozorujete žádnou viditelnou příčinu, usuzujete, že kotouč nezměnil směr sám od sebe – náhodou, ale že tento pohyb měl svou příčinu, kterou může být třeba malá nerovnost na ledové ploše. Obecně řečeno, **každá změna rychlosti tělesa** (ať už směru či velikosti), **má** vždy přesně danou **příčinu v působení okolních těles**.

Byl to právě **Isaac Newton,** který poprvé objevil tuto spojitost mezi zrychlením tělesa a působením okolních těles. **K přesnému (měřitelnému) vyjádření vzájemného působení mezi tělesy** použil veličinu nazvanou **síla**. Síla vyjadřuje velikost a směr, jakým jedno těleso působí na druhé. Je to vektorová veličina, jejíž jednotkou je 1 newton. Tělesa na sebe působí silami při vzájemném dotyku (tlaková síla, třecí síla,...), ale mohou působit také na dálku (gravitační síla, elektrická síla,...). Vztahy pro vyjádření konkrétních sil při vzájemném působení se nazývají **silové zákony** (například Newtonův gravitační zákon). Podrobněji se jim budeme věnovat později.

Připomeňme ještě jednu velmi důležitou vlastnost. Působí-li na hmotný bod okolní tělesa více silami, můžeme tyto síly jednoduše sečíst jako vektory (viz sčítání vektorů) a určit tak výslednou sílu (budeme ji značit $\Sigma \boldsymbol{F}$). Její účinek je stejný jako by působily všechny skládané síly dohromady, bez ohledu na to, jaký je jejich původ. Říkáme, že platí **princip skládání sil**

$$\boxed{\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \ldots + \boldsymbol{F}_n .}$$

4.2. První Newtonův zákon

Až do 17. století, kdy Newton formuloval zákony pohybu, převažoval názor, že pro udržení tělesa v pohybu stálou rychlostí je nutné na ně neustále působit nějakou silou. Podle Aristotela je klid přirozeným stavem věcí a aby se těleso pohybovalo, musí být nějak poháněno. Pokud přestane pohánějící síla působit, těleso po nějaké době dospěje do přirozeného stavu klidu. To se zdá být v souladu s pozorováním. Všichni víme, že vyřadíme-li při jízdě autem po rovině rychlostní stupeň, samo po čase zastaví. Chceme-li jet stálou rychlostí, musí motor stále pracovat. Podobně klouže-li puk po ledě, zpomaluje se. Budeme-li však zlepšovat kvalitu ledové plochy, bude zpomalování stále slabší. Dokážeme si představit, že při úplném odstranění vlivu okolních těles (třecí síla, odpor vzduchu,...) bude těleso setrvávat v pohybu stále stejnou rychlostí. Dobrým příkladem je třeba vesmírná sonda, která zapíná motory pouze při zrychlování či změně směru letu. Pokud na ni nepůsobí žádné síly, setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu (viz obrázek 4-2 a). Podobně to platí i pro *otáčivý pohyb*. Planeta Země se otáčí kolem své osy jako dobrý setrvačník a nepotřebuje žádnou sílu k udržování své rotace. Na základě podobných úvah a pokusů formuloval Newton svůj **zákon setrvačnosti**:

Těleso, na které jeho okolí nepůsobí, nazýváme volným tělesem nebo volnou částicí. Volná částice je podobně jako hmotný bod jen idealizovaný model. Ve skutečnosti na každé těleso působí nějaké síly, avšak často jsou zanedbatelně malé nebo se mohou vzájemně vyrušit.

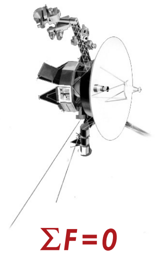
> Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném pohybu v daném směru, pokud není nuceno vnějšími silami tento svůj stav změnit.

Je důležité uvědomit si, co říká princip skládáni sil. Z hlediska pohybu hmotného bodu je totiž jedno, zda **na něj nepůsobí žádné síly** (volná částice) nebo zda **se působící síly vyruší** (vektorový součet všech působících sil je nulový), **v obou případech se bude hmotný bod pohybovat rovnoměrně přímočaře nebo bude v klidu**. Příklad ukazuje obrázek 4-2. S jeho pomocí jistě dokážete sami správně vysvětlit i to, proč auto po vyřazení motoru po určitém čase zastaví.

Newton své zákony promýšlel pečlivě řadu let, přesto v zákoně chybí zmínka o tom, k jaké vztažné soustavě se váže. Newton totiž předpokládal, že existuje **absolutní prostor i čas**, jedna význačná vztažná soustava nezávislá na jakýchkoliv tělesech. Předpokládal proto, že zákon setrvačnosti platí v absolutním prostoru. Dnes víme, že absolutní prostor neexistuje. Zákon setrvačnosti chápeme tak, že existuje jakási výjimečná skupina vztažných soustav, ve kterých platí první Newtonův zákon. Tyto soustavy jsou spojeny s volnými částicemi a navzájem se pohybují rovnoměrně přímočaře. Nazýváme je **inerciální**, z latinského inertia – setrvávat. Dobrým příkladem takové inerciální vztažné soustavy je soustava spojená se Sluncem. Za inerciální většinou považujeme i laboratorní vztažnou soustavu, spojenou s povrchem Země. Vliv rotace Země v tomto případě zanedbáváme.

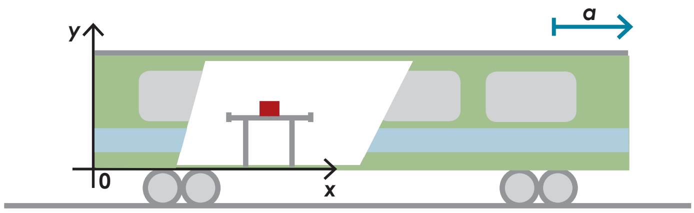
Všechny vztažné soustavy, které se pohybují se zrychlením vůči inerciálním, se nazývají **neinerciální**. Poznáme je jednoduše tak, že v nich volné částice nezůstávají v klidu či rovnoměrném přímočarém pohybu. Uveďme příklad vztažné soustavy spojené s rozjíždějícím se železničním vagónem na obrázku 4-3. Představme si, že na stůl ve vlaku položíme kostku. Dokud vlak stojí, kostka je v klidu, působí na ni Země gravitační silou a stůl tlakovou silou, tyto dvě síly se vyruší.

Obrázek 4-2.
(a) Vesmírná sonda letí volným prostorem. Jde o volnou částici, okolní tělesa na ni nepůsobí, proto se pohybuje rovnoměrně přímočaře.



(b) Auto jede stálou rychlostí po rovné silnici. Výslednice působících sil je nulová, auto setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu vůči silnici.

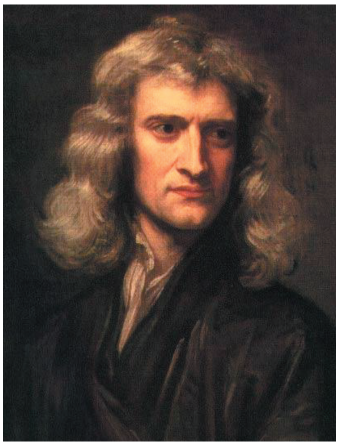
$$\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0$$



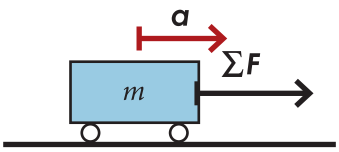
Obrázek 4-3. Neinerciální vztažná soustava spojená s vagónem.

Víte, že...

Isaac Newton publikoval své zákony pohybu v roce 1687 v knize nazvané (v českém překladu) „Matematické principy přírodní filozofie“, která obsahuje i výsledky jeho studia konkrétních mechanických jevů, teorii gravitace, názory na světlo a mnohé další. Jeho dílo se stalo počátkem nové éry v přírodních vědách. Když se ho zeptali, jak přišel na tolik velkých objevů, odpověděl: „Nocte dieque incubando“ („Přemýšlel jsem dnem i nocí“).



Obrázek 4-4. Sir Isaac Newton.



Obrázek 4-5. Na vozík o hmotnosti *m* působí výsledná síla ΣF, Druhý Newtonův zákon říká, že zrychlení vozíku se řídí vztahem $\Sigma F = ma$.
Podrobnější rozbor této situace najdete jako příklad 4-10 na straně 56.

V mechanice hmotných bodů se nemusíme starat o to, v jakých bodech síly na těleso působí, rozměry či deformaci tělesa neuvažujeme. Proto můžeme všechny působící síly nakreslit do jednoho bodu.

Nyní se vlak začne rozjíždět a soustava spojená s vagónem přestává být inerciální, kostka se vůči ní dává do pohybu proti směru jízdy. Ale těžko byste hledali sílu, která tento pohyb způsobila. **V neinerciální soustavě Newtonův zákon neplatí**. Pohyb kostky dokážeme lehce vysvětlit v laboratorní (inerciální) vztažné soustavě. Vlak se rozjíždí, ale kostka setrvává v klidu vůči zemi, tedy začíná se pohybovat vůči vlaku dozadu, dokud na ni nezačne vlak působit silou. To může být třeba tření o stůl nebo náraz kostky o hranu stolu. Velice podobně by pokus probíhal i v případě průjezdu vlaku zatáčkou. Pokuste se jej sami popsat a vysvětlit.

Situaci je možné popsat i z neinerciální vztažné soustavy, z pohledu cestujícího ve vlaku. Z jeho pohledu to vypadá, že na kostku opravdu působí nějaká síla, která ji uvádí do pohybu (vůči vlaku). Nazýváme ji **setrvačnou silou**. V této knize budeme ale vždy pohyby popisovat z pohledu inerciální soustavy.

4.3. Druhý Newtonův zákon

Už víme, jak se těleso pohybuje, je-li výsledná působící síla nulová. Zabývejme se nyní otázkou, **jak se bude hmotný bod pohybovat v případě, že na něj působí nenulová výsledná síla**. Nebo jinak řečeno, jaké bude zrychlení tělesa v případě, že se působení okolních těles nevyruší? Přesnou odpověď na tuto otázku nám dává druhý Newtonův zákon.

Představme si následující pokus. Máme vozík, který se může pohybovat po vodorovné podložce se zanedbatelně malým odporem (viz obrázek 4-5). Dokud je vozík v klidu, působí na něj Země gravitační silou a podložka tlakovou silou, jejich výslednice je nulová. Nyní začneme na vozík působit další silou ve vodorovném směru (například tahem za připojené lanko). Vozík se začne zrychlovat. Přesným měřením bychom zjistili, že působíme-li silou 1 N na vozík o hmotnosti 1 kg, bude jeho zrychlení $1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Zdvojnásobíme-li sílu, zvětší se i zrychlení vozíku na dvojnásobek, atd. Zjišťujeme, že zrychlení je přímo úměrné výsledné působící síle. Můžeme také měnit hmotnost vozíku. Zdvojnásobíme-li jeho hmotnost, bude jeho zrychlení poloviční, atd. Zjišťujeme, že zrychlení je nepřímo úměrné hmotnosti tělesa. Mnoha dalšími pokusy se potvrzuje, že zrychlení tělesa vždy záleží jen na jeho hmotnosti a výsledné působící síle, ať už je její původ jakýkoliv. Můžeme proto formulovat druhý Newtonův zákon – **zákon síly**

$$\boxed{m\mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F}.}$$

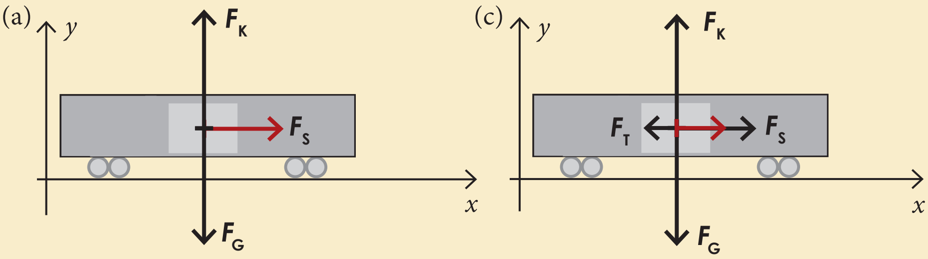
Druhý Newtonův zákon udává také jednotku síly v soustavě SI. 1 N je síla, která udělí tělesu o hmotnosti 1 kg zrychlení $1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Platí tedy

$$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}.$$

Při řešení úloh pomocí druhého Newtonova zákona používáme **silový diagram**. Nakreslíme schematicky zkoumané těleso do zvolené vztažné soustavy a vyznačíme *všechny* síly, které působí *na dané* těleso, případně vyznačíme i jejich výslednici $\Sigma \mathbf{F}$. Docela častým případem jsou situace, kdy se těleso nezrychluje (je v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře), přestože na něj působí síly. V takovém případě však z druhého Newtonova zákona plyne, že $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$. Působící síly se vyruší a jejich výslednice je nulová. Říkáme, že působící **síly** jsou **v rovnováze**. Použití druhého Newtonova zákona si teď ukážeme na několika příkladech.

Příklad 4-1

Známý silák předvádí tradiční kousek. Snaží se roztáhnout železniční vagón o hmotnosti 40 t, který stojí na vodorovných kolejích. Maximální velikost síly, kterou je schopen vyvinout, je rovna dvojnásobku jeho tíhy. Hmotnost siláka je 80 kg.
Vypočtěte
(a) jaké bude zrychlení vagónu za předpokladu, že zanedbáváme odporové síly,
(b) za jak dlouho dosáhne vagón rychlosti 4,0 km·h^{-1} (rychlost klidné chůze),
(c) jaké bude zrychlení vagónu v případě, že odporová síla, kterou na vlak působí kolejnice proti jeho pohybu, má velikost 700 N?



(a) Nejprve nakreslíme silový diagram (viz obrázek). Silák bude táhnout silou $\mathbf{F_S}$ o velikosti

$$F_S = 2mg = 2 \cdot 80\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} \doteq 1\,570\,\mathrm{N}.$$

Kromě toho na vagón působí ještě Země gravitační silou $\mathbf{F_G}$, a koleje kolmou tlakovou silou $\mathbf{F_K}$ (podrobněji se o kolmé tlakové síle dozvíte v odstavci 4.6). Tyto síly mají směr osy y. Musí pro ně platit $\mathbf{F_G} + \mathbf{F_K} = \mathbf{0}$, neboť víme, že vagón se ve směru osy y nepohybuje. Výsledná síla je proto rovna přímo síle $\mathbf{F_S}$. Druhý Newtonův zákon pro vagón tak bude mít tvar

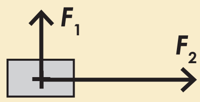
$$\mathbf{F_S} = m\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad F_S = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_S}{m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1\,570\,\mathrm{N}}{40\,000\,\mathrm{kg}} \doteq 0{,}040\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

(b) Půjde o rovnoměrně zrychlený pohyb ve směru osy x se zrychlením o velikosti $a = 0{,}040\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Chceme najít čas t, za který vagón dosáhne rychlosti o velikosti $v = 4\,\mathrm{km \cdot h^{-1}} \doteq 1{,}11\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Hledaný čas nalezneme pomocí vztahu $v = at$, odkud $t \doteq 28{,}7\,\mathrm{s}$.
(c) Silový diagram bude obsahovat ještě sílu $\mathbf{F_T}$ o velikosti 700 N (viz obrázek). Bude proto platit

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F_S} + \mathbf{F_T} \quad \Rightarrow \quad \Sigma F = F_S - F_T \quad \Rightarrow \quad F_S - F_T = ma \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}022\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

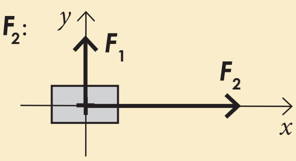
Příklad 4-2

Na kostku o hmotnosti 2,0 kg působí dvě síly $\mathbf{F_1}$ a $\mathbf{F_2}$ o velikostech $F_1 = 2{,}7\,\mathrm{N}$ a $F_2 = 5{,}6\,\mathrm{N}$ (viz obrázek). Určete
(a) jejich výslednici,
(b) zrychlení kostky,
(c) jaká třetí síla $\mathbf{F_3}$ by musela na kostku působit, aby se pohybovala rychlostí 3 m·s^{-1} směrem doprava?



(a) Výslednou sílu $\Sigma\mathbf{F}$ dostaneme jako součet vektorů $\mathbf{F_1}$ a $\mathbf{F_2}$:

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} = (0 + 5{,}6;\ 2{,}7 + 0)\,\mathrm{N} = (5{,}6;\ 2{,}7)\,\mathrm{N}.$$



Výsledná síla $\Sigma\mathbf{F}$ má velikost

$$\Sigma F = \sqrt{2{,}7^2 + 5{,}6^2}\,\mathrm{N} \doteq 6{,}2\,\mathrm{N}.$$

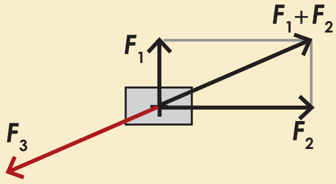
a svírá s osou x úhel α, pro který platí: $\mathrm{tg}\,\alpha = 2{,}7/5{,}6 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \mathrm{tg}^{-1}(2{,}7/5{,}6) \doteq 26°$.

Obrázek 4-6. Díky druhému Newtonovu zákonu víme, proč se konstruktéři závodních aut tolik starají o to, aby byl závodní stroj co nejlehčí. Čím menší je hmotnost tělesa, tím větší zrychlení mu dokáže daná síla udělit. Celková hmotnost současného vozu F1 je i s pilotem a plnou nádrží kolem 600 kg.

(b) Zrychlení kostky určíme z druhého Newtonova zákona

$$\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\Sigma F}{m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{6{,}2}{2}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} = 3{,}1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

(c) Má-li se kostka pohybovat konstantní rychlostí, musí být její zrychlení nulové, a tedy podle druhého Newtonova zákona i výsledná síla musí být nulová. Proto musí platit $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{0}$. Pomocí obrázku určíme, že $\boldsymbol{F}_3 = (-5{,}6;\ -2{,}7)\,\mathrm{N}$, $F_3 = 6{,}2\,\mathrm{N}$.



Obrázek 4-7. Vážením na váze, ať už elektronické nebo miskové, zjišťujeme vždy gravitační hmotnost tělesa. Jak by bylo možné měřit setrvačnou hmotnost? Která z vah na obrázku by měřila správně i na Měsíci?

Dosud jsme se nezabývali otázkou, co je to *hmotnost*. Tuto fyzikální veličinu jsme zvyklí používat tak často, že nás ani nenapadne přemýšlet o jejím přesném významu. Jak měříme hmotnost těles? Asi každý odpoví, že vážením na váze. Ale vaše domácí nebo laboratorní digitální váhy nebudou fungovat jinde než na povrchu Země. Taková váha totiž měří velikost síly, kterou musí působit na vážené těleso, aby vyrovnala gravitační sílu a těleso zůstalo v klidu. Hmotnost se tak určuje prostřednictvím gravitační síly. Jde o tzv. **gravitační hmotnost**. Nyní, v druhém Newtonově zákoně, se ale hmotnost objevuje v docela jiné souvislosti, a to jako vlastnost tělesa, která určuje, jaké bude jeho zrychlení, když na ně bude působit jakákoliv síla. Tato vlastnost se nazývá **setrvačná hmotnost**. Změříme ji tak, že na těleso budeme působit známou silou a budeme měřit jeho zrychlení. Není vůbec jasné, že by gravitační a setrvačná hmotnost tělesa měly být stejné, nicméně ze všech pokusů, které do dnešní doby fyzikové provedli, vychází, že jsou si rovny.

4.4. Třetí Newtonův zákon

Všechny síly působí ve dvojicích. Působí-li například Země na člověka gravitační silou, působí také člověk na Zemi stejně velkou, avšak opačně orientovanou gravitační silou. Podobně když kůň táhne kládu silou $\boldsymbol{F}$, táhne zároveň kláda koně na opačnou stranu silou $-\boldsymbol{F}$. V přírodě nenajdete sílu, která by k sobě neměla odpovídající „reakci". Silové působení mezi tělesy je vždy *vzájemné*. To shrnul Newton ve svém třetím zákoně, který nazval **zákon akce a reakce.** Ten říká, že **dvě tělesa na sebe vždy působí stejně velkými, opačně orientovanými silami**. Označíme-li $\boldsymbol{F}_{AB}$ sílu, kterou na těleso *A* působí druhé těleso *B*, a podobně $\boldsymbol{F}_{BA}$ sílu, kterou působí těleso *B* na *A* (viz obrázek 4-8), můžeme třetí Newtonův zákon vyjádřit jednoduše takto:

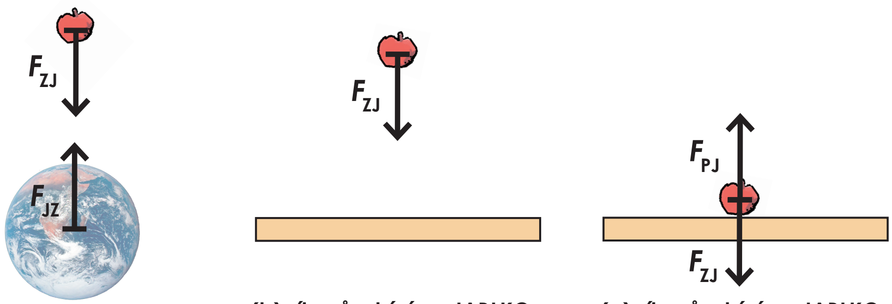
$$\boxed{\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}.}$$

Označení „akce" a „reakce" je v tomto případě tradiční, avšak neznamená, že by nějaká z dvojice sil byla akcí a druhá reakcí na ni. Síly prostě působí ve dvojicích a je jedno, kterou označíme jako akci a kterou jako reakci.

Obrázek 4-8. Tělesa na sebe vzájemně působí stejně velkými, opačně orientovanými silami $\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$.

Při pohledu na třetí Newtonův zákon by nás mohlo napadnout, že součet sil $\boldsymbol{F}_{AB} + \boldsymbol{F}_{BA}$ bude vždy nulový. Je-li tedy podle principu skládání sil součet akce a reakce vždy nulový, existují vůbec nějaké síly, které se nevyruší? Odpověď je jednoduchá, skládat můžeme jen síly působící na *stejné* těleso, akce a reakce však vždy působí na *různá* tělesa. Ukažme si to na příkladu působení Země a jablka na obrázku 4-9.

Obrázek 4-9 (a) ukazuje vzájemné gravitační působení jablka a Země. Síly $\boldsymbol{F}_{ZJ}$ a $\boldsymbol{F}_{JZ}$ jsou podle třetího Newtonova zákona stejně velké a opačně orientované, ale každá působí na jiné těleso. Vezmeme-li v úvahu i druhý Newtonův



(a) AKCE a REAKCE

(b) síly působící na JABLKO při pádu

(c) síly působící na JABLKO ležící na podlaze

Obrázek 4-9.
(a) Vzájemné působení Země a padajícího jablka.
(b) Síla působící na jablko při pádu
(c) Síly působící na jablko v klidu.

zákon, můžeme snadno odpovědět na otázku, proč jablko padá k Zemi se zrychlením $9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, zatímco Země se „ani nehne", přestože působící síly jsou stejně velké. Díky obrovské hmotnosti Země je její zrychlení způsobené silou $\boldsymbol{F}_{JZ}$ tak malé, že je ani nedokážeme změřit. Na obrázku 4-9 (b) je stejná situace z jiného pohledu. Popisujeme-li pohyb jablka, zajímají nás jen síly působící na jablko a to je při pádu jen síla $\boldsymbol{F}_{ZJ}$. Obrázek (c) pak ukazuje síly působící na jablko ležící na podlaze. Přibyla ještě síla $\boldsymbol{F}_{PJ}$, kterou na jablko působí podlaha, říkáme jí kolmá tlaková síla. Síla $\boldsymbol{F}_{PJ}$ je právě tak velká, že se vyruší se silou $\boldsymbol{F}_{ZJ}$ a jablko zůstane v klidu ($\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$). *Nejde* však o dvojici akce – reakce, síly $\boldsymbol{F}_{PJ}$ a $\boldsymbol{F}_{ZJ}$ působí na totéž těleso.

4.5. Síly v přírodě

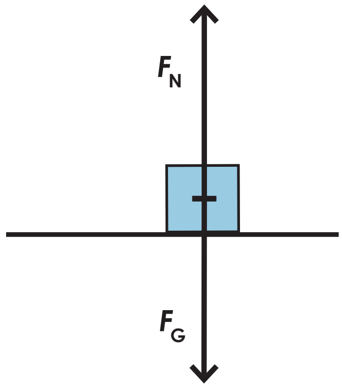
Newtonovy zákony jsou dobrým nástrojem pro řešení všech možných úloh o pohybu. S jejich znalostí již dokážeme přesně říci, co se bude dít, budou-li na tělesa působit známé síly. V obou ukázkových příkladech (4-1 a 4-2) jsme však museli mít síly *zadány*. Ve skutečnosti, budeme-li chtít opravdu popsat nějakou reálnou situaci, nám nikdo síly nezadá. Proto musíme být schopni rozhodnout, jaké síly v dané situaci působí a umět je určit. K tomu ve fyzice slouží tzv. „**silové zákony**", o kterých jsme již mluvili. Bez těchto silových zákonů jsou samotné pohybové zákony k ničemu. To dobře věděl i Newton, který jako první odhalil zákon gravitace. Zjistil, že **gravitační síla** působí mezi každými dvěma hmotnými tělesy, udržuje Zemi na oběžné dráze kolem Slunce, způsobuje příliv a odliv. Nám bude prozatím stačit vědět, že blízko svého povrchu působí Země na všechna tělesa **gravitační silou** $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$, kde $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Gravitace je natolik důležitou silou, že se jí budeme podrobněji věnovat v samostatné šesté kapitole.

Další síly působící na dálku, které byly objeveny později, jsou síla **elektrická** a **magnetická**. Ani jimi se teď nebudeme zabývat. Zaměříme se prozatím na některé důležité **síly působící při vzájemném kontaktu těles**.

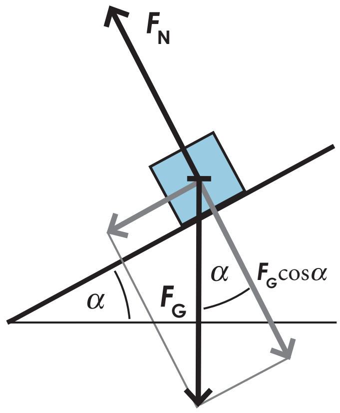
4.6. Kolmá tlaková síla

Spočívá-li těleso na nějaké podložce (silnice, stůl, podlaha, krabice, zeď,...), působí na ně podložka určitými silami. Jednou z nich je tlaková síla, která je vždy kolmá k podložce, proto ji nazýváme **kolmá tlaková síla.** V souladu s třetím Newtonovým zákonem bychom správně měli říci, že kolmými tlakovými silami na sebe *vzájemně* působí těleso a podložka ve směru kolmém k podložce. Zpravidla nás ale zajímají síly působící na těleso, které zakreslujeme do silového diagramu. Obrázek 4-10a ukazuje nejjednodušší situaci, kdy těleso leží na vodorovné podložce. Na obrázku 4-10b pak vidíte, jak se kolmá tlaková síla mezi kostkou a podložkou zmenší, nakloníme-li podložku o úhel α. Oba obrázky si pozorně prostudujte.

Obrázek 4-10.
(a) Kostka leží na vodorovné podložce. Na kostku působí Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G$ a podložka kolmou tlakovou silou $\boldsymbol{F}_N$. Tyto síly jsou v rovnováze, protože kostka je v klidu.



(b) Kostka leží na šikmé podložce se sklonem α, na kostku působí Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G$. Kolmá tlaková síla nyní kompenzuje průmět gravitační síly do směru kolmého k nakloněné rovině (kostka v tomto směru nezrychluje). Platí tedy $F_N = F_G \cos\alpha$.



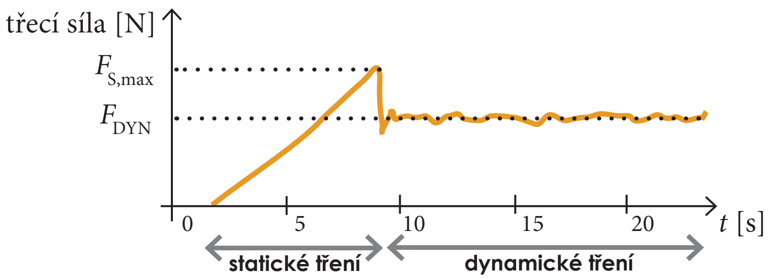
Kolmou tlakovou sílu bývá zvykem označovat F_N, jako normálovou sílu. „Normála“ znamená „kolmice na plochu“.

Pro tlakové síly je typické, že jimi na sebe působí tělesa v bodech svého dotyku. Protože zde zatím pracujeme s tělesy jako s hmotnými body, můžeme všechny síly pro jednoduchost umístit do jednoho libovolného bodu. Kromě toho budeme ve všech úlohách předpokládat, že podložky jsou dostatečně pevné a tělesa se vlivem působení tlakových sil nedeformují.

4.7. Tření

Třecí síly známe velmi dobře z každodenní zkušenosti. Brání nám posunout těžkou bednu po podlaze nebo při jízdě na lyžích zpomaluje náš pohyb vpřed. Na druhou stranu nebýt tření, nemohli bychom jezdit autem, protože jeho kola by se bez tření protáčela jako na ledě. Nemohli bychom chodit ani pěšky, neboť bychom neudělali ani krok a na sebemenším svahu bychom se nezadržitelně rozjeli dolů, naše oblečení by se rozpadlo, uzly rozvázaly a hřebíky a šrouby volně vyklouzly ze spojů. Rozumět silám tření je velmi důležité pro pochopení mnoha jevů kolem nás.

Začneme důležitým pokusem. Na vodorovnou podložku umístíme zkušební těleso (naši oblíbenou kostku). Situaci, včetně všech působících sil, vidíme na obrázku 4-11a. Nyní začneme na kostku působit vodorovnou silou $\boldsymbol{F}$, kterou budeme postupně zvětšovat (velikost měříme siloměrem). Dokud působící síla nedosáhne určité mezní hodnoty, je kostka stále v klidu. Na kostku totiž působí **statická třecí síla $\boldsymbol{F}_S$** (situace b, c, d na obrázku 4-11). Velikost statické třecí síly se zvětšuje spolu se vzrůstající silou $\boldsymbol{F}$. Musí tomu tak být proto, že kostka je v klidu. Jakmile síla $\boldsymbol{F}$ překročí jistou mezní hodnotu, kostka se dá do pohybu se zrychlením (obrázek 4-11e). Nyní podložka na pohybující se kostku působí **dynamickou třecí silou $\boldsymbol{F}_{DYN}$**. Dynamická třecí síla je vždy menší než maximální možná hodnota statické třecí síly. Proto chceme-li udržet kostku v rovnoměrném pohybu, musíme velikost síly $\boldsymbol{F}$ snížit (obrázek 4-11f). Výsledek měření třecí síly ukazuje následující graf.



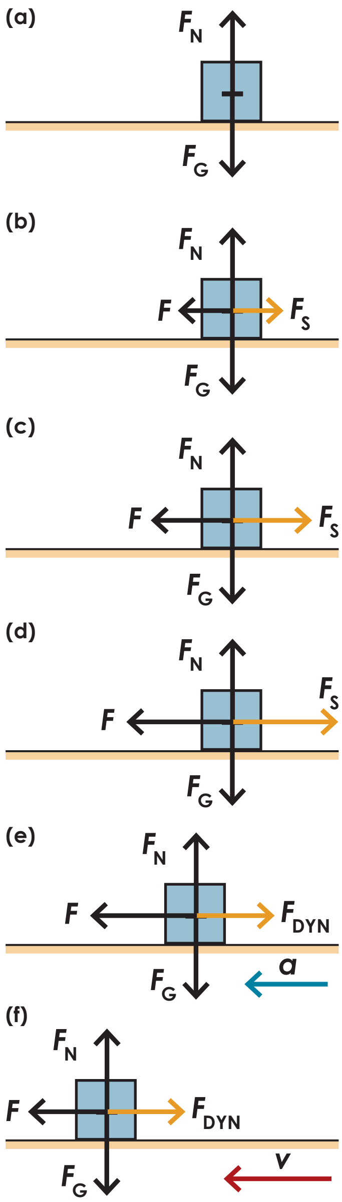
Obrázek 4-12. Měření třecí síly

V grafu vidíme maximální hodnotu statické třecí síly $F_{S,max}$ a průměrnou hodnotu dynamické třecí síly F_{DYN}. Pokuste se sami vysvětlit její drobné kolísání.

Dalšími experimenty bychom zjistili, že velikost dynamické třecí síly F_{DYN} nezávisí na ploše, kterou se tělesa dotýkají ani jejich vzájemné rychlosti. Závisí 1) na velikosti kolmé tlakové síly F_N a 2) na kombinaci materiálů podložky a tělesa. Tuto vlastnost vystihuje **koeficient dynamického tření** f_D, který je určen experimentálně pro nejrůznější kombinace materiálů a je definován vztahem představujícím silový zákon

$$\boxed{F_{DYN} = f_D F_N.}$$

Podobně pro maximální možnou hodnotu statické třecí sílu $F_{S,\,max}$ používá-



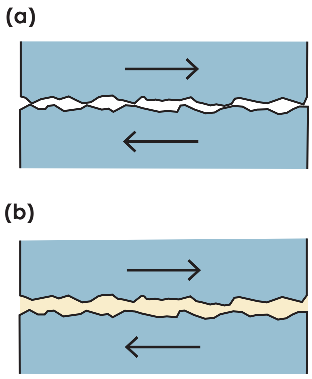
Obrázek 4-11. Na kostku působí gravitační síla F_G a kolmá tlaková síla F_N. Pak na ni začneme působit vodorovnou silou F, kterou zvětšujeme a sledujeme, jak se mění třecí síla.

me **koeficient statického tření** f_S, který je definován vztahem

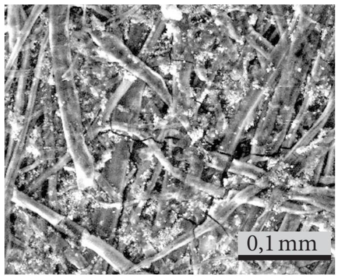
$$\boxed{F_{S,\,max} = f_S F_N.}$$

Pro statickou třecí sílu menší než $F_{S,\,max}$ nemůžeme žádný podobný vztah použít. V konkrétních situacích je vždy dána podmínkou, že těleso je v klidu, tj. podmínkou rovnováhy sil. Statická třecí síla je na obrázku 4-11b,c stejně velká jako působící síla ***F***, ale opačně orientovaná a těleso zůstává v klidu.

K pochopení, jak **vzniká třecí síla,** nám pomohou obrázky 4-13 a 4-14. I když pouhým okem se nám zdá povrch těles často hladký, při zvětšení uvidíme spoustu nerovností, které do sebe při vzájemném pohybu narážejí a deformují se. Koeficient tření pro různé dvojice materiálů proto bude záviset především na jejich drsnosti. Kromě toho také na přítomnosti tenké vrstvy vzduchu, vody či oleje mezi oběma materiály, která zabraňuje těsnějšímu přiblížení obou ploch. Proto má auto na mokré vozovce delší brzdnou dráhu a proto mažeme ložiska a panty olejem. Konkrétní hodnoty koeficientů statického a dynamického tření pro různé dvojice materiálů najdete v běžných fyzikálních tabulkách, některé také v tabulce vpravo.



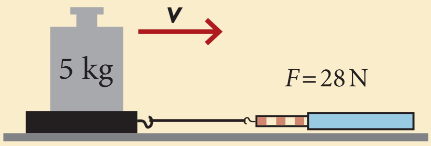
Obrázek 4-13.
(a) Vznik třecí síly mezi dvěma tělesy způsobují mikroskopické nerovnosti na jejich povrchu, které do sebe během pohybu vzájemně narážejí a deformují se.
(b) Je-li přítomna tenká vrsva kapaliny, například oleje, tělesa se nedostanou do tak těsného kontaktu a třecí síla se zmenší. Zmenší se i opotřebení povrchů.



Obrázek 4-14. Povrch papíru se nám zdá hladký, ale na mikroskopické úrovni zjistíme, že tomu tak není. Snímek z elektronového mikroskopu.

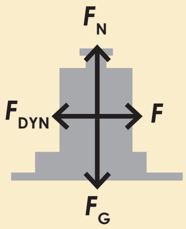
Příklad 4-3

Koeficient dynamického tření mezi pneumatikou a asfaltem byl měřen následujícím způsobem: Na kus pneumatiky jsme položili závaží o hmotnosti $m = 5{,}0\,\mathrm{kg}$ (hmotnost kusu pneumatiky můžeme zanedbat) a uvedli pomocí siloměru do pohybu po asfaltu (viz náčrt). Po dosažení rovnoměrného pohybu ukazoval siloměr hodnotu 28 N. Určete koeficient dynamického tření mezi pneumatikou a asfaltem.



Soustava se pohybuje rovnoměrným pohybem, její zrychlení je nulové. Působící síly tedy musí být v rovnováze, jak ukazuje silový diagram. Pro velikosti sil proto musí platit $F = F_{DYN}$ a $F_G = F_N$. Pro třecí sílu platí $F_{DYN} = f_D F_N$. Dohromady dostaneme

$$F = F_{DYN} = f_D F_N = f_D F_G = f_D mg.$$



Z této rovnice vyjádříme neznámou f_D a dostaneme

$$f_D = \frac{F}{mg} = \frac{28\,\mathrm{N}}{5\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}} \doteq 0{,}57.$$

Všimněte si, že f_D jsme vypočítali jako podíl velikostí dvou sil což znamená, že koeficient tření f_D nemá jednotku, jde o tzv. bezrozměrnou fyzikální veličinu. Jak byste v tomto experimentu určili koeficient statického tření?

Příklad 4-4

Nákladní auto převáží nábytek. Řidič musí jet opatrně, aby se nábytek, který stojí volně na podlaze nákladního auta, nepohnul. Jaká může být maximální velikost zrychlení auta, jede-li po přímé a rovné silnici? Koeficient statického tření mezi podlahou a nábytkem je $f_D = 0{,}28$.

K pohybu nábytku může dojít stejně dobře při rozjezdu i při brzdění, na směru zrychlení v tomto případě nezáleží. Uvažujme proto třeba o situaci, kdy se auto rozjíždí se zrychlením ***a***. Úlohu vyřešíme ve vztažné soustavě spojené se zemí (soustava spojená s rozjíždějícím se autem není inerciální – viz odstavec 4.2).

Tabulka koeficientů statického tření na silnici

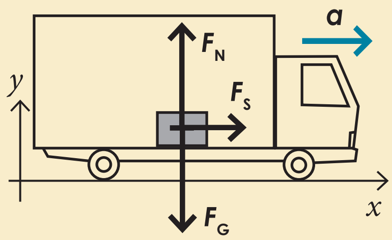
situace	f_S
pneumatika na náledí	0,1 – 0,2
pneumatika na mokrém asfaltu	0,3 – 0,5
pneumatika na suchém asfaltu	0,5 – 0,6
pneumatika na suchém betonu	0,7 – 0,8

Víte, že…

Díky statické třecí síle mezi kolem a silnicí se může auto rozjíždět, brzdit a zatáčet. Dostane-li se kolo do smyku, přichází na řadu také dynamická třecí síla.

Na valící se kolo ale vždy působí proti směru pohybu ještě další síla – valivý odpor. Jeho velikost záleží na rozměrech kola a materiálu kola a podložky. Malý valivý odpor působí například na kola vlaku (ocel na oceli), naopak velký valivý odpor působí na kola automobilu jedoucího po měkkém povrchu. Přesný vztah a hodnoty můžete najít v tabulkách.

Chceme, aby se nábytek nepohnul vzhledem k autu. Musí se proto pohybovat se stejným zrychlením $\boldsymbol{a}$ jako auto. Aby se pohyboval se zrychlením, musí na něj působit výsledná síla $\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, kde m je hmotnost nábytku. Nyní sestavíme silový diagram (viz obrázek). Na nábytek působí gravitační síla $\boldsymbol{F}_G$, kolmá tlaková síla $\boldsymbol{F}_N$ a statická třecí síla $\boldsymbol{F}_S$, kterou na nábytek působí podlaha automobilu a „táhne" jej tak směrem vpřed. Síly $\boldsymbol{F}_G$ a $\boldsymbol{F}_N$ se vyruší (víte proč?), tj. $F_N = mg$. Platí tedy $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_S$. Statická třecí síla může nabývat maximálně velikosti



$$F_{S,\,max} = f_S F_N = f_S mg.$$

Maximální přípustná velikost zrychlení a_{max} je tedy dána vztahem

$$m a_{max} = f_S mg \quad \Rightarrow \quad a_{max} = f_S g \doteq 2{,}7\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Auto se tedy může rozjíždět či brzdit se zrychlením o maximální velikosti $2{,}7\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

4.8. Odporová síla

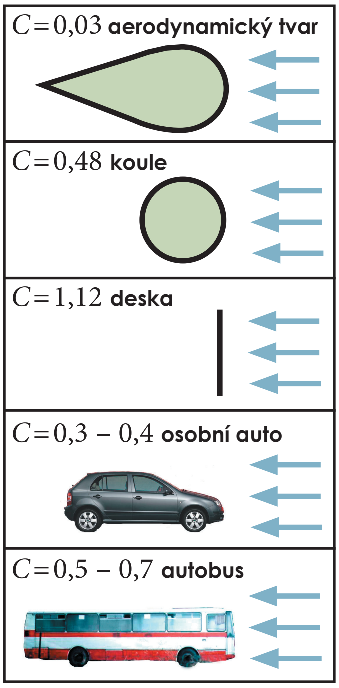
Většina pohybů, které zkoumáme, probíhá ve vzduchu. Ze zkušenosti proto dobře víme, že vzduch na pohybující se těleso nějak působí, že brzdí jeho pohyb. V některých situacích, jako je třeba pád kamenů z věže, není vliv odporu vzduchu moc velký, můžeme jej proto zanedbat. Chceme-li však vysvětlit třeba pád parašutisty či dešťové kapky, nebo obyčejnou jízdu automobilu, musíme se naučit s odporem vzduchu počítat.

Pohybuje-li se těleso vzhledem k nějakému tekutému prostředí (kapalina, plyn), působí mezi nimi **odporové síly $\boldsymbol{F}_{ODP}$**, které pohybu brání. Odporová síla působí vždy proti směru rychlosti, jíž se těleso pohybuje *vzhledem k tekutině*. Souvisí tedy s vzájemným pohybem tělesa a tekutiny (viz relativnost pohybu). Uveďme jednoduchý příklad. Odporová síla bude stejná pro cyklistu, který jede dvacetikilometrovou rychlostí za bezvětří, jako pro cyklistu, který má na tachometru $8\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a jede přímo proti větru, jehož rychlost je $12\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

Velikost odporové síly se musí určovat experimentálně pro různé situace. Nás zajímá případ, kdy tekutinou je vzduch a nastává situace obvyklá pro běžné rychlosti při pádu těles, jízdě dopravních prostředků apod., kdy se za tělesem tvoří víry. Takové proudění se nazývá turbulentní a pro většinu těles nastává již při rychlostech kolem $10\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. V takovém případě můžeme pro velikost odporové síly použít **Newtonův vztah**

$$\boxed{F_{ODP} = \frac{1}{2} C \rho S v^2,}$$

kde ρ je hustota vzduchu a S je **účinný průřez** tělesa, který určíme jako plošný obsah průmětu tělesa do roviny kolmé k **vzájemné rychlosti $\boldsymbol{v}$**. Veličina C se nazývá **součinitel odporu** a záleží na tvaru tělesa (viz obrázek 4-15). Jeho hodnota se určuje experimentálně. Například při navrhování nových automobilů se měří v aerodynamickém tunelu. V Newtonově vztahu také vidíme, že odporová síla silně závisí na vzájemné rychlosti tělesa a prostředí. Závislost $F_{ODP} \sim v^2$ znamená, že když zdvojnásobíme rychlost, odporová síla bude čtyřnásobná. Ukážeme si to v následujícím praktickém příkladu.



Obrázek 4-15. Příklady součinitelů odporu C pro různé tvary těles.

Příklad 4-5

V technické dokumentaci automobilu Škoda Fabia najdeme hodnotu součinitele odporu $C=0{,}33$. Účinný průřez je asi $S=2{,}1\,\mathrm{m}^2$. Určete velikost odporové síly působící na automobil při jízdě rychlostí (a) $90\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$, (b) $120\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$, (c) $150\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

Pro dosazení do Newtonova vztahu potřebujeme znát ještě hustotu vzduchu, kterou můžeme najít v tabulkách: $\rho=1{,}3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, a rychlosti převést na metry za sekundu. Nyní můžeme dosadit a vypočítat velikost odporové síly v případě (a)

$$F_{\mathrm{ODP}}=\tfrac{1}{2}C\rho Sv^2=0{,}5\cdot 0{,}33\cdot 1{,}3\cdot 2{,}1\cdot(25)^2\,\mathrm{N}\doteq 280\,\mathrm{N}.$$

V případě (b) pak vyjde $F_{\mathrm{ODP}}\doteq 480\,\mathrm{N}$ a v případě (c) $F_{\mathrm{ODP}}\doteq 780\,\mathrm{N}$. Vidíme, že odporová síla s rostoucí rychlostí prudce stoupá. S ní stoupá také spotřeba paliva (viz poznámka vpravo).

Výsledek příkladu 4-5 můžeme porovnat se skutečně změřenou spotřebou Fabie 1.2 HTP při zadaných rychlostech:

90 km·h-[-1]...4,9 l/100 km,

120 km·h[1]...7,3 l/100 km,

150 km·h-[-1]...11,3 l/100 km.

Jaké další faktory kromě odporové síly mají vliv na spotřebu paliva?

Na závěr uvažme, jaký je vliv odporové síly na pád těles. Představme si parašutistu, který právě opustil letadlo. Po celou dobu pádu na něj bude působit stejná gravitační síla $\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}}=m\boldsymbol{g}$, zatímco odporová síla se bude se zvětšující se rychlostí parašutisty postupně zvětšovat. Po jisté době dosáhne parašutista takové rychlosti, že odporová síla bude stejně velká jako gravitační. Od tohoto okamžiku už se bude parašutista pohybovat rovnoměrným pohybem, neboť výsledná působící síla na něj bude nulová ($\Sigma\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0} \Rightarrow \boldsymbol{a}=0$). Tuto maximální rychlost, které dosáhne, nazýváme **mezní rychlostí $\boldsymbol{v}_{\mathrm{m}}$** a její velikost můžeme lehce určit z rovnosti $F_{\mathrm{G}}=F_{\mathrm{ODP}}$, tedy

$$mg=\tfrac{1}{2}C\rho Sv_{\mathrm{m}}^2$$

a odtud

$$v_{\mathrm{m}}=\sqrt{\frac{2mg}{C\rho S}}\,.$$

V tabulce vpravo uvádíme příklady mezních rychlostí pro různá tělesa. Dokázali byste některé z nich sami vypočítat? Které další údaje k tomu budete potřebovat?

Tabulka mezních rychlostí

parašutista (v poloze rozepjatého orla)	$220\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$
parašutista (při otevřeném padáku)	$18\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$
baseballový míč	$150\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$
dešťová kapka	$25\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$

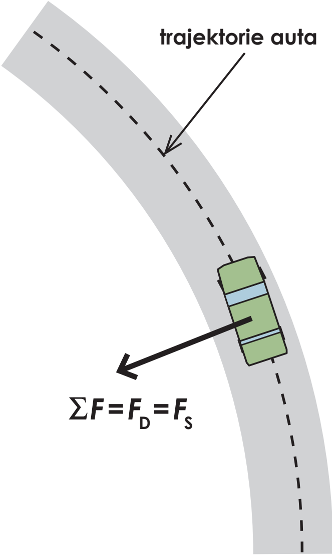
4.9. Dostředivá síla

Připomeňme si, co už víme o rovnoměrném pohybu po kružnici z předchozí kapitoly. Těleso se při něm pohybuje rychlostí o stálé velikosti v. Směr rychlosti se však neustále mění, těleso se pohybuje se zrychlením. Toto zrychlení stále směřuje do středu kružnice, proto jsme je nazvali dostředivé zrychlení a odvodili jsme, že jeho velikost při poloměru kružnice r je

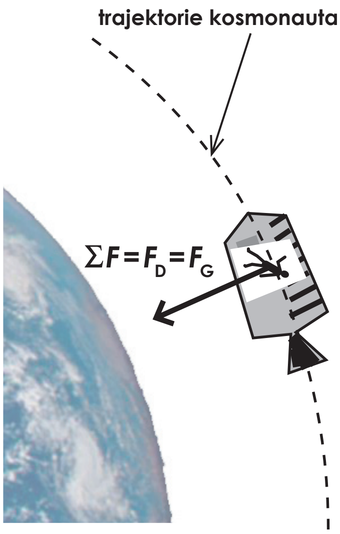
$$\boxed{a_{\mathrm{D}}=\frac{v^2}{r}.}$$

Nyní připojme naše znalosti dynamiky. Má-li být výsledné zrychlení tělesa $\boldsymbol{a}_{\mathrm{D}}$, musí na ně podle druhého Newtonova zákona působit výsledná síla $\Sigma\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}_{\mathrm{D}}$, kde m je hmotnost tělesa. Tato síla se nazývá **dostředivá síla**. Směřuje též do středu kružnice a její velikost je jednoduše

$$\boxed{F_D = m\,a_D = \frac{mv^2}{r}.}$$



Obrázek 4-16 (a). Průjezd automobilu kruhovou zatáčkou. Třecí síla realizuje potřebnou dostředivou sílu.



Obrázek 4-16 (b). Kosmonaut na oběžné dráze se pohybuje po kružnici. Gravitační síla realizuje potřebnou dostředivou sílu.

Uvědomme si jednu velmi důležitou věc. **Dostředivá síla není novým druhem síly**. Uvedený vztah nevyjadřuje žádný silový zákon, ale jen říká, že při rovnoměrném pohybu po kružnici musí mít výslednice všech působících sil, bez ohledu na jejich povahu, velikost danou vztahem $F_D = m\,a_D$ a musí směřovat do středu kružnice. Nyní podíváme na dva důležité příklady rovnoměrného pohybu po kružnici.

1. Průjezd auta zatáčkou.

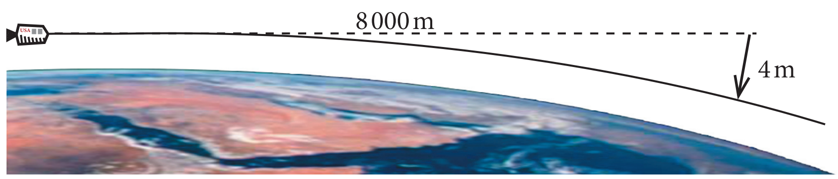
Představte si, že sedíte v autě, které právě začalo projíždět kruhovou zatáčkou. Na svém těle též pociťujete zrychlení, tlačí vás to ven ze zatáčky. Jak správně vysvětlit tuto situaci?

Předpokládejme, že se auto opravdu pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici (části kružnice). Proto je místě se ptát: kde je dostředivá síla? Jediná síla, ze sil působících na auto, která může být dostředivou silou, je statické tření mezi pneumatikami a asfaltem. Ostatní síly (gravitační, kolmá tlaková, odpor vzduchu, tření ve směru pohybu) se vyruší, neboť víme, že auto se pohybuje rovnoměrně a ve vodorovné rovině. Nebýt třecí síly, auto by pokračovalo v pohybu rovnoměrném přímočarém a ze zatáčky vyjelo. To se také občas stává v případě, kdy třecí síla není dost velká (kluzký povrch, velká rychlost, malý poloměr zatáčky).

2. Pohyb po oběžné dráze kolem Země.

Teď si představte, že jste v situaci poněkud méně obvyklé, než je jízda v autě. Nacházíte se v kosmické lodi, která je na oběžné dráze kolem Země. Jste ve stavu beztíže. Dokážete správně vysvětlit, co se děje v tomto případě?

Kosmická loď i s vámi se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici. Jediná síla, která na loď i na vás působí, je gravitace. Gravitace tedy musí být dostředivou silou. Velikost rychlosti lodi a poloměr kruhové trajektorie musí být přesně takové, aby platilo $F_D = F_G$. Jak to, že nepociťujete žádné zrychlení, dokonce se v lodi vznášíte, když se podobně jako při jízdě zatáčkou pohybujete se zrychlením? Odpověď je v rozdílné povaze dostředivé síly. Zatímco gravitační síla působí stejně na loď i na celé vaše tělo, statická třecí síla v autě působí jen na některé části vašeho těla, které se dotýkají auta. Na různé části vašeho těla působí různé síly a vy musíte namáhat svaly, abyste udrželi tělo v původní poloze. Další problém je s tzv. **beztížným stavem**. Mnoho lidí dole na Zemi si myslí, že beztížný stav zažíváte proto, že jste daleko od Země, kde už je vliv gravitační síly zanedbatelný, a tudíž na vás nepůsobí žádná síla. To ale není pravda, neboť ve výšce 400 km nad povrchem Země je $g = 8{,}7\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Opět je třeba si uvědomit, že na vás působí pouze gravitační síla, a to na všechny části těla stejně. Není zde podlaha, která by působila na vaše chodidla proti gravitační síle a stlačovala tak vaše tělo. Kosmická loď se pohybuje se stejným zrychlením jako vy. Společně s lodí vlastně neustále „padáte" k Zemi. Zároveň s tím se však pohybujete velkou rychlostí, takže na Zemi nikdy „nedopadnete", jak ukazuje obrázek 4-17.



Obrázek 4-17.
Pohyb na oběžné dráze kolem Země. Za 1 s se kosmická loď posune o 8000 m podél povrchu Země, mezitím vlivem gravitace „spadne" o 4 m ve svislém směru. Výsledkem je pohyb po kružnici kolem Země.

Příklad 4-6

Komunikační satelit byl naveden na oběžnou dráhu o výšce $h = 35\,700$ km nad povrchem Země. Gravitační zrychlení má v této vzdálenosti velikost $g = 0{,}23\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.
(a) Určete, jakou rychlostí se musí satelit pohybovat, aby se udržel na kruhové oběžné dráze kolem Země,
(b) vypočtěte periodu oběhu satelitu kolem Země.

(a) Na satelit působí pouze gravitační síla o velikosti $F_G = mg$. Pro pohyb po kružnici o poloměru $r_Z + h$ ($r_Z = 6\,378$ km je poloměr Země) je potřebná dostředivá síla o velikosti

$$F_D = \frac{mv^2}{r_Z + h}.$$

Gravitace tedy musí být dostředivou silou a musí platit

$$mg = \frac{mv^2}{r_Z + h} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{g(r_Z + h)} = \sqrt{0{,}23\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}(6\,378 \cdot 10^3\,\mathrm{m} + 35\,700 \cdot 10^3\,\mathrm{m})} \doteq 3{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}.$$

(b) Periodu T určíme jako podíl uražené dráhy během jednoho oběhu a velikosti rychlosti satelitu

$$T = \frac{2\pi(r_Z + h)}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (6\,378 \cdot 10^3\,\mathrm{m} + 35\,700 \cdot 10^3\,\mathrm{m})}{3{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} \doteq 24\,\mathrm{h}$$

Výsledek je zaokrouhlen na celé hodiny. Že vyšla perioda právě 1 den, není náhoda. Komunikační satelit musí zaujímat stále stejnou polohu nad Zemí, proto je jeho perioda stejná jako perioda otáčení Země. Takovým satelitům říkáme geostacionární.

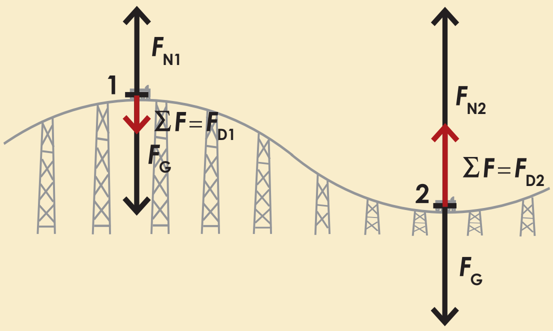
Příklad 4-7

Vozík horské dráhy projíždí úsek tvořený dvěma oblouky kružnic o poloměru $r = 16$ m (viz obrázek). Velikost rychlosti vozíku v bodě 1 je $5{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, v bodě 2 je $11\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, jeho hmotnost i s pasažéry je 950 kg. (a) Určete velikost a směr dostředivé síly, působící na vozík v obou bodech. (b) Určete, jakou silou působí na vozík koleje v obou bodech. Odpor vzduchu i tření zanedbejte.

Velikost dostředivého zrychlení určíme dosazením do vztahu

$$F_D = \frac{mv^2}{r}.$$

Po výpočtu dostaneme $F_{D1} \doteq 1\,500$ N a $F_{D2} \doteq 7\,200$ N. Síla musí směřovat vždy do středu kružnice, proto v bodě 1 má směr svisle dolů, zatímco v bodě 2 svisle vzhůru.
Nyní zbývá vyřešit, jakou silou působí koleje na vozík. Proto bude dobré nakreslit silový diagram pro obě dvě polohy. Na vozík v obou případech působí koleje kolmou tlakovou silou $\boldsymbol{F}_N$ a Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G$. Gravitační síla má velikost $F_G = mg = 950\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \doteq 9300$ N. Odporovou sílu i tření zanedbáváme. Výsledná síla $\Sigma\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_N + \boldsymbol{F}_G$ má být dostředivou silou $\boldsymbol{F}_D$. Nyní už ze silových diagramů určíme, že pro velikosti bude platit $F_{N1} = F_G - F_{D1} = 9\,300\,\mathrm{N} - 1\,500\,\mathrm{N} = 7\,800\,\mathrm{N}$,

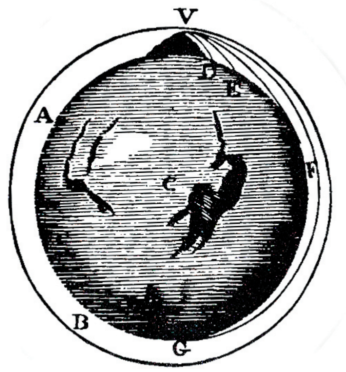


Víte, že...

Kdybyste se postavili na vysokou horu a tam vystřelili z děla střelu správnou rychlostí, obletí střela Zemi a vrátí se zpátky z druhé strany.

Pokud se domníváte, že tento pokus nevyjde, máte samozřejmě pravdu. I kdyby se vám podařilo udělit střele tak vysokou rychlost, zabrzdil by ji velmi rychle odpor vzduchu.

Tento „myšlenkový experiment“ s dělem a vysokou horou provedl už Newton (viz obrázek). Na uskutečnění oběhu Země bylo nutné počkat do roku 1957, kdy byla vypuštěna první umělá družice Sputnik I.



Obrázek 4-18.
Obrázek z Newtonovy práce ukazuje trajektorie těles vystřelených z vrcholu různými rychlostmi, pokud by nebylo odporu vzduchu.

Obrázek 4-19. Na takovéto horské dráze se můžete na vlastní kůži přesvědčit, co je to dostředivá síla. Jak jsou asi pasažéři uchyceni? Jistě je to jinak než v příkladu 4-7.

v druhé poloze pak $F_{N2} = F_G + F_{D1} = 9\,300\,\mathrm{N} + 7\,200\,\mathrm{N} = 16\,500\,\mathrm{N}$.
Vidíme, že v horní poloze (1) by při velké rychlosti vozíku mohla nastat situace, kdy $F_G = F_{D1}$. Pak by byla $F_{N1} = 0$ a koleje by na vozík vůbec nepůsobily. Při ještě větší rychlosti by už vozík opustil dráhu (případně pasažéři vozík).

4.10. Užití Newtonových zákonů

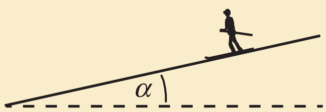
Poslední část této kapitoly věnujeme řešení příkladů. Znalost a pochopení Newtonových zákonů a některých silových zákonů nám nyní dává možnost vyřešit řadu situací, které známe ze světa kolem nás. Prozatím s omezením na hmotné body; rotaci ani deformaci těles jsme dosud do našich úvah nezahrnuli.

Snažte se nad každým příkladem pořádně zamyslet, pochopit, co se v dané situaci děje a proč. Měl by vám k tomu pomoci tento stručný návod, jak si lépe poradit s úlohami z dynamiky.

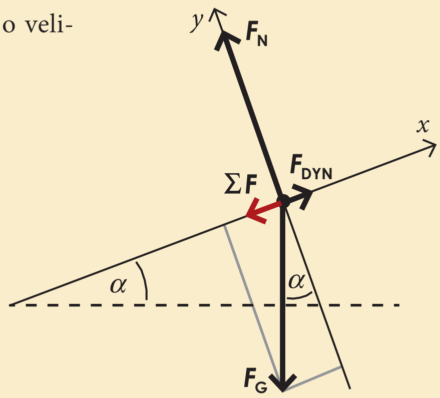
1. Sestrojte si jednoduchý náčrtek situace se všemi důležitými tělesy a údaji, vypište všechny známé veličiny. Ujasněte si, k čemu chceme dojít, jaká je otázka v zadání úlohy.
2. Ujasněte si, o které těleso, jehož pohyb máte popsat, se jedná, jaké okolní objekty a jakými silami na ně působí. Poté sestavte silový diagram (diagramy) a zvolte vhodně vztažnou soustavu.
3. Nezapomeňte, že v silovém diagramu pro určité těleso musí být zakresleny *všechny* síly, které *na dané těleso* působí.
4. Použijte správně druhý Newtonův zákon. Především mějte na paměti, že a) pokud se těleso nepohybuje nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře, je $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$, b) pokud se těleso pohybuje se zrychlením $\boldsymbol{a}$, platí $\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$.
5. Na závěr vždy zvažte, jestli jsou vypočítané výsledky „rozumné“.

Příklad 4-8

Lyžař chce vyzkoušet své nové lyže. Postaví se proto na mírný svah se sklonem $\alpha = 6°$ a začne sjíždět dolů.
(a) Vypočtěte zrychlení lyžaře, víte-li, že koeficient dynamického tření mezi skluznicí a sněhem je $f = 0{,}06$ (odpor vzduchu neuvažujeme, předpokládáme, že lyžař na mírném svahu nedosáhne velké rychlosti).
(b) Za jak dlouho dosáhne lyžař rychlosti o velikosti $5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$?



(a) Na lyžaře působí Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G$, svah kolmou tlakovou silou $\boldsymbol{F}_N$ a třecí silou $\boldsymbol{F}_{DYN}$. Abychom mohli použít druhý Newtonův zákon pro výpočet zrychlení, potřebujeme vyjádřit výslednou působící sílu $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_G + \boldsymbol{F}_N + \boldsymbol{F}_{DYN}$. Tu určíme pomocí silového diagramu (viz obrázek). Víme, že y-ová složka výsledné síly musí být nulová, protože lyžař se pohybuje rovnoběžně



s osou x. Proto pro y-ové složky sil bude platit:

$$\Sigma F_y = F_N - F_G \cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad F_N = F_G \cos\alpha.$$

Pro x-ové složky bude platit:

$$\Sigma F_x = F_{DYN} - F_G \sin\alpha.$$

Víme, že gravitační síla $F_G = mg$ a třecí síla $F_{DYN} = f_D F_N = f_D mg\cos\alpha$. Po dosazení dostaneme

$$\Sigma F_x = f_D mg\cos\alpha - mg\sin\alpha.$$

Výsledné zrychlení a_x pak dostaneme z druhého Newtonova zákona

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{f_D mg\cos\alpha - mg\sin\alpha}{m} = f_D g\cos\alpha - g\sin\alpha \doteq 0{,}6\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} - 1{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} = -0{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

Výsledné zrychlení lyžaře je tedy $\boldsymbol{a} = (-0{,}8;\ 0)\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, lyžař se pohybuje se zrychlením o velikosti $a = 0{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ směrem dolů ze svahu. Ze vztahu také vidíme, že bez tření ($f_D = 0$) by zrychlení mělo velikost $a = g\sin\alpha = 1{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Všimněte si, že výsledné zrychlení nezávisí na hmotnosti, podobně jako při volném pádu.

(b) Jedná se o rovnoměrně zrychlený pohyb, kde při nulové počáteční rychlosti platí: $v_x(t) = a_x t$. Proto hledaný čas bude $t = v_x / a_x = -5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} / -0{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} = 6\,\mathrm{s}$.

Příklad 4-9

(a) Automobil o hmotnosti $m = 1\,250\,\mathrm{kg}$ vjíždí do kruhové neklopené zatáčky o poloměru $r = 120\,\mathrm{m}$ rychlostí o velikosti $20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Jakou nejmenší hodnotu musí mít koeficient statického tření mezi pneumatikami a silnicí, aby se auto nedostalo do smyku?
(b) Jaký by měl být ideální sklon klopené zatáčky o stejném poloměru jako v příkladu (a) pro průjezd auta stejnou rychlostí? Za ideální považujeme takový sklon, že třecí síla není pro průjezd zatáčkou vůbec potřeba.

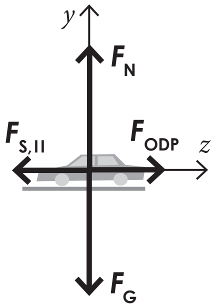
(a) Dostředivou silou, díky níž se auto bude pohybovat rovnoměrně po kružnici, je třecí síla mezi pneumatikou a silnicí. Přestože se auto pohybuje, půjde o statickou třecí sílu. Je to proto, že mezi pneumatikou a silnicí nedochází ke smyku, ale auto se pohybuje dopředu díky otáčení kol. Situace je zachycena na obrázku, včetně silového diagramu. Na auto působí: Země gravitační silou $\boldsymbol{F_G} = m\boldsymbol{g}$ a silnice kolmou tlakovou silou $\boldsymbol{F_N}$ a třecí silou $\boldsymbol{F_S}$. Automobil se nepohybuje ve svislém směru (osa y), proto musí platit $F_N = F_G = mg$. Ve vodorovné rovině (konkrétně ve směru osy x) působí pouze statická třecí síla $\boldsymbol{F_S}$, která je zároveň výslednou působící silou. V našem případě jde o dostředivou sílu, jejíž velikost má být $\Sigma F = mv^2/r$. Auto se dostane do smyku v případě, kdy maximální velikost statické třecí síly nebude dostatečná k tomu, aby realizovala dostředivou sílu. V mezní situaci, která nás zajímá, bude platit

$$F_{S,\,max} = \Sigma F \quad \Rightarrow \quad f_S mg = \frac{mv^2}{r}.$$

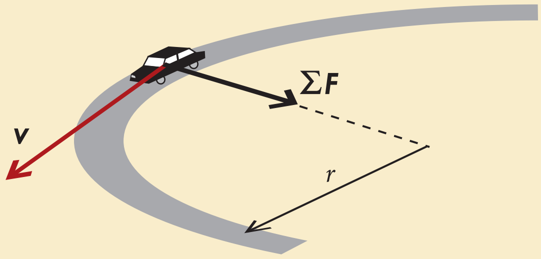
Odtud vyjádříme hledaný koeficient f_S

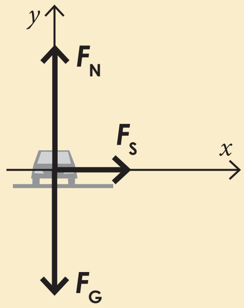
$$f_S = \frac{v^2}{gr} = \frac{(20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})^2}{(9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}})(120\,\mathrm{m})} \doteq 0{,}34.$$

V příkladu 4-9 uvažujeme, že třecí síla působí jen ve směru kolmém na rychlost.
Ve skutečnosti je situace složitější, protože jede-li auto stálou rychlostí, působí na něj také odporová síla. Ta musí být kompenzována pohonem kol, tedy opět třecí silou $F_{S,II}$, tentokrát ve směru rychlosti (viz obrázek). F_S i $F_{S,II}$ jsou tak navzájem kolmé složky jediné třecí síly mezi koly a silnicí.
Jakým způsobem ovlivní započítání odporové síly výsledek příkladu?



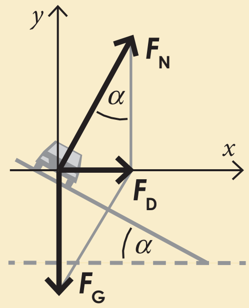
Bude-li $f_S < 0{,}34$, nebude třecí síla dost velká, aby udržela automobil na kruhové dráze, a dojde ke smyku. V případě $f_S > 0{,}34$ udrží třecí síla auto na kruhové dráze. Výsledek nezáleží na hmotnosti auta.





Po srovnání s tabulkou na straně 49 můžeme říci, že je-li silnice suchá, pak auto smyk nedostane, naopak na mokré silnici by ke smyku dojít mohlo, záleží na kvalitě pneumatik, teplotě, množství vody na silnici, atd.

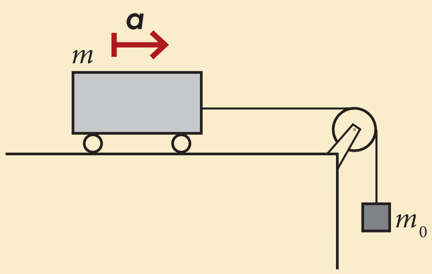
(b) Chceme-li, aby třecí síla na auto vůbec nepůsobila, musí potřebná dostředivá síla vzniknout pouze sečtením vektorů gravitační síly $\boldsymbol{F}_G$ a kolmé tlakové síly $\boldsymbol{F}_N$. Situaci snadno pochopíme, nakreslíme-li silový diagram pro tuto situaci (vpravo). Sklon zatáčky označíme jako úhel α, který svírá silnice s osou x. Protože síla $\boldsymbol{F}_N$ je kolmá na silnici a osa y na osu x, musí být úhel α i mezi silou $\boldsymbol{F}_N$ a svislým směrem. Dostředivá síla směřuje podél osy x. V silovém diagramu jsme dostali pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny tvoří síly $\boldsymbol{F}_G$ a $\boldsymbol{F}_D$. Jejich velikosti můžeme vyjádřit jako $F_G = mg$ a $F_D = mv^2/r$. Podmínku pro úhel α pak můžeme zapsat pomocí funkce tangens



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_D}{F_G} = \frac{mv^2}{rmg} = \frac{v^2}{rg} \doteq 0{,}34 \quad \Rightarrow \quad \alpha \doteq 29^\circ.$$

Příklad 4-10

V odstavci o druhém Newtonově zákoně jsme popsali jednoduchý pokus s vozíkem o hmotnosti m, který se může pohybovat bez tření po vodorovné podložce a je tažen známou silou $\boldsymbol{F}$. Tuto sílu bychom v praxi mohli realizovat například zavěšením závaží o hmotnosti m_0 přes kladku zanedbatelné hmotnosti (viz obrázek). Vypočtěte, s jakým zrychlením se bude vozík pohybovat.



Nejprve je třeba si uvědomit, že délka závěsu (lanka) se nemění, proto zrychlení vozíku i závaží bude mít stejnou velikost a. Tahová síla $\boldsymbol{F}_T$, kterou působí lanko na závaží, musí být stejně velká jako tahová síla $\boldsymbol{F}'_T$, kterou působí lanko na vozík, neboť kladka se zanedbatelnou hmotností pouze „mění směr tahové síly", nikoliv její velikost. Toho využijeme při kreslení silového diagramu (viz obrázek). Závaží se bude pohybovat dolů zrychlením o velikosti a, zatímco vozík směrem doprava se stejně velkým zrychlením. Chceme určit velikost zrychlení a a velikost síly F_T.

Napišme druhý Newtonův zákon pro závaží:

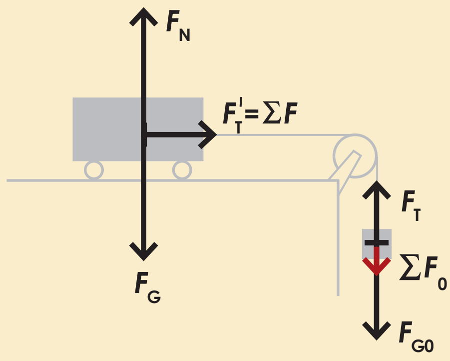
$$m_0 g - F_T = m_0 a$$

a pro vozík

$$ma = F_T.$$

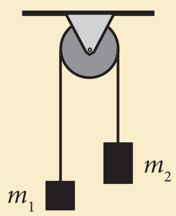
Dostali jsme dvě rovnice o neznámých a a F_T, které vyřešíme dosazením za F_T do první rovnice a následnou úpravou

$$m_0 g - ma = m_0 a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m}{m+m_0}\, g.$$

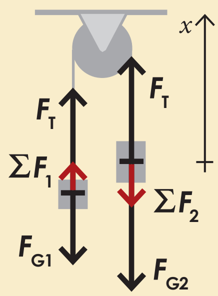


Příklad 4-11

Dvě závaží o hmotnostech $m_1 = 2{,}0\,\text{kg}$ a $m_2 = 3{,}0\,\text{kg}$ jsou spojena lanem přes kladku zanedbatelné hmotnosti. Kladka se může otáčet bez tření (viz obrázek). Poté, co soustavu uvolníme, dají se závaží do pohybu. Určete velikost jejich zrychlení a sílu, kterou je lano napínáno.



Nejprve je třeba si uvědomit, že délka lana se nemění, proto zrychlení obou závaží bude mít stejnou velikost a, přičemž těžší závaží bude klesat a lehčí stoupat. Tahová síla $\boldsymbol{F}_T$, kterou působí lano na závaží, musí být stejně velká pro obě závaží, neboť kladka se zanedbatelnou hmotností pouze „mění směr tahové síly“, nikoliv její velikost. Toho využijeme při kreslení silového diagramu (viz obrázek). Závaží číslo 1 se bude pohybovat v kladném směru zvolené osy x se zrychlením o velikosti a, závaží číslo 2 proti směru osy x se stejně velkým zrychlením. Chceme určit velikost zrychlení a a velikost síly F_T.



Napišme druhý Newtonův zákon pro první závaží (na ose x):

$$m_1 a = F_T - m_1 g$$

a pro druhé závaží

$$-m_2 a = F_T - m_2 g.$$

Dostali jsme dvě rovnice o neznámých a a F_T, které vyřešíme sčítací metodou. Od první rovnice odečteme druhou rovnici a dostaneme

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, g = \frac{3\,\text{kg} - 2\,\text{kg}}{3\,\text{kg} + 2\,\text{kg}}\, g = \frac{1}{5}\, g = 2{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

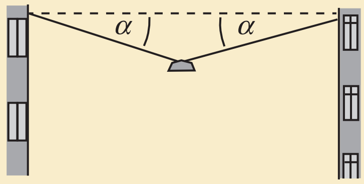
Z první rovnice pak vyjádříme i druhou neznámou F_T

$$F_T = m_1 (a+g) = m_1 (a+g) = 2\,\text{kg}(2{,}0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}) \doteq 24\,\text{N}.$$

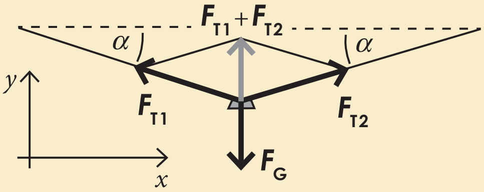
Porovnáme-li výsledek s velikostmi sil $F_{G1} = m_1 g = 20\,\text{N}$ a $F_{G2} = m_2 g = 29\,\text{N}$, vidíme, že velikost síly F_T leží mezi těmito dvěma hodnotami. To jsme mohli předem usoudit ze silového diagramu. Výsledné zrychlení soustavy je $g/5$.

Příklad 4-12

Lampa nad ulicí je zavěšena pomocí dvou lan ukotvených v protějších domech (viz obrázek). Vypočtěte, jak závisí velikost síly, kterou jsou lana napínána (jakou silou lampa na každé z nich působí), na úhlu α, který svírají s vodorovnou rovinou. Lampa visí uprostřed ulice a má hmotnost $m = 40\,\text{kg}$. Hmotnost lan můžete zanedbat.



Začneme silovým diagramem pro lampu (viz obrázek). Působí na ni Země gravitační silou $\mathbf{F}_G = mg$ a lana tahovými silami $\mathbf{F}_{T1}$ a $\mathbf{F}_{T2}$. Směr tahové síly je dán směrem lana. Lampa je v klidu, proto je podle 2. Newtonova zákona zřejmé, že výslednice sil, které na ni působí, je nulová. Tuto silovou rovnováhu vyjádříme vztahem $\mathbf{F}_T + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_G = \mathbf{0}$. Po složkách:



$$x:\ -F_{T1}\cos\alpha + F_{T2}\cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{T1} = F_{T2},\ \text{označme } F_T$$

$$y:\ F_{T1}\sin\alpha + F_{T2}\sin\alpha - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad 2F_T\sin\alpha = mg \quad \Rightarrow \quad F_T = \frac{mg}{2\sin\alpha}.$$

Získali jsme obecný vztah pro velikost sil F_T, kterými působí lano na lampu, v závislosti na úhlu α. Podle třetího Newtonova zákona však stejně velkými silami působí i lampa na lano, a to jsou hledané síly. Pro konkrétní představu teď zkusíme dosadit několik konkrétních hodnot α a vypočítat F_T:

$\alpha = 45°$ .... $F_T = 280\,\text{N}$
$\alpha = 30°$ .... $F_T = 390\,\text{N}$
$\alpha = 15°$ .... $F_T = 760\,\text{N}$
$\alpha = 5°$ .... $F_T = 2\,250\,\text{N}$
$\alpha = 1°$ .... $F_T = 11\,230\,\text{N}$

Vidíme, že pro malé úhly α velikost sil, kterými je lano napínáno, velmi rychle roste. Je vidět, že lano v žádném případě nemůže být vodorovné. Co myslíte, může lampa viset na pevné vodorovné tyči?

Otázky

1

Uveďte příklady těles, která „setrvávají v rovnoměrném pohybu v daném směru",
(a) protože na ně nepůsobí žádná síla,
(b) protože se působící síly vyruší.

2

Experimentátor se rozhodl vyzkoušet platnost Newtonových zákonů v praxi. Vzal si s sebou všechny možné pomůcky a nastoupil do nákladního železničního vagónu bez oken, dobře odpruženého, aby nebyly cítit drobné nerovnosti na trati. Určete, jestli může poznat,
(a) zda se vlak pohybuje rovnoměrně přímočaře, nebo je v klidu,
(b) jak velkou rychlostí se vlak pohybuje,
(c) zda vlak zrychluje,
(d) zda projíždí zatáčkou.
Určete také všechny síly, působící na experimentátora v jednotlivých případech a jejich výslednici.

3

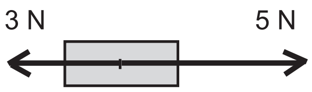
Rozhodněte, které z následujících vztažných soustav můžeme považovat za inerciální:
(a) soustava spojená s vagónem vlaku, který rovnoměrně projíždí zatáčkou,
(b) soustava spojená s vagónem vlaku, který jede rovnoměrně po přímé trati rychlostí o velikosti $25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$,
(c) soustava spojená s kosmickou lodí letící přímočaře konstantní rychlostí vzhledem ke Slunci,
(d) soustava spojená s orbitální stanicí obíhající kolem Země rychlostí o stálé velikosti v,
(e) soustava pevně spojená s kabinou ruského kola.

4

(a) Jakou silou působí okolní vzduch na parašutistu o hmotnosti 90 kg, který klesá k zemi stálou rychlostí $8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$? Počítejte s $g = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.
(b) Působí během pádu větší silou Země na parašutistu nebo parašutista na Zemi? Urychluje také parašutista Zemi?

5

Doplňte třetí sílu působící na krabici tak,



(a) aby krabice byla v klidu,
(b) aby se krabice pohybovala stálou rychlostí $5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ směrem doprava,
(c) aby se krabice pohybovala se zrychlením $1\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ směrem doprava,
(d) aby se krabice pohybovala se zrychlením $1\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ směrem doleva.

6

Když vynálezce vývěvy Otto von Guericke v roce 1654 předváděl slavný pokus prokazující existenci atmosférického tlaku s magdeburskými polokoulemi (dvě duté kovové polokoule, ze kterých byl vyčerpán vzduch), bylo na každé straně zapřáhnuto 8 koní, kteří se o polokoule přetahovali. Kdyby místo osmi koní z každé strany bylo všech šestnáct koní zapřaženo na jedné straně a druhý konec připevněn ke zdi, jakou silou by byly polokoule roztahovány oproti původní variantě? Svou odpověď správně zdůvodněte.

7

Navrhněte několik způsobů, jak zmenšit svoji „váhu" (tedy údaj, který ukáže osobní váha), aniž byste museli skutečně zhubnout (tedy zmenšit svoji hmotnost).

8

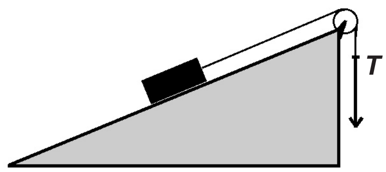
Známe výslednou sílu působící na těleso o hmotnosti m. Který ze zákonů nám umožní zjistit, s jakým zrychlením se bude těleso pohybovat?
(a) První Newtonův zákon,
(b) druhý Newtonův zákon,
(c) třetí Newtonův zákon,
(d) pravidlo skládání sil,
(e) záleží na tom, jakého původu je působící síla.

9

Ve kterých fázích pohybu výtahu je lano, na kterém je výtah zavěšen, nejvíce namáháno? Svou odpověď správně zdůvodněte.

10

Krabice se může pohybovat po dokonale hladké nakloněné rovině. Složka gravitační síly působící na krabici měřená podél nakloněné roviny má velikost 5 N. Tahová síla provazu má velikost T. Hmotnost kladky je zanedbatelná, kladka se otáčí bez tření. Ve kterých z následujících případů je tahová síla T rovna 5 N?



(a) krabice je v klidu,
(b) krabice stoupá po nakloněné rovině konstantní rychlostí,
(c) krabice klesá po nakloněné rovině konstantní rychlostí,
(d) krabice stoupá po nakloněné rovině s klesající rychlostí,
(e) krabice klesá po nakloněné rovině s klesající rychlostí,
(f) krabice stoupá po nakloněné rovině s rostoucí rychlostí,
(g) krabice klesá po nakloněné rovině s rostoucí rychlostí,
(h) rovnost $T = 5\,\mathrm{N}$ nikdy nenastane.

11

Dvě kostky ze stejného materiálu o hmotnostech m a $2m$ leží v klidu na vodorovné podložce.
(a) Na kterou kostku působí větší statická třecí síla?
(b) Která kostka se začne první pohybovat, začneme-li podložku pomalu naklánět?

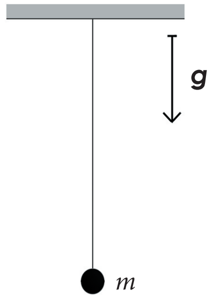
12

Dva pingpongové míčky, z nichž jeden je dutý a druhý je vyplněný betonem, byly zároveň upuštěny z výšky $h = 40\,\mathrm{m}$.
(a) Na který působí větší gravitační síla?
(b) Na který působí větší odporová síla?
(c) Který dopadne jako první?
(d) Který by dopadl první, nebýt odporu vzduchu?

13

Vysvětlete, proč astronauti na oběžné dráze pociťují stav beztíže. Můžeme zažít stav beztíže, aniž bychom museli podniknout výlet na oběžnou dráhu kolem Země? Uveďte příklady.

14



Malá kulička o hmotnosti m visí volně na vlákně, které je připevněno ke stropu. Gravitační zrychlení je $\boldsymbol{g}$.
(a) Překreslete obrázek a vyznačte a popište všechny síly působící na kuličku a jejich výslednici. Je mezi nimi nějaká dvojice akce--reakce?
(b) Vyznačte a popište všechny síly působící na kuličku a jejich výslednici v případě, že kulička byla rozkývána na vlákně a obrázek zachycuje její průchod nejnižší polohou. Odpor vzduchu neuvažujte.

Úlohy

1

Tažné lano pro automobily je navrženo tak, aby na něm mohlo být taženo auto o hmotnosti maximálně 1750 kg po rovině se zrychlením maximálně $1{,}35\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Jakou sílu musí lano vydržet? Mohlo by se na toto lano bezpečně zavěsit těleso o hmotnosti 850 kg? [2 360 N, ne]

2

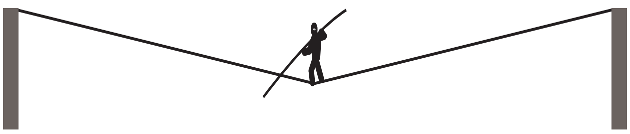
Jaká je tíha (velikost gravitační síly) astronauta o hmotnosti 75 kg
(a) ve výcvikovém středisku na Floridě, kde $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? [735 N]
(b) na vesmírné stanici ISS, kde $g = 9{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? [683 N]
(c) na Marsu, kde $g = 3{,}2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? [240 N]

3

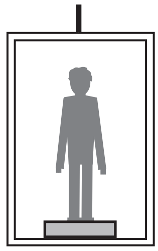
Náboj do kanónu má hmotnost 55 kg a opustí hlaveň rychlostí $770\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Hlaveň kanónu je dlouhá 1,5 m. Jak velkou průměrnou silou působí dělo na náboj při jeho vystřelování? [$1{,}1\cdot10^{7}$ N]

4

Vypočítejte, jak velkou silou je napínáno lano, po kterém jde provazochodec o hmotnosti 60 kg. Délka lana je 21 m, oba koncové body jsou stejně vysoko a jejich vzdálenost je 20 m. Provazochodec stojí uprostřed lana. Hmotnost lana zanedbejte. [$F = 970\,\mathrm{N}$]



5



Fyzik o hmotnosti 80 kg si s sebou vzal do výtahu ve výškové budově osobní váhu. Jaké údaje bude váha ukazovat při rozjezdu dolů a následném brzdění výtahu se zrychlením o velikosti $2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$? [64 kg, 96 kg]

6

Vypočtěte, s jakým maximálním zrychlením může brzdit automobil na asfaltu za suchého počasí. Jaká bude jeho brzdná dráha, jede-li rychlostí $100\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$? Předpokládáme, že kola při brzdění neprokluzují.
[$a_{max} = f_S\, g,\ s = v^2/(2 f_S\, g)$]
(b) Řešte stejnou úlohu pro případ, že auto brzdí na náledí. Využijte tabulku na straně 49.

7

Měříme součinitel statického tření touto metodou: Na dřevěné nakloněné desce leží hranolek, který je v klidu. Pomalu zvětšujeme úhel mezi touto deskou a vodorovnou rovinou. Při úhlu 37° se hranolek rozjede. Určete z tohoto výsledku koeficient statického tření mezi hranolkem a deskou.
Určete také statickou třecí sílu (velikost a směr) pro libovolný úhel $0° < \alpha < 37°$. [$f_S = \mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}75$]

8

Polárník táhne po rovině naložené sáně o celkové hmotnosti 130 kg. Provaz, za který polárník táhne, svírá s vodorovnou rovinou úhel 15°. Koeficient dynamického tření je $f_D = 0{,}02$. Určete zrychlení sání, táhne-li polárník silou 40 N.
[$a = 0{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$]

9

Jak velkou sílu musíme vyvinout, abychom posunuli těžkou bednu ($m = 80$ kg) po vodorovné podlaze ($f_S = 0{,}75$),

(a) táhneme-li vodorovným směrem? [590 N]

(b) táhneme-li šikmo tak, že tahová síla svírá s rovinou podlahy úhel 37°? [470 N]

10

Vypočtěte mezní rychlost pádu dešťové kapky. Předpokládejte, že kapka má tvar koule o poloměru $r = 1{,}5$ mm. Odporový koeficient kulového tělesa je 0,5. [6,4 m·s^{-1}]

11

Během cirkusového představení vjíždí cyklista do "spirály smrti" (viz obrázek). Jakou musí jet minimální rychlostí, aby neztratil kontakt s povrchem dráhy? Poloměr oblouku dráhy je $R = 2{,}7$ m. [$v = 5{,}1$ m·s^{-1}]

12

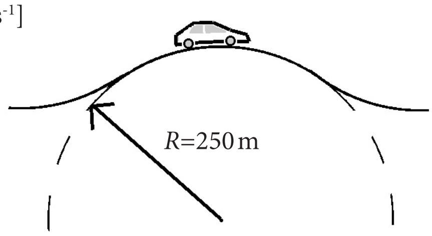
Při zkoušce v aerodynamickém tunelu bylo změřeno, že odporová síla působící na cyklistu při rychlosti 30 km·h^{-1} je přibližně 40 N. Vypočtěte, jaký musí být sklon silnice, aby cyklista jel dolů stálou rychlostí 30 km·h^{-1} bez šlapání a brzdění. Hmotnost cyklisty i s kolem je 90 kg. [$\alpha = 2{,}6°$]

13

Koeficient statického tření mezi pneumatikou a mokrou silnicí je 0,25. Jakou maximální rychlostí může projet automobil bez smyku vodorovnou zatáčku o poloměru 47,5 m? [$v = 11$ m·s^{-1}]

14

Kaskadér v autě přejíždí vrcholek, jehož profil je přibližně kruhový, s poloměrem 250 m (viz obrázek). Jakou největší rychlostí může jet, aby vozidlo neztratilo kontakt se silnicí? [$v = 50$ m·s^{-1}]



15

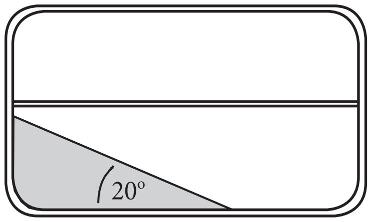
Jurij Gagarin byl v kosmické lodi Vostok, která létala na oběžné dráze kolem Země ve výšce $h = 520$ km rychlostí 7,6 km·s^{-1}. Jeho hmotnost byla 80 kg. Jaké výsledná síla působila na Gagarina? [$F = 670$ N]

16

Vypočtěte, jak velkou rychlostí bychom museli vystřelit projektil z vysoké hory v Newtonově myšlenkovém experimentu, aby obletěl celou Zemi po kruhové dráze? Zkuste řádově odhadnout velikost odporové síly působící na projektil při této rychlosti. [7,9 km·s^{-1}]

17

Cestující ve vlaku si všiml, že když průvodčí zatáhl za záchrannou brzdu, zaujala voda v dutině mezi dvojitým sklem okna vagónu tento tvar:



Určete velikost a směr zrychlení, s jakým se vlak při zatažení záchranné brzdy pohyboval. [3,6 m·s^{-2}, směr vpravo]

18

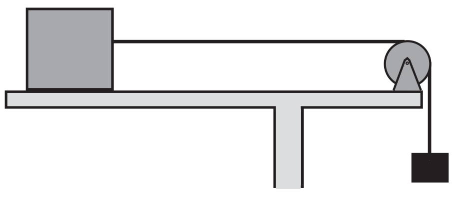
Člověk o hmotnosti 85 kg se spouští na zem z výšky 10 m tak, že se drží lana vedeného přes kladku, na jehož druhém konci je uvázán pytel s pískem o hmotnosti 65 kg. Kladka se otáčí bez tření.

(a) Jakou rychlostí dopadne člověk na zem, jestliže byl zpočátku v klidu? [5 m·s^{-1}]

(b) Může člověk rychlost dopadu nějak snížit?

19

Kostka o hmotnosti 0,50 kg leží na vodorovném stole a je uváděna do pohybu závažím o hmotnosti 0,20 kg, které je k němu připevněno nití vedenou přes kladku zanedbatelné hmotnosti (viz obrázek). Koeficient dynamického tření mezi stolem a kostkou je 0,2. Určete zrychlení kostky a sílu, kterou je napínána nit.
[$a = 1{,}4$ m·s^{-2}, $F = 1{,}7$ N]



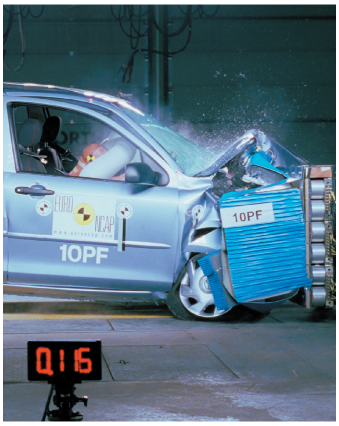
Kapitola 5

Hybnost, práce, energie

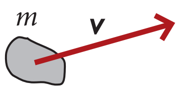
Víte, že...

Právě hybnost patří v oblasti dopravních nehod k nepostradatelným pojmům.

Po přečtení této části budete například umět jednoduše odpovědět na otázky, proč má vlastně automobil deformační zóny a proč se vyplatí se před jízdou připoutat.



Obrázek 5-1. Fotografie „crash testu“ neboli nárazové zkoušky automobilu.



Obrázek 5-2. Hybnost tělesa je vektorová veličina určená součinem hmotnosti tělesa a jeho rychlosti.

Cíle

1. **Poznáte novou veličinu popisující pohyb: hybnost. Seznámíte se se zákonem zachování hybnosti a jeho použitím v nejrůznějších situacích.**
2. **Poznáte další dvě důležité mechanické veličiny: práci a energii. Seznámíte se také s různými formami energie.**
3. **Poznáte zákon zachování energie a jeho použití pro pochopení mnoha dějů a snazší vyřešení některých úloh.**
4. **Dozvíte se, co je to výkon a účinnost.**

5.1. Hybnost

Představte si, že chytáte jednou tenisový míček a podruhé kámen. Přitom obě dvě tělesa se pohybují stejnou rychlostí. Snadno dojdete k závěru, že chytit kámen je mnohem těžší, neboť jeho hmotnost je mnohem větší. Řečeno jazykem fyziky: k zastavení hmotnějšího tělesa během stejné doby je třeba, aby na něj působila větší síla. Nyní uvažme dva tenisové míčky stejné hmotnosti, z nichž jeden se pohybuje větší rychlostí. V tomto případě zjistíme, že větší síly je (v daném časovém intervalu) třeba k zastavení rychlejšího míčku. Jak hmotnost tak rychlost pohybujícího se tělesa určují jeho pohybový stav. Součin okamžité rychlosti a hmotnosti tělesa nazýval Newton „množství pohybu“. Dnes se tato veličina nazývá **hybnost**. Je to vektorová veličina definovaná vztahem

$$\boxed{\mathbf{p} = m\mathbf{v}.}$$

Vidíme, že hybnost má stejný směr jako rychlost. Jednotkou hybnosti je $[\mathbf{p}]=[m]\cdot[\mathbf{v}]=\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Tato jednotka nemá svůj vlastní název.

Připomeňme si nyní druhý Newtonův zákon

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a},$$

který říká, jaké bude zrychlení tělesa, působí-li na ně výsledná síla $\sum \mathbf{F}$. Budeme-li předpokládat, že výsledná síla je po dobu Δt konstantní, můžeme použít průměrného zrychlení $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$ a druhý Newtonův zákon přepsat takto:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{m\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

Vidíme, že na pravé straně rovnice vystupuje výraz $m\Delta\mathbf{v}$, což není nic jiného než změna hybnosti tělesa $\Delta\mathbf{p}$, neboť $m\Delta\mathbf{v} = m(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \Delta\mathbf{p}$.

Dostaneme tak **vyjádření druhého Newtonova zákona pomocí hybnosti**

$$\boxed{\Sigma \boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t},}$$

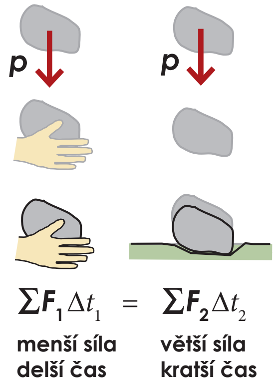
které říká, jak se změní hybnost tělesa, působí-li na něj výsledná síla $\Sigma \boldsymbol{F}$. Připomeňme předpoklad, že výsledná síla je po dobu Δt konstantní. Neobjevili jsme zde nic nového, pouze jsme jinak zapsali tentýž přírodní zákon. I to však může být někdy užitečné. Také autor zákonů dynamiky Newton použil právě tento tvar.

Vynásobíme-li rovnici Δt, můžeme ji ještě přepsat do tvaru

$$\Sigma \boldsymbol{F} \Delta t = \Delta \boldsymbol{p}.$$

Součin výsledné síly $\Sigma \boldsymbol{F}$ a časového intervalu Δt, po který síla působila, vyjadřuje časový účinek síly, nazýváme jej **impulz síly**.

Vraťme se ještě k příkladu chytání letícího kamene z úvodu odstavce. Situace je znázorněna na obrázku 5-3. Kámen můžeme zastavit tak, že na něj budeme působit delší dobu menší silou, což by odpovídalo snaze chytit jej do ruky. V případě, že necháme kámen dopadnout na tvrdou zem, musí být výsledný impulz stejný. Ovšem časový interval, po který na něj země působí, bude mnohem menší (kámen zastaví na mnohem kratší dráze). Proto také síla, kterou na kámen působí země, bude mnohem větší než síla od naší ruky (viz obrázek 5-3). Podobně můžeme vysvětlit i význam deformačních zón v automobilu. Snahou konstruktérů je, aby náraz a deformace auta trvaly co nejdelší dobu a síly, které tak působí na cestující, byly co nejmenší. Nejdůležitější jsou však při nárazu zapnuté pásy, případně airbag. Dokážete sami říct, v čem spočívá jejich význam? Nápověda: použijte také Newtonovy zákony.



Obrázek 5-3. Zastavení kamene rukou a dopadem na zem. V obou případech je změna hybnosti kamene stejná (daná jeho hmotností a počáteční rychlostí), v obou případech musí působit stejný impulz síly. Ten však může být realizován různým způsobem.

Příklad 5-1

Největší tanker na světě Jahre Viking (viz obrázek 5-4) uveze při plném zatížení 564 000 tun ropy. Hmotnost prázdné lodi je 83 000 tun. Tanker se po volném moři pohybuje rychlostí o velikosti 16 uzlů.
(a) Vypočítejte velikost hybnosti plně naloženého tankeru.
(b) Vypočítejte, jak dlouho trvá lodi než zastaví, je-li brzděna průměrnou silou 4,5 MN.
(c) Vypočtěte brzdnou dráhu tankeru (předpokládejte rovnoměrně zpomalený pohyb).

(a) Nejprve převedeme jednotky: 1 uzel $= 1{,}85\,\mathrm{km\cdot h^{-1}} \doteq 0{,}51\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, tedy rychlost tankeru má velikost $v_0 = 8{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Celková hmotnost tankeru i s nákladem je $m = (564\,000 + 83\,000)\,\mathrm{t} = 6{,}47\cdot 10^8\,\mathrm{kg}$. Nyní můžeme dosadit do vztahu pro velikost hybnosti a dostaneme

$$p = mv_0 = 8{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \cdot 6{,}47\cdot 10^8\,\mathrm{kg} \doteq 5{,}3\cdot 10^9\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}.$$

Velikost hybnosti plně naloženého tankeru jedoucího plnou rychlostí je $5{,}3\cdot 10^9\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$.
(b) Předpokládáme, že brzdná síla působí stále proti směru pohybu lodi a pohyb se odehrává na přímce. Proto můžeme napsat druhý Newtonův zákon ve tvaru $\Sigma F \Delta t = \Delta p$, kde Δp je velikost změny hybnosti a ΣF velikost síly. Hybnost lodi na konci je nulová, proto $\Delta p = |0 - 5{,}3\cdot 10^9|\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}} = 5{,}3\cdot 10^9\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$. Můžeme vyjádřit hledaný čas

$$\Delta t = \frac{\Delta p}{\Sigma F} = \frac{5{,}3\cdot 10^9\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}}{4{,}5\cdot 10^6\,\mathrm{N}} \doteq 1\,200\,\mathrm{s}.$$

Zastavování tankeru bude trvat $1\,200\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{min}$.

Víte, že…

Největší loď na světě je Norský ropný tanker Jahre Viking vyrobený v roce 1979. Uveze při plném zatížení 564 000 tun ropy. Jahre Viking patří spolu s dalšími asi třiceti plavidly k elitní extratřídě ULCC (Ultra Large Crude Carrier), v níž každý tanker má kapacitu přes 320 000 tun ropy. Téměř všechny se pohybují mezi Perským a Mexickým zálivem.

Obrázek 5-4. Obří tanker Jahre Viking.

(c) Použijeme našich znalostí o přímočarém pohybu. Pro rychlost tankeru bude platit rovnice pro pohyb s konstantním zrychlením $v(t) = v_0 - at$. Z ní můžeme vypočítat velikost zrychlení a, neboť víme, že $v(t = 1\,200\,\mathrm{s}) = 0$. Dostaneme

$$0 = v_0 - at \quad => \quad v_0 = at \quad => \quad a = \frac{v_0}{t} = \frac{8{,}16\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}{1200\,\mathrm{s}} = 0{,}0068\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

Nyní můžeme hodnoty dosadit do vztahu pro uraženou dráhu

$$s = v_0 t - \tfrac{1}{2} a t^2 = 4{,}9\,\mathrm{km}.$$

Výsledná brzdná dráha bude 4,9 km. Velké tankery opravdu potřebují několik kilometrů na to, aby zastavily, podobně obtížně mění i směr jízdy. Manévrování s takovými loděmi je proto díky jejich velké hybnosti velmi obtížné. Několikrát v historii se už stalo, že tanker najel na mělčinu nebo na útes, ropa z něj vytekla do moře a způsobila obrovské škody na okolní přírodě.

Příklad 5-2

Tenisový míček o hmotnosti $m = 60\,\mathrm{g}$ letěl rychlostí $\boldsymbol{v}_1 = (15; 0)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ve vztažné soustavě spojené se zemí tak, že osa x je vodorovná, osa y směřuje svisle vzhůru (viz obrázek). Rychlost míčku po úderu raketou se změnila na (a) $\boldsymbol{v}_2 = (-15; 0)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, (b) $\boldsymbol{v}_2 = (0; 15)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vypočtěte změnu hybnosti míčku a průměrnou sílu během úderu rakety, trval-li ráz $\Delta t = 2{,}5\,\mathrm{ms}$.

Nezapomeňme, že hybnost je vektorová veličina, proto musíme počítat v souřadnicích:

(a) $\Delta\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 = 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (-15; 0)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} - 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (15; 0)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = (-1{,}8; 0)\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$,

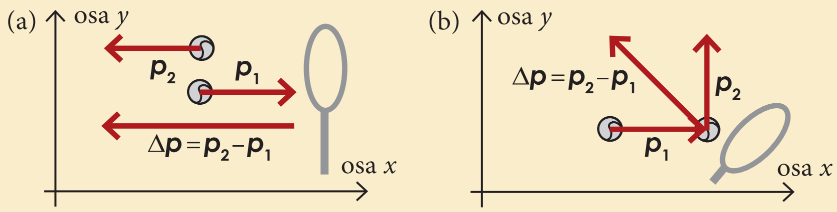
(b) $\Delta\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 = 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (0; 15)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} - 0{,}06\,\mathrm{kg} \cdot (15; 0)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = (-0{,}9; 0{,}9)\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$.

Názorné je také grafické řešení (viz obrázek). Průměrnou sílu vypočítáme jednoduše jako

(a) $\Sigma\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t} = (-1{,}8 / 0{,}0025; 0)\,\mathrm{N} = (-720; 0)\,\mathrm{N}$.

(b) $\Sigma\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t} = (-0{,}9 / 0{,}0025; 0{,}9 / 0{,}0025)\,\mathrm{N} = (-360; 360)\,\mathrm{N}$.

Raketa na míček působila průměrnou silou (a) o velikosti 720N směřující proti směru osy x, (b) o velikosti 510 N svírající s osou x úhel 45°.



5.2. Zákon zachování hybnosti

Ve fyzice se pojem izolované soustavy používá často v obecnějším významu. Za izolovanou považujeme takovou soustavu, která je po všech stránkách „oddělená“ od okolí. Nejen, že na ni okolí nepůsobí silami, ale nedochází ani k výměně hmoty či záření.

Zkusme se nyní podívat, jak se mění hybnost těles při jejich vzájemném působení. Zaměříme se na ten nejjednodušší možný případ – izolovanou soustavu dvou těles. **Izolovaná soustava je taková, kde na tělesa uvnitř soustavy nepůsobí okolí soustavy žádnými silami**. Tělesa v izolované soustavě působí silami jen na sebe navzájem. Taková soustava je pouze idealizací, často však můžeme působení okolí na soustavu zanedbat. Za izolovanou soustavu proto můžeme považovat například sluneční soustavu, pokud zanedbáme gravitační působení vzdálených hvězd. Ale také třeba skupina koulí na kulečníkovém stole se bude chovat jako izolovaná soustava, dokud nějaká koule nenarazí do kraje stolu a pokud zanedbáme odporové síly. Na koule sice stále působí vnější síly, gravitace a kolmá tlaková síla stolu, jejich výslednice je však nulová, tedy celkový vliv okolí na ně je zanedbatelný.

Pro náš příklad izolované soustavy dvou těles si tedy můžeme vybrat soustavu dvou kulečníkových koulí. Představme si, že koule se nějakým způsobem kutálejí proti sobě. Označme $\boldsymbol{p}_A$ hybnost první koule a $\boldsymbol{p}_B$ hybnost druhé. Celková hybnost soustavy je $\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_B$. Nyní dojde ke srážce a koule na sebe po dobu Δt působí vzájemně určitými silami. Podle **třetího Newtonova zákona** jsou tyto síly stejně velké a opačně orientované. Označíme-li sílu, kterou působí koule A na kouli B jako $\boldsymbol{F}_{AB}$, a sílu, kterou působí B na A jako $\boldsymbol{F}_{BA}$, můžeme napsat $\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$. Vynásobíme-li rovnici časovým intervalem Δt, po který síly působily, dostaneme

$$\boldsymbol{F}_{AB}\Delta t = -\boldsymbol{F}_{BA}\Delta t.$$

Síla $\boldsymbol{F}_{AB}$ (respektive $\boldsymbol{F}_{BA}$) je zároveň výslednou silou působící na kouli B (respektive A), neboť jiná tělesa už v soustavě nejsou a vnější síly se kompenzují. Proto na každé straně rovnice máme vlastně zapsán impulz výsledné síly. Využijeme-li vztahu $\sum \boldsymbol{F}\Delta t = \Delta \boldsymbol{p}$, můžeme rovnici přepsat pomocí změn hybností koulí

$$\Delta \boldsymbol{p}_B = -\Delta \boldsymbol{p}_A.$$

Označíme-li hybnosti koulí po srážce $\boldsymbol{p}'_A$ a $\boldsymbol{p}'_B$, dostaneme

$$\boldsymbol{p}'_B - \boldsymbol{p}_B = -(\boldsymbol{p}'_A - \boldsymbol{p}_A)$$

a odtud po úpravě

$$\boxed{\boldsymbol{p}_A + \boldsymbol{p}_B = \boldsymbol{p}'_A + \boldsymbol{p}'_B.}$$

Vyšlo nám, že hybnost soustavy před srážkou je stejná jako hybnost po srážce.

Tento důležitý závěr můžeme zobecnit i na izolované soustavy o více tělesech a na libovolné typy interakcí mezi tělesy. Dostaneme **zákon zachování hybnosti:**

Celková hybnost izolované soustavy těles je konstantní.

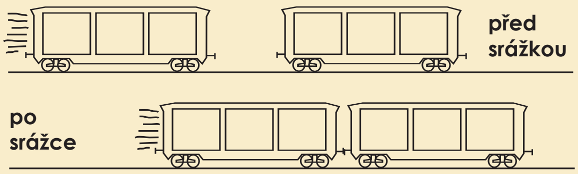
Výhodou tohoto zákona je, že se nemusíme zajímat o to, co se v soustavě děje během určité doby, jaké síly působí, atd. Přesto víme, že celková hybnost bude stejná jako na začátku. Zákon zachování hybnosti patří do důležité skupiny fyzikálních zákonů, které vyjadřují základní vlastnosti přírody tím, že říkají, že hodnota určité veličiny se zachovává.

Význam zákona zachování hybnosti si nyní ukážeme na dvou příkladech.

Příklad 5-3

Na nákladním nádraží sestavují vlak ze stejných vagónů, z nichž každý má hmotnost m. Jeden vagón je roztlačen po vodorovné přímé koleji, dosáhne rychlosti $\boldsymbol{v}$ a narazí do druhého, který stojí v klidu. Vagóny jsou hned spojeny a dál se pohybují společně. Jakou rychlostí? Odporové síly neuvažujte.

Soustavu dvou vagónů můžeme považovat za izolovanou soustavu (svislé síly se vyruší). Musí proto platit, že součet hybností vagónů před srážkou se musí rovnat součtu hybností po srážce. Hybnosti vagónů před srážkou známe: $\boldsymbol{p}_1 = m\boldsymbol{v}, \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{0}$. Hybnost spojených vagónů po srážce bude $\boldsymbol{p}' = 2m\boldsymbol{v}'$, kde rychlost vlaků po srážce $\boldsymbol{v}'$ chceme vypočítat. Jednoduše napíšeme zákon zachování hybnosti



$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{p}' \quad \Rightarrow \quad m\boldsymbol{v} = 2m\boldsymbol{v}' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{v}' \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v}' = \tfrac{1}{2}\boldsymbol{v}.$$

Po srážce se budou spojené vagóny pohybovat poloviční rychlostí.

Příklad 5-4

Střela o hmotnosti $m_0 = 0{,}01\,\mathrm{kg}$ je vystřelena rychlostí $850\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ze samopalu o hmotnosti $m = 3{,}1\,\mathrm{kg}$. Vypočtěte zpětnou rychlost, kterou získá samopal po výstřelu.

Soustavu samopal + střela můžeme považovat za izolovanou jen do té doby, než na střelu začne působit odpor vzduchu a na samopal člověk, který ho drží. To nastane velmi brzy po výstřelu, přesto nám výpočet pomůže získat lepší představu o velikosti hybnosti, kterou zbraň předá střelci.

Výpočet je velmi snadný. Před výstřelem je hybnost soustavy nulová, tělesa jsou v klidu. Po výstřelu proto musí být vektory hybnosti střely $\boldsymbol{p}_0$ i samopalu $\boldsymbol{p}$ stejně velké a opačně orientované, aby byl jejich součet stále nulový a celková hybnost soustavy se nezměnila. Označíme-li velikost rychlosti střely v_0 a samopalu v, dostaneme

$$\boldsymbol{0} = \boldsymbol{p}_0 + \boldsymbol{p} \quad \Rightarrow \quad m_0\boldsymbol{v}_0 = -m\boldsymbol{v} \quad \Rightarrow \quad m_0 v_0 = mv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m_0}{m} v_0.$$

Po dosazení dostaneme $v = (0{,}01\,\mathrm{kg}/3{,}1\,\mathrm{kg}) \cdot 850\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \doteq 2{,}7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Střelec tak dostane od samopalu docela silnou „ránu“ – tzv. zpětný ráz.

Ukázali jsme si zde jen ty nejjednodušší případy použití zákona zachování hybnosti, kdy se dvě tělesa pohybují po přímce. Tyto případy umíme jednoduše vyřešit. V soustavách skládajících se z více těles, která se mohou pohybovat v rovině či v prostoru, platí zákon zachování hybnosti úplně stejně, jen musíme počítat se dvěma případně třemi složkami vektorů hybností těles.

Ideální „laboratoří“ pro vyzkoušení platnosti zákona zachování hybnosti je vesmírný prostor. Představme si například tuto situaci: Astronaut na oběžné dráze kolem Země vystoupil z raketoplánu do volného prostoru. Zapomněl se připoutat jisticím lanem, odrazil se od stěny raketoplánu a teď se od ní pomalu vzdaluje stálou rychlostí. Protože v okolí není žádná látka, od které by se mohl „odrazit“, nachází se v izolované soustavě, jejíž hybnost se zachovává. Jedinou možností záchrany je odhodit nějaké těleso co největší rychlostí ve směru svého pohybu. Bude-li celá hybnosti soustavy astronaut + těleso předána tělesu, astronaut se zastaví.

Přesně takový je i princip **reaktivního raketového motoru**. Reaktivní motor „odhazuje“ svoje palivo, které předtím spálením v tryskách urychlí na co největší rychlost (až několik kilometrů za sekundu), aby byla jeho hybnost co největší. Samotná raketa pak získává hybnost opačnou k hybnosti vystupujících plynů. Mimo povrch a atmosféru Země je reaktivní motor jedinou možností pohonu.

Víte, že…

Historie raketových motorů je velmi dlouhá a dobrodružná. Jednoduché rakety na střelný prach používali Číňané při ohňostrojích a jako válečnou zbraň už od 11. století. Použít raketový motor pro lety do vesmíru napadlo jako prvního v roce 1903 ruského matematika Konstantina Ciolkovského. Cesta ke spolehlivému raketovému motoru schopnému unést větší zátěž však byla ještě dlouhá. Rakety začaly mít velký vojenský význam, a tak jejich vývoj urychlila až druhá světová a posléze studená válka.

Obrázek 5-5. Evropská raketa Ariane 5 vzlétá do vesmíru.

5.3. Mechanická práce

Pojmy práce a energie používáme každodenně v nejrůznějších významech. Fyzika převzala tato slova a zúžila jejich význam. Použila je pro označení fyzikálních veličin.

V běžném hovoru je pojem práce spojen nejčastěji s nějakým člověkem, případně strojem. **Fyzikální veličina práce se ale vždy vztahuje ke konkrétní síle**. Bude-li například člověk zvedat těžkou bednu, dokážeme určit, jakou práci vykonala síla, kterou člověk na bednu působil. Někdy se setkáme i se zjednodušenou formulací: „člověk vykonal práci...“. V tom případě musíme mít na paměti, že se jedná o práci síly, kterou člověk na určité těleso působil.

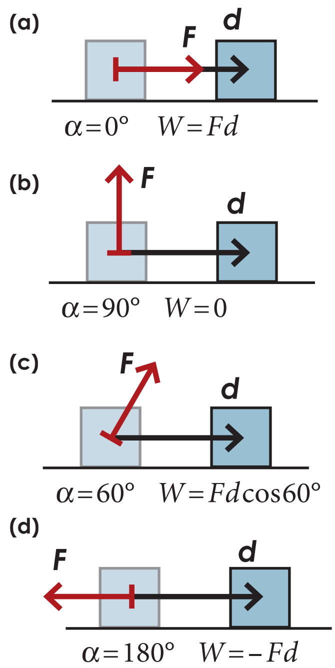
Mechanická práce je spojena s pohybem tělesa. Omezíme se na případ, kdy se těleso pohybuje po přímce. Jestliže na těleso působí konstatní síla $\boldsymbol{F}$, a to se přitom posune o vektor $\boldsymbol{d}$ svírající se silou $\boldsymbol{F}$ úhel α, pak definujeme mechanickou práci vykonanou silou $\boldsymbol{F}$ jako

$$\boxed{W = Fd\cos\alpha,}$$

kde F je velikost síly $\boldsymbol{F}$ a d je velikost vektoru posunutí $\boldsymbol{d}$. Práci značíme velkým písmenem W (z anglického work), její jednotka je $[W]=[F]\cdot[d]=\mathrm{N\cdot m}=\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}=$ $=1\,\mathrm{J}$ (1 joule). Je to skalární veličina. Možná si správně kladete otázku, k čemu je taková veličina dobrá a proč byla definována právě takovým způsobem. Význam práce bude jasnější až v dalším odstavci. Nejdřív si ukážeme její nejdůležitější vlastnosti.

Jednotka práce dostala jméno podle anglického fyzika Jamese Prescotta Joulea (čteme džaula). Znáte nějakou jinou veličinu, která má jednotku joule?

Je jasné, že je-li těleso v klidu, pak síly, které na ně působí, práci nekonají. Jak je tomu v případě, že se těleso pohybuje, ukazuje obrázek 5-6. Můžeme si představit, že se jedná třeba o bednu, kterou stěhujeme po podlaze. Podívejme se, jakou práci vykonají různě orientované síly působící na bednu. V případě (a) působí síla ve směru pohybu bedny (síla, kterou bednu tlačíme). Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{d}$ svírají úhel $\alpha=0°$ a $\cos 0°=1$, proto $W=Fd$. V případě (b) je vyznačena síla $\boldsymbol{F}$ kolmá ke směru pohybu (např. kolmá tlaková síla). Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{d}$ svírají úhel $\alpha=90°$ a $\cos 90°=0$ proto $W=0$. Vidíme, že **síla kolmá ke směru pohybu práci nekoná**. Obrázek (c) ukazuje obecný případ, kdy úhel α leží mezi 0° a 90° (např. síla, kterou druhý pomocník seshora táhne bednu). Vidíme, že síla koná práci menší, než kdyby působila ve směru pohybu. V případě (d) je vyznačena síla $\boldsymbol{F}$ opačná ke směru pohybu (např. dynamická třecí síla). Vektory $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{d}$ svírají úhel $\alpha=180°$ a $\cos 180°=-1$ proto $W=-Fd$. Vykonaná práce je v tomto případě záporná.

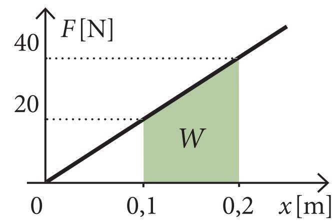


Obrázek 5-6. Práce vykonaná silou F závisí na úhlu mezi silou a posunutím.

Výsledek můžeme přehledně shrnout pro zcela obecnou situaci:

$\alpha=0°$	$\cos 0°=1$	$W=Fd$
$0°<\alpha<90°$	$\cos\alpha>0$	$W=Fd\cos\alpha$ (kladná hodnota)
$\alpha=90°$	$\cos 90°=0$	$W=0$
$90°<\alpha<180°$	$\cos\alpha<0$	$W=Fd\cos\alpha$ (záporná hodnota)
$\alpha=180°$	$\cos 0°=-1$	$W=-Fd$

V případě, že působící síla není konstantní, ale působí ve směru pohybu, můžeme vykonanou práci určit graficky. Potřebujeme k tomu graf závislosti velikosti síly $\boldsymbol{F}$ působící ve směru pohybu tělesa na jeho poloze x (viz obrázek 5-7). Práci síly $\boldsymbol{F}$ při posunutí tělesa o Δx pak určíme jako plochu pod příslušnou částí grafu.

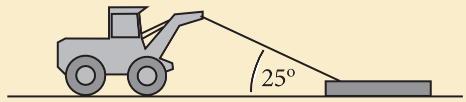


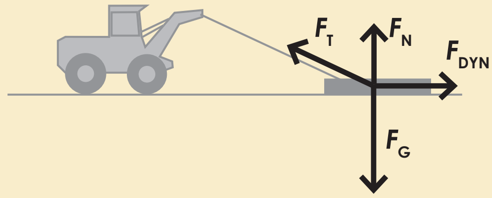
Obrázek 5-7. Práci síly $\boldsymbol{F}$ při posunutí tělesa o Δx určíme jako plochu pod příslušnou částí grafu. V námi zvoleném případě je obsah zeleně vyznačeného pětiúhelníka $W=1{,}5\cdot 0{,}1\,\mathrm{m}\cdot 20\,\mathrm{N}=3\,\mathrm{J}$.

Příklad 5-5

Lesní traktor táhne kládu stálou rychlostí po vodorovné cestě do vzdálenosti $d = 200\,\mathrm{m}$. Tahová síla má velikost $F_T = 2500\,\mathrm{N}$ a svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 25°$ (viz obrázek). Určete jakou práci vykoná

(a) tahová síla,
(b) třecí síla,
(c) gravitační síla,
(d) kolmá tlaková síla podložky.





(a) Práce tahové síly je $W_1 = F_T d \cos\alpha =$
$= 2\,500\,\mathrm{N} \cdot 200\,\mathrm{m} \cdot \cos 25° \doteq 450\,000\,\mathrm{J}$.
(b) Koeficient dynamického tření sice neznáme, ale Newtonovy zákony máme stále v paměti. Traktor jede stálou rychlostí, tedy výsledná působící síla musí být nulová. Třecí síla $\boldsymbol{F}_{DYN}$ proto musí být stejně velká jako vodorovná složka tahové síly: $F_{DYN} = F_T \cos\alpha$. Práce třecí síly je pak $W_2 = F_{DYN}\, d \cos 180° = -F_T \cos\alpha = -W_1 = -450\,000\,\mathrm{J}$.
(c), (d) Gravitační síla $\boldsymbol{F}_G$ i kolmá tlaková síla $\boldsymbol{F}_N$ jsou kolmé na směr pohybu a práci nekonají: $W_3 = W_4 = 0\,\mathrm{J}$.

5.4. Kinetická energie

Už umíme vypočítat práci různých sil působících na těleso. Víme také, že chceme-li zjistit výsledný účinek všech na těleso působících sil, stačí síly sečíst. Získáme výslednou působící sílu $\Sigma\boldsymbol{F}$, kterou dosazujeme do druhého Newtonova zákona. To by nás mohlo vést k myšlence, že vypočítáme-li práci výsledné síly, dostaneme výslednou práci všech působících sil, která by podobně jako $\Sigma\boldsymbol{F}$ mohla mít zvláštní význam.

Uvažme tento jednoduchý případ: Těleso o hmotnosti m se pohybuje rychlostí v_1. V nějakém okamžiku přestane být výslednice sil působících na částici nulová a těleso se začne pohybovat se zrychlením. Předpokládejme, že $\Sigma\boldsymbol{F}$ je dále konstantní a působí ve směru pohybu. Půjde proto o rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením $\boldsymbol{a} = \Sigma\boldsymbol{F}/m$. Za dobu t se velikost rychlosti zvětší na $v_2 = v_1 + at$ a těleso se posune do vzdálenosti $d = v_1 t + \frac{1}{2}at^2$. Spočtěme nyní práci, vykonanou výslednou silou. S použitím uvedených vztahů pro rovnoměrně zrychlený pohyb dostaneme

$$W = \Sigma F d = mad = ma\left(v_1 \frac{v_2 - v_1}{a} + \frac{1}{2}a\left(\frac{v_2 - v_1}{a}\right)^2\right) = m\left(v_1 v_2 - v_1^2 + \frac{1}{2}v_2^2 - v_1 v_2 + \frac{1}{2}v_1^2\right) =$$
$$= \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Vidíme, že vykonaná práce je dána rozdílem dvou podobných výrazů. První je určen hmotností částice a velikostí její rychlosti v_2 po vykonání práce W a druhý hmotností částice a velikostí její rychlosti v_1 před vykonáním práce. Veličina $\frac{1}{2}mv^2$ charakterizuje pohybový stav tělesa v daném okamžiku, nazýváme ji **kinetickou energií**

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2}mv^2.}$$

Víte, že…

Energie patří mezi nejznámější a také nejdůležitější pojmy fyziky. Energii potřebuje člověk ke svému životu, stejně jako automobil potřebuje energii k jízdě. Máme dokonce energetický průmysl, celé odvětví lidské činnosti zabývající se tím, jak vyrobit dost energie, kterou lidé potřebují.

Avšak dokázali byste říci, co to vlastně energie je? Odpověď vůbec není jednoduchá, neboť jde o velice obecný pojem. Jedinou možností jak energii porozumět je seznámit se postupně s jejími různými druhy.

Kinetická energie charakterizuje pohybový stav tělesa podobně jako hybnost pomocí rychlosti a hmotnosti. Její význam je však jiný.

Přitom jsme zjistili, že **práce výsledné síly ΣF se rovná změně kinetické energie**.

$$\boxed{W=\Delta E_K=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2.}$$

Vztah jsme zde odvodili jen pro rovnoměrně zrychlený pohyb. Pomocí složitější matematiky se však dá dokázat pro jakýkoliv druh pohybu.

Kinetická energie patří mezi základní veličiny ve fyzice, shrňme si proto její nejdůležitější vlastnosti. **Kinetická neboli pohybová energie souvisí s pohybem částice**. Je jen **jednou z mnoha druhů** obecnější veličiny **energie**. Jednotkou energie je (stejně jako jednotkou práce) 1 joule.

Jedná se o **skalární veličinu**, nezáleží na směru rychlosti. Její hodnota je vždy kladná, případně nulová, je-li částice v klidu. **Hodnota kinetické energie závisí na volbě vztažné soustavy** stejně jako rychlost, pomocí které je definována.

Dosud stále uvažujeme o tělese jako o hmotném bodu. Neuvažovali jsme možnost, že se těleso otáčí či deformuje. Vztah pro kinetickou energii v tomto tvaru proto platí jen pro těleso, které se pohybuje posuvným pohybem, nebo jehož otáčení je možné zanedbat. Jakou kinetickou energii má otáčející se těleso, se dozvíme až v kapitole o tuhých tělesech.

Příklad 5-6

Meteor crater v Arizoně (viz obrázek 5-8) je pozůstatkem kolize Země s meteorem před 50 000 lety. Dnešní výpočty ukazují, že šlo o vesmírné těleso, které mělo v okamžiku dopadu průměr asi 45 m, hmotnost 300 000 tun a které se pohybovalo vůči Zemi rychlostí přibližně 15 km·s^{-1}. Jaká byla kinetická energie meteoritu před dopadem?

Stačí dosadit do vztahu pro kinetickou energii hodnoty v základních jednotkách

$$E_K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 10^8\,\mathrm{kg}\cdot(15\cdot 10^3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})^2 \doteq 3\cdot 10^{16}\,\mathrm{J}.$$

Kinetická energie meteoritu se v průběhu kolize přemění na jiné druhy energie (zahřátí, chemické i fyzikální změny). V našem případě je uvolněná energie srovnatelná s energií, která se uvolní při výbuchu asi 150 atomových bomb, jaké byly svrženy na Hirošimu a Nagasaki v roce 1945.

5.5. Potenciální energie

Zatím jsme poznali první z mnoha druhů energie – kinetickou energii. Víme, že kinetická energie tělesa závisí na jeho hmotnosti a rychlosti v dané vztažné soustavě. V tomto odstavci se seznámíme s dalším druhem energie – **potenciální energií.** Potenciální neboli polohová energie souvisí se vzájemnou polohou těles v dané soustavě, nikoliv s jejich pohybem. Mění-li se vzájemná poloha těles a tělesa na sebe působí silami, mění se i potenciální energie soustavy. Podle typu interakce mezi tělesy dostaneme i různé typy potenciální energie. Ukážeme si to na dvou jednoduchých příkladech.

Prvním příkladem bude střelba z luku. Na začátku luk napínáte, vaše ruka působí na šíp poměrně velkou silou. Přesto se kinetická energie šípu nezvětšuje, neboť na něj působí také luk silou pružnosti. Nyní je luk napnutý. Síla ruky vykonala určitou práci a síla pružnosti luku vykonala stejně velkou práci, ovšem zápornou (působila proti směru pohybu šípu). Soustava luk + šíp je nyní opět

Víte, že…

Před 65 miliony let se srazila se Zemí planetka o velikosti asi 10 km. Na místě dopadu vznikl 160 km široký kráter, spojený s obrovským zemětřesením a vlnami tsunami. Dopad způsobil vyvržení obrovského množství rozžhavených hornin a prachu, který se dostal do atmosféry a zastínil na celé planetě Slunce na týdny až měsíce. Tato událost přispěla k vyhynutí mnoha druhů rostlin a živočichů včetně dinosaurů.

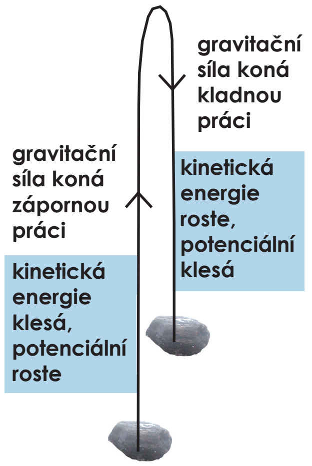
Jak mohl desetikilometrový objekt způsobit tak obrovské škody? Stačí spočítat jeho kinetickou energii při rychlosti řádově 10 km·s^{-1} a hmotnosti řádově 10^{16} kg.

Obrázek 5-8. Meteor crater v Arizoně v USA. V současnosti je kráter hluboký 165 metrů a obvod měří necelé 4 km. Vznikl před 50 tisíci lety dopadem meteoritu o velikosti jen asi 45 m.

Obrázek 5-9. Výstřel z luku. Kinetická energie šípu se prudce zvětší na úkor potenciální energie napjatého luku.

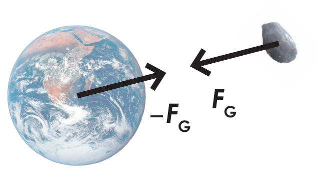
v klidu, stejně jako na počátku. Změnila se však jejich vzájemná poloha a s ní i potenciální energie soustavy luk + šíp. Vzhledem k typu působící síly ji nazýváme **potenciální energie pružnosti**. Práce, kterou vykonala síla ruky, je nyní „uložena“ ve formě potenciální energie soustavy luk + šíp. Nyní stačí šíp uvolnit, síla pružnosti bude konat kladnou práci a uvede šíp do pohybu.

V druhém příkladu si všimneme vyhazování kamene do výšky. Podstatnou roli zde bude hrát gravitační působení mezi kamenem a Zemí a jejich vzájemná poloha, proto zvolíme tu nejjednodušší možnou soustavu Země + kámen, vliv ostatních těles ani odpor vzduchu nebudeme uvažovat. Pohyb budeme popisovat v inerciální vztažné soustavě spojené se Zemí. Začneme tím, že kámen vymrštíme svisle vzhůru. Na kámen působí gravitační síla Země, která je zároveň výslednou působící silou. Ta koná zápornou práci (působí proti směru pohybu), kinetická energie kamene se zmenšuje. Zároveň se zvětšuje vzdálenost kamene od Země a potenciální energie soustavy kámen + Země roste. Tento typ potenciální energie nazýváme **gravitační potenciální energií**. V bodě obratu je kinetická energie kamene nulová. Tato energie je, podobně jako v předchozím příkladu, „uložena“ ve formě potenciální energie soustavy Země + kámen. Není-li kámen nahoře zachycen, začíná padat zpět k Zemi a situace se obrátí. Gravitační síla teď koná kladnou práci a uvádí kámen do pohybu. Potenciální energie soustavy přitom klesá.



Obrázek 5-10. Kámen je vržen vzhůru. Při výstupu koná gravitační síla zápornou práci a kinetická energie kamene se zmenšuje. Zároveň se zvětšuje vzdálenost kamene od Země a s ní potenciální energii soustavy kámen + Země. Při pádu se situace obrátí.

Viděli jsme, že změna potenciální energie soustavy vždy záleží na práci vykonané vnitřními silami v soustavě ($\Delta E_p = -W$). Změnu gravitační potenciální energie tedy vypočítáme jako záporně vzatou práci vykonanou gravitačními silami $\boldsymbol{F}_G$ a $-\boldsymbol{F}_G$, kterými na sebe kámen a Země působí (viz obrázek 5-11). Země se však díky své obrovské hmotnosti účinkem síly $-\boldsymbol{F}_G$ prakticky nepohne. Proto můžeme práci této síly zanedbat a počítat jen práci vykonanou při pohybu kamene.

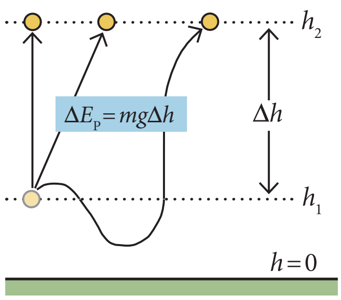


Obrázek 5-11. Gravitační síly mezi kamenem a Zemí jsou podle třetího Newtonova zákona stejně velké a opačného směru.

V blízkosti povrchu Země je velikost gravitační síly $F_G = mg$. Jestliže se vzdálenost kamene od Země změní o Δh (označení odpovídá změně výšky nad zemí), vykoná gravitační síla při výstupu kamene práci $W = -F_G\Delta h = -mg\Delta h$. Změna gravitační potenciální energie soustavy kámen + Země tedy bude

$$\Delta E_p = mg\Delta h.$$

Výsledek jsme odvodili pro přímočarý pohyb tělesa ve svislém směru. Dá se však ukázat, že tento závěr platí pro jakýkoliv způsob pohybu tělesa, při kterém se jeho výška nad Zemí zvětší o Δh. To je velmi podstatné, neboť **změna gravitační potenciální energie závisí jen na počáteční a koncové výšce, nikoliv na trajektorii, po které se těleso pohybovalo** (viz obrázek 5-12).



Obrázek 5-12. Změna gravitační potenciální energie je dána rozdílem výšek Δh, nezávisí na trajektorii.

Z praktických důvodů je výhodné, abychom mohli tělesu v konkrétní výšce h přiřadit určitou hodnotu potenciální energie E_p. To můžeme udělat tak, že vybereme libovolnou vodorovnou rovinu, ve které zvolíme **nulovou hladinu potenciální energie** $E_p = 0$. Můžeme nyní potenciální energii soustavy Země + těleso zjednodušeně nazvat **potenciální energií tělesa**. Těleso o hmotnosti m ve výšce h nad zvolenou nulovou hladinou má pak vzhledem k této hladině gravitační potenciální energii

$$\boxed{E_p = mgh.}$$

Připomeňme, že vztah platí jen v blízkosti povrchu Země, protože s přibývající vzdáleností klesá hodnota gravitačního zrychlení g. Podrobněji se o tom dozvíte v kapitole o gravitaci.

Poznali jsme zatím dva typy potenciální energie – potenciální energii pružnosti a gravitační potenciální energii u povrchu Země, pro kterou jsme našli i jednoduchý vztah pro výpočet. **Potenciální energie** však **neexistuje pro všechny typy interakcí, například pro třecí nebo odporovou sílu**. Takové **síly** nazýváme **nekonzervativní** (nezachovávající mechanickou energii – viz odstavec 5.6). Síly, pro které existuje potenciální energie, nazýváme **konzervativní.**

Uvažme opět jednoduchou soustavu sestávající například z kostky a podlahy. Uvedeme-li kostku do pohybu, vykoná dynamická třecí síla zápornou práci, podobně jako gravitační síla v soustavě Země + kámen. Třecí síla ale (narozdíl od gravitační) působí vždy proti směru pohybu, nemůže nikdy vykonat kladnou práci, nemůže kostku uvést do pohybu. Práce třecí síly navíc závisí také na trajektorii. Proto pro třecí sílu neexistuje potenciální energie, jedná se o nekonzervativní sílu.

5.6. Zákon zachování energie

Naše dosavadní úvahy směřují k velmi důležitému závěru. Uvažujme izolovanou soustavu, jak jsme ji definovali už v odstavci 5.2. (viz poznámka vlevo). Přidejme navíc podmínku, že v soustavě působí jen konzervativní síly. Tuto podmínku splňuje například naše soustava Země + kámen, pokud neuvažujeme odpor vzduchu. V takové soustavě se může kinetická energie těles měnit pouze na úkor potenciální energie soustavy a obráceně. Z toho plyne, že součet kinetické a potenciální energie soustavy musí být konstantní. Součet $E_K + E_P$ proto nazýváme **mechanickou energií** soustavy a formulujeme **zákon zachování mechanické energie: V izolované soustavě, kde působí pouze konzervativní síly, je celková mechanická energie konstantní**

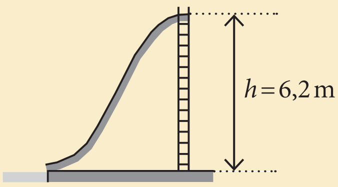
$$\boxed{E = E_K + E_P = \text{konst.}}$$

Soustavy, které jsou izolované a ve kterých nepůsobí žádné třecí ani odporové síly, bychom v praxi hledali obtížně. Existuje ale mnoho situací, kdy je možné vliv nekonzervativních sil zanedbat. Ostatně máme na paměti důležitou zásadu (nejen fyziky), že nejprve je třeba porozumět těm jednodušším případům a teprve poté zkoumat složitější.

Zákon zachování mechanické energie nám umožňuje elegantně vyřešit problémy, které bychom pomocí Newtonových zákonů řešili mnohem obtížněji. Zachovává-li se totiž mechanická energie soustavy, můžeme porovnávat její hodnotu v různých okamžicích, aniž bychom zkoumali, co se mezitím v soustavě děje. Ukážeme si to v následujícím příkladu.

Příklad 5-7

Na obrázku vidíte skluzavku v aquaparku. Nejvyšší bod skluzavky je ve výšce $h = 6{,}2\,\text{m}$ nad ústím do bazénu. Předpokládejme, že třecí sílu i odpor vzduchu můžeme zanedbat. Vypočítejte, jak velkou rychlostí vklouznete po sjetí skluzavky do bazénu.

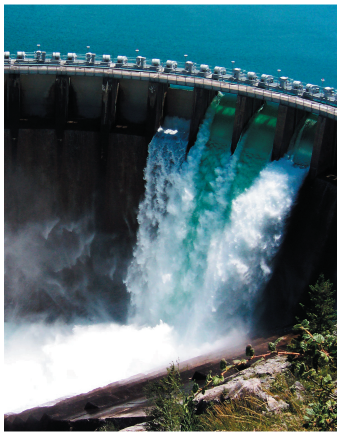


Víte, že…

Gravitační potenciální energii má také voda. Její potenciální energii dokážeme pomocí turbíny ve vodní elektrárně přeměnit na elektrickou energii.

Existují i přečerpávací vodní elektrárny, které pomáhají vyrovnávat rozdíl mezi výrobou a spotřebou energie. Když je elektrické energie přebytek, čerpá se voda do horní nádrže. Při nedostatku se zase voda pouští přes turbínu dolů. Vyrobená energie se tak uchovává ve formě potenciální energie vody.

Víte, které země mají nejlepší možnosti využití vodních elektráren?

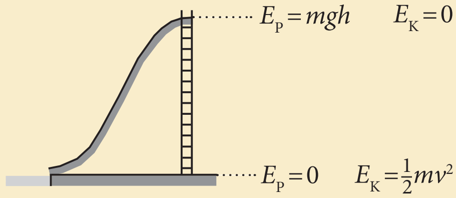


Obrázek 5-13. Přehradní hráz. Potenciální energie vody se mění na kinetickou.

Víte, že…

Zakladatelé moderní fyziky Galileo Galilei a Isaac Newton pojmu energie ve svých dílech vůbec nevyužívali. K širšímu chápání pojmu energie dospěli různí přírodovědci až v průběhu 19. století.

Pokud neuvažujeme třecí sílu mezi skluzavkou a člověkem a ani odpor vzduchu, bude v soustavě člověk + skluzavka + Země platit zákon zachování mechanické energie $E = E_K + E_P = \text{konst.}$ Nyní stačí vybrat dva vhodné body, ve kterých budeme mechanickou energii soustavy porovnávat (viz obrázek). Nulovou hladinu potenciální energie si zvolíme v rovině vodní hladiny. Dostaneme tak, že mechanická energie v horní poloze je mgh (kinetická energie je zde nulová), zatímco v dolní poloze $\frac{1}{2}mv^2$ (potenciální energie je zde nulová). Nyní stačí zapsat zákon zachování mechanické energie

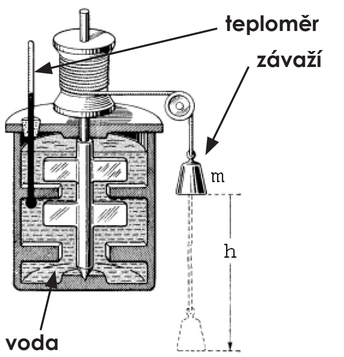


$$E_1 = E_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 6{,}2}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \doteq 11\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

Do bazénu vklouzneme rychlostí $11\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
Vidíte, v čem spočívá výhoda použití zákona zachování mechanické energie? Vůbec jsme nepotřebovali vědět, jaký je tvar skluzavky. Pomocí Newtonových zákonů bychom takto zadanou úlohu těžko dokázali vyřešit. Vzpomeňte si, že rychlost dopadu $v = \sqrt{2gh}$ vyšla také při volném pádu tělesa z výšky h. My jsme nyní došli k závěru, že tento vztah na tvaru trajektorie vůbec nezáleží, platí pro jakýkoliv pohyb „z kopce“ s nulovou počáteční rychlostí, ovšem bez započítání odporu vzduchu a tření.

Ve většině reálných situací kolem nás působí na tělesa nekonzervativní síly, jejichž vliv nemůžeme zanedbat. Uvažme opět jednoduchý příklad.

Jedete v autě po vodorovné silnici a vyřadíte motor. Vaše rychlost se bude díky odporu vzduchu postupně zmenšovat, až auto úplně zastaví. Stejně tak můžete auto zastavit sešlápnutím brzd, čímž zvětšíte třecí sílu. Kinetická energie auta se zmenší na nulu, jeho potenciální energie se ale nezmění (auto jede po rovině). Kam se tedy jeho mechanická energie „ztratí“? Můžeme si všimnout, že po prudkém brzdění se brzdy a někdy i pneumatiky zahřejí. Zvýšení teploty souvisí se zvýšením jejich **vnitřní energie**. Mechanická energie auta nezanikla, pouze se díky působení nekonzervativní síly přeměnila na jiný (nemechanický) druh energie – vnitřní energii. K podobným přeměnám dochází i v dalších situacích. Například ve vodní elektrárně se mění mechanická energie vody na energii elektrickou. Také po odrazu tenisového míčku od země se část jeho mechanické energie přemění na vnitřní, míček má po odrazu menší rychlost a nevyskočí do původní výšky.



Obrázek 5-14. Náčrtek jednoho experimentu, který provedl James P. Joule, aby ukázal vztah mezi mechanickou a vnitřní energií. Dokážete pomocí obrázku vysvětlit princip pokusu?

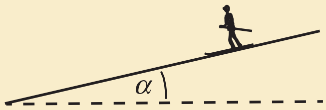
Po mnoha podobných pokusech a úvahách vyslovili fyzikové jeden ze základních zákonů přírody, **zákon zachování energie**. Zjistili, že energie nemůže být zničena ani vyrobena, pouze může přecházet z jednoho druhu na jiný, nebo z jednoho tělesa na druhé. Neboli

Celková energie izolované soustavy je konstantní, mění se jen její druhy.

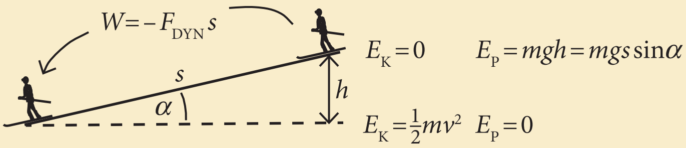
Je velmi důležité si uvědomit, že mechanická energie soustavy se může zmenšovat pouze jediným možným způsobem, a to působením nekonzervativních sil. Platí, že **úbytek mechanické energie soustavy je roven práci, kterou vykonaly nekonzervativní síly**. Ukažme si to opět na příkladu.

Příklad 5-8

Lyžař chce vyzkoušet své nové lyže. Postaví se proto na mírný svah se sklonem $\alpha = 6°$ a začne sjíždět dolů. Vypočtěte rychlost lyžaře po ujetí 30 m. Koeficient dynamického tření mezi skluznicí a sněhem je $f = 0{,}06$ (odpor vzduchu neuvažujeme, předpokládáme, že lyžař na mírném svahu nedosáhne velké rychlosti).



Podobně zadanou úlohu o lyžaři jsme řešili již v předchozí kapitole užitím Newtonových zákonů. I nyní bychom mohli spočítat výslednou sílu, působící na lyžaře, jeho zrychlení a z něj pak určit rychlost po uražení dané vzdálenosti. My však nyní úlohu vyřešíme pomocí zákona zachování energie. Situaci si znázorníme na obrázku.



Sledujeme změny mechanické energie mezi horní a dolní polohou lyžaře. Nulovou hladinu E_P volíme v dolní poloze. Nyní můžeme napsat potenciální i kinetickou energii v obou polohách (viz obrázek). Na lyžaře působí ještě nekonzervativní třecí síla, takže mechanická energie se nezachovává, ale změní se právě o práci vykonanou třecí silou $\Delta E = W$. Tuto práci vypočítáme snadno. Nejprve určíme velikost dynamické třecí síly $F_{DYN} = f_D mg\cos\alpha$. Vykonaná práce pak bude $W = -F_{DYN}s = -f_D mgs\cos\alpha$. Nyní můžeme napsat zákon zachování energie. Musí platit, že mechanická energie nahoře $E_P = mgh = mgs\sin\alpha$ plus práce vykonaná třecí silou $W = -f_D mgs\cos\alpha$ se musí rovnat mechanické energii dole $E_K = \frac{1}{2}mv^2$. Dostaneme

$$mgs\sin\alpha - f_D mgs\cos\alpha = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; gs(\sin\alpha - f_D\cos\alpha) = \frac{1}{2}v^2 \;\Rightarrow\; v = \sqrt{2gs(\sin\alpha - f_D\cos\alpha)},$$

$$v = \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 30\cdot(\sin 6° - 0{,}06\cdot\cos 6°)}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} \doteq 5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Rychlost lyžaře po ujetí 30 m bude mít velikost 5 m·s^{-1}. Můžete si vyzkoušet vyřešit úlohu i pomocí Newtonových zákonů.

Zákon zachování energie patří mezi nejdůležitější přírodní zákony. Energie se zachovává při libovolných dějích. My jsme se zatím zaměřili jen na děje mechanické, kde hraje podstatnou roli potenciální a kinetická energie, případně její úbytek vlivem působení nekonzervativních sil. Při dalším studiu fyziky se později seznámíte s řadou dalších příkladů přeměn energie a jejími různými formami (tepelná energie, elektrická energie, atd...).

5.7. Výkon a účinnost

S pojmem výkon jste se už určitě setkali v mnoha významech, často používaná je i jednotka výkonu watt. Výkon je například jednou z hlavních charakteristik motoru automobilu. Na něm si můžeme jednoduše ukázat, co přesně výkon znamená.

Představme si jednoduchý test dvou aut, která se liší pouze tím, jakým motorem jsou vybavena. Hmotnost obou aut je stejná. V testu půjde o to, dosáhnout co nejdřív rychlosti 100 km·h^{-1}. Kinetická energie obou aut se musí zvednout o stejnou hodnotu, oba motory proto vykonají tutéž práci. Motor s větším výkonem však požadovanou práci vykoná za kratší čas a v testu zvítězí. Výkon motoru vyjadřuje, jak rychle dokáže vykonat určitou práci.

Veličina **výkon vyjadřuje, jak rychle** určitá síla (případně stroj nebo člověk působící touto silou) **koná práci.** Vykoná-li síla (stroj, člověk) práci ΔW za dobu Δt, pak jeho průměrný výkon P je

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}.}$$

Z definice určíme jednotku výkonu $J \cdot s^{-1}$ (joule za sekundu), která má vlastní název watt (W) podle skotského fyzika Jamese Watta.

Chceme-li určit okamžitý výkon, postupujeme stejně jako v případě okamžité rychlosti (viz kapitola 2). Okamžitý výkon je vlastně „okamžitá rychlost konání práce" a určíme ho jako průměrný výkon za dobu $\Delta t \to 0$.

Z definičního vztahu můžeme vyjádřit práci vykonanou za dobu Δt konstantním výkonem P jako $\Delta W = P \Delta t$. Z tohoto vztahu získáme v praxi **často užívanou** alternativní **jednotku práce – kilowatthodinu (kWh)**. V kilowatthodinách se například počítá energie odebraná z elektrické sítě. 1 kilowatthodina je práce vykonaná silou (strojem) o výkonu 1 kW za 1 hodinu, platí převodní vztah

$$1\,\mathrm{kWh} = 10^3\,\mathrm{W} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 3{,}6\,\mathrm{MJ}.$$

U pohybujících se těles (například dopravních prostředků) můžeme okamžitý výkon pohánějící síly vyjádřit ještě jinak – pomocí okamžité rychlosti tělesa. Předpokládejme, že těleso se pohybuje po přímce a síla $\boldsymbol{F}$, jejíž výkon počítáme, působí ve směru pohybu. Za dobu Δt se těleso posune o $\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{v}_P \Delta t$, kde $\boldsymbol{v}_P$ je průměrná rychlost za dobu Δt. Práce, kterou síla $\boldsymbol{F}$ za tento čas vykoná, je $\Delta W = F \Delta x = F v_P \Delta t$. Výkon je pak $P = \Delta W / \Delta t = F v_P \Delta t / \Delta t = F v_P$. Vidíme, že na intervalu Δt nezáleží, můžeme proto průměrnou rychlost nahradit okamžitou a dostaneme výsledný vztah pro okamžitý výkon síly o velikosti F, která působí ve směru rychlosti o velikosti v

$$P = Fv.$$

Víte, že…

Dodnes se například u automobilových motorů používá jednotka výkonu „koňská síla" (značí se hp, z anglického horse power).

Tuto jednotku zavedl v 18. století James Watt, který začal vyrábět a prodávat jím podstatně vylepšený parní stroj. Watt potřeboval pro své zákazníky jednoduché srovnání s výkonem tehdy běžně využívaných zvířat. Na základě pozorování práce zvířat při čerpání vody z dolu stanovil, že průměrně zdatný kůň dokáže za minutu vytáhnout z hloubky 55 m 82 kg vody. Kolika wattům tedy odpovídá jedna koňská síla?

Příklad 5-10

Automobil Škoda Fabia o celkové hmotnosti 1220 kg s benzinovým motorem 1,4 l dokáže zrychlit z klidu na $100\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ za 14,1 s.

(a) Vypočtěte průměrný výkon motoru v případě, že nebudeme uvažovat vliv odporu vzduchu ani jiných odporových sil.

(b) Bude se automobil rozjíždět rovnoměrně zrychleně, je-li výkon motoru po celou dobu přibližně konstantní?

(c) V příkladu 4-5 v předchozí kapitole jsme vypočítali, že odporová síla působící na Fabii při rychlosti $90\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ je $F_{ODP} = 280\,\mathrm{N}$. Jaký musí být výkon motoru při jízdě rychlostí $90\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ po rovině?

(a) Neuvažujeme žádné odporové síly, proto bude platit, že práce W vykonaná motorem je rovna změně kinetické energie auta ΔE_K (jiné síly práci nekonají). Práce vykonaná motorem proto bude

$$W = \Delta E_K = \tfrac{1}{2} m v^2,$$

kde $v = 100\,\mathrm{km \cdot h^{-1}} = 27{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ je výsledná rychlost automobilu. Výkon motoru pak bude

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mv^2}{2\Delta t} = \frac{1220\,\mathrm{kg} \cdot (27{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}})^2}{2 \cdot 14{,}1\,\mathrm{s}} = 33\,\mathrm{kW}.$$

Průměrný výkon motoru při rozjezdu bez započítání odporu vzduchu je 33 kW. Podle výrobce je maximální výkon uvažovaného motoru 55 kW. Rozdíl je způsoben především nezapočítáním odporových sil a dále skutečností, že při skutečném rozjezdu auta nepracuje motor po celou dobu s maximálním výkonem (řidič musí například řadit).
(b) Pro přesnou odpověď na otázku, jaké bude zrychlení automobilu rozjíždějícího se s konstantním výkonem, použijeme druhý vztah pro výkon $P = Fv$. Velikost výsledné síly F můžeme vyjádřit pomocí druhého Newtonova zákona a dostaneme $P = mav$, odtud $a = P/(mv)$. Vidíme, že se vzrůstající rychlostí auta se jeho zrychlení zmenšuje (v je ve jmenovateli). Rozjezd auta není rovnoměrně zrychlený.
(c) Stačí jen dosadit do vztahu pro výkon

$$P = Fv = 280\,\mathrm{N} \cdot 25\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 7\,\mathrm{kW}.$$

Při jízdě konstantní rychlostí 90 km·h^{-1} musí motor pracovat s výkonem 7 kW.

Na úplný závěr si vysvětlíme, co znamená údaj ve wattech, se kterým se setkáváme nejčastěji u elektrických spotřebičů (například 100W žárovka). V případě elektrických spotřebičů neznamená tento údaj jejich výkon, ale příkon. **Příkon vyjadřuje, kolik energie zařízení spotřebuje za určitý čas**. Například zmiňovaná 100W žárovka odebere za 1 hodinu z elektrické sítě energii $0{,}1\,\mathrm{kW} \cdot 1\,\mathrm{h} = 0{,}1\,\mathrm{kWh}$. Druhá věc je, jakou práci zařízení vykoná. U strojů, které konají mechanickou práci (například motor auta, elektromotor výtahu,...) můžeme tuto práci přímo spočítat (viz příklad 5-12). Většina ostatních spotřebičů však mechanickou práci nekoná, ale přeměňují elektrickou energii na jiné typy energie (například žárovka na světlo, rychlovarná konev na vnitřní energii ohřívané vody,...). U každého stroje (spotřebiče) můžeme definovat jeho **účinnost**, která **vyjadřuje, jaká část spotřebované energie se přeměnila na požadovaný typ**. Účinnost značíme řeckým písmenem η (éta), platí

$$\boxed{\eta = \frac{\text{výkon}}{\text{příkon}}.}$$

Účinnost se udává v procentech, ze zákona zachování energie plyne, že nikdy nemůže být větší než 100 %. Příkon a účinnosti některých zařízení jsou uvedeny v tabulce vpravo.

Příkon a účinnost některých spotřebičů v domácnosti. Údaje jsou orientační, vždy záleží na typu zařízení.

zařízení	příkon	η
žárovka	60 W	6%
úsporná zářivka	15 W	30%
elektromotor ve vysavači	200 W	85%
rychlovarná konev	2000 W	98%

Příklad 5-11

(a) Vypočtěte, která žárovka z tabulky vpravo má větší světelný výkon (silněji svítí).
(b) Vypočtěte, kolik bude stát 24 hodin svícení každou z uvedených žárovek, jestliže za 1 kWh elektrické energie zaplatíme 3 Kč.

(a) Výkon žárovek získáme vynásobením příkonu a účinnosti (účinnost nezapomeneme převést z procent na desetinné číslo)

$$P_1 = 60\,\mathrm{W} \cdot 0{,}06 = 3{,}6\,\mathrm{W},$$

$$P_2 = 15\,\mathrm{W} \cdot 0{,}30 = 4{,}5\,\mathrm{W}.$$

(b) Příkon žárovek převedeme na kW a určíme spotřebovanou energii za 24 hodin v kWh

$$E_1 = 0{,}060\,\mathrm{kW}\cdot 24\,\mathrm{h} = 1{,}44\,\mathrm{kWh},$$

$$E_2 = 0{,}015\,\mathrm{kW}\cdot 24\,\mathrm{h} = 0{,}36\,\mathrm{kWh}.$$

Odtud dostaneme, že 1 den svícení 60W žárovkou bude stát $1{,}44\,\mathrm{kWh}\cdot 3\,\mathrm{Kč/kWh} = 4{,}32\,\mathrm{Kč}$, zatímco 15W žárovkou $0{,}36\,\mathrm{kWh}\cdot 3\,\mathrm{Kč/kWh} = 1{,}08\,\mathrm{Kč}$.

Příklad 5-12

Navrhovaný lyžařský vlek má splňovat následující parametry: délka vleku: 892 m, převýšení: 296 m, přepravní kapacita: 900 osob za hodinu.
(a) Vypočítejte, jaký musí být příkon použitého elektromotoru, jehož účinnost je 92%. Průměrná hmotnost jednoho lyžaře je 80 kg. Tření ani odpor vzduchu neuvažujte.
(b) Odhadněte vliv třecí síly, je-li koeficient tření lyže-sníh 0,05.

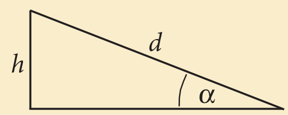
(a) Vypočítáme, jakou mechanickou práci musí elektromotor vykonat za jednu hodinu. Pokud neuvažujeme odporové síly, pak vykonaná mechanická práce bude odpovídat změně potenciální energie $N = 900$ osob o hmotnosti $m = 80\,\mathrm{kg}$ při změně výšky o $h = 296\,\mathrm{m}$:

$$W = \Delta E_\mathrm{P} = Nmgh = 900\cdot 80\cdot 9{,}8\cdot 296\,\mathrm{J} \doteq 209\cdot 10^6\,\mathrm{J} = 209\,\mathrm{MJ}.$$

Výkon motoru je tedy

$$P = \frac{Nmgh}{t} = \frac{209\cdot 10^6\,\mathrm{J}}{3600\,\mathrm{s}} = 59\cdot 10^3\,\mathrm{W} \doteq 59\,\mathrm{kW}.$$

Účinnost motoru je 92%, proto příkon motoru je $59\,\mathrm{kW}/0{,}92 = 64\,\mathrm{kW}$.
(b) Při výpočtu budeme uvažovat, že lyžaři se na vleku pohybují po nakloněné rovině se sklonem α, kde $\sin\alpha = h/d = 296/892$ (viz obrázek), odtud $\alpha \doteq 19{,}4°$. Chceme-li započíst vliv třecí síly F_DYN, musíme určit práci třecí síly při posunutí jednoho lyžaře o $d = 892\,\mathrm{m}$



$$W_\mathrm{T} = -F_\mathrm{DYN}d = -f_\mathrm{D}F_\mathrm{N}d = -f_\mathrm{D}mgd\cos\alpha.$$

$f_\mathrm{D} = 0{,}05$ je koeficient dynamického tření a F_N je velikost kolmé tlakové síly, což je $F_\mathrm{N} = mg\cos\alpha$. Práce je záporná, neboť síla působí proti směru pohybu. Celková práce třecí síly za jednu hodinu je pak

$$NW_\mathrm{T} = -Nf_\mathrm{D}mgd\cos\alpha = -900\cdot 0{,}05\cdot 80\cdot 9{,}8\cdot 892\cdot(\cos 19{,}4°)\,\mathrm{J} \doteq -30\cdot 10^6\,\mathrm{J} = -30\,\mathrm{MJ}$$

To znamená, že motor musí vykonat za hodinu navíc 30 MJ, proto jeho výkon je

$$P = \frac{(209+30)\cdot 10^6\,\mathrm{J}}{3600\,\mathrm{s}} \doteq 66\cdot 10^3\,\mathrm{W} = 66\,\mathrm{kW}$$

a příkon pak $66\,\mathrm{kW}/0{,}92 \doteq 72\,\mathrm{kW}$.

Otázky

1

Raketa se nachází ve vesmíru, kde na ni nepůsobí žádné síly, soustava spojená s raketou je izolovaná. Pak raketa zažehne motory, začne se pohybovat a její hybnost se změní. Platí v tomto případě zákon zachování hybnosti? Vysvětlete!

2

Bude se pohybovat plachetnice, když do její plachty bude foukat proud vzduchu ze silného ventilátoru umístěného na plachetnici? Co se stane, když plachtu svineme a ventilátor zůstane zapnutý?

3

Dělník má za úkol vyzvednout těžkou bednu ze země na stůl. Práce, kterou přitom vykoná síla, kterou dělník na bednu působí, bude záviset na

(a) výšce stolu nad zemí,
(b) hmotnosti bedny,
(c) vodorovné vzdálenosti bedny od stolu,
(d) tvaru křivky, po které bude dělník bednu zvedat,
(e) době, po kterou bude dělník bednu zvedat,
(f) maximální rychlosti, kterou bedna při zvedání dosáhne,
(g) maximálním zrychlení, kterého bedna při zvedání dosáhne,
(h) gravitačním zrychlení.

4

(a) Proč musí mít nákladní auta velmi silné brzdy?
(b) Proč velmi pevná konstrukce auta nemusí být bezpečná?
(c) Proč při jízdě z prudkého kopce musí řidič brzdit motorem?
(d) Proč má automobil s hybridním pohonem (kombinace spalovacího motoru a elektromotoru) mnohem menší spotřebu při jízdě ve městě?

5

Země je v létě (na severní polokouli) dál od Slunce a pohybuje se pomaleji, zatímco v zimě je blíž a pohybuje se větší rychlostí. Vysvětlete pomocí zachování mechanické energie soustavy Slunce – Země.

6

Uveďte příklad izolované soustavy a takového děje v ní (pokud existuje), při kterém se

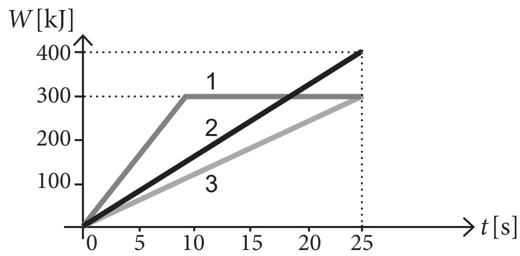
(a) zachovává mechanická energie soustavy,
(b) zachovává hybnost soustavy,
(c) nezachovává mechanická energie soustavy,
(d) nezachovává hybnost soustavy,
(e) nezachovává celková energie soustavy.

7

Hráč baseballu odpálil míček do vzduchu. Popište změny energie míčku (soustavy Země + míček) od odpalu až po jeho dopad na zem.

8

Graf ukazuje práci vykonanou třemi různými stroji v závislosti na čase v intervalu 0 s až 25 s.



(a) Který stroj vykonal největší práci?
(b) Který stroj pracoval nejkratší dobu?
(c) Který stroj měl největší maximální výkon?
(d) Který stroj měl největší průměrný výkon?

Úlohy

1

Jakou rychlostí by se musel pohybovat cyklista o celkové hmotnosti 90 kg, aby měl stejně velkou hybnost jako 15 t nákladní auto jedoucí rychlostí 90 km·h^{-1}?
[$v = 15\,000$ km·h^{-1}]

2

Astronaut o hmotnosti 90 kg (i s vybavením) se při nehodě odpoutal od raketoplánu a vzdaluje se od něj rychlostí 1,2 m·s^{-1}. Jakou rychlostí (určete velikost i směr) musí odhodit vrtačku o hmotnosti 9 kg, aby se zachránil a dostal se zpět k raketoplánu? Hledanou rychlost určete (a) v soustavě spojené s lodí i (b) v soustavě spojené astronautem.
[(a) $v > 12$ m·s^{-1}, (b) $v > 10{,}8$ m·s^{-1}, směrem od lodi]

3

Plyny vystupují z trysky reaktivního motoru vesmírné sondy rychlostí o velikosti 3 200 m·s^{-1} (vůči sondě). Hmotnost sondy je 1,6 tuny. (a) Jaké množství paliva se musí spálit, aby sonda změnila velikost své rychlosti o 50 m·s^{-1}?
(b) Jaké množství paliva se musí spálit, aby sonda při rychlosti 120 m·s^{-1} změnila kurs o 30°?
Změnu hmotnosti sondy můžeme zanedbat.
[(a) $m = 25$ kg, (b) $m = 35$ kg]

4
Jakou minimální práci musí vykonat síla, kterou působí motor na výtah, zvedá-li člověka o hmotnosti 80 kg z přízemí do 7. patra (to představuje výškový rozdíl 25 m)? Proč nemusíme počítat s hmotností výtahu?
[$W = 19{,}6$ kJ]

5
Jakou práci vykoná síla, kterou námořník táhne svoji loďku na laně podél mola v přístavu silou 225 N pod úhlem 45° do vzdálenosti 60 m? Jakou práci přitom vykoná gravitační síla, vztlaková síla? [$W = 9{,}55$ kJ, $W_G = 0$ J, $W_{VZ} = 0$ J]

6
Určete kinetickou energii následujících objektů:
(a) učitel tělocviku o hmotnosti 85 kg běžící po hřišti rychlostí o velikosti 20 km·h^{-1},
(b) kulka o hmotnosti 4,2 g letící rychlostí 950 m·s^{-1},
(c) letadlová loď Nimitz o hmotnosti 91 400 t při rychlosti 32 uzlů (1 uzel = 0,51 m·s^{-1}),
[(a) 1312 J, (b) 1895 J, (c) 12 GJ]

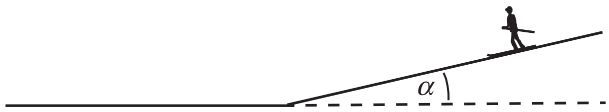
7
Velký kus sněhu o hmotnosti 15 kg padá ze střechy horské chaty z výšky 8 metrů nad zemí. Jaká bude jeho kinetická energie těsně před dopadem? Jaká bude jeho rychlost?
[$E_K = 1180$ J, $v = 12{,}5$ m·s^{-1}]

8
Odhadněte, do jaké výšky může vyskočit závodník ve skoku o tyči. Vyjděte ze zákona zachování mechanické energie a předpokládejte, že celá kinetická energie skokana se přemění na potenciální energii. Závodník se dokáže rozběhnout rychlostí o velikosti 10 m·s^{-1}.
Jak vysoko by mohl vyskočit skokan o tyči na Měsíci, kde je gravitační zrychlení g = 1,7 m·s^{-2} ?
[$h = 5$ m, $h = 30$ m]

9
Vypočtěte, o jaký úhel musíme vychýlit kuličku kyvadla, aby proletěla nejnižším bodem rychlostí o velikosti 4 m·s^{-1}. Délka závěsu kyvadla je 3 m, odpor vzduchu neuvažujeme. [$\alpha = 43°$]

10
V roce 2004 došlo k neštěstí raketoplánu Columbia, který při návratu na Zemi shořel v atmosféře. Příčinou byl poškozený malý kousek tepelného štítu.
(a) Proč potřebuje raketoplán tepelný štít?
(b) Při osudovém sestupu raketoplán začal klesat ve výšce 121 km při rychlosti 7,5 km·s^{-1}. Spojení s raketoplánem bylo ukončeno o 15 minut později ve výšce 63 km při rychlosti 5,5 km·s^{-1}. Hmotnost raketoplánu byla 68 t. Vypočtěte úbytek mechanické energie raketoplánu a průměrný výkon odporových sil. [$\Delta E = 10$ TJ, $P = 1\,000$ MW]

11
Lyžař se rozjíždí po svahu se sklonem $\alpha = 30°$, dojíždí až do zastavení po rovině (viz obrázek). Určete součinitel dynamického tření mezi lyžemi a sněhem, víme-li, že po svahu i rovině ujel stejnou vzdálenost.
[$f = 0{,}17$]



12
Dva studenti o stejné hmotnosti 70 kg si dávají závody v běhu do schodů. Převýšení je 18 metrů. První doběhne v čase 25 s a druhý o 10 s později. Který student vykonal větší mechanickou práci? Vypočtěte a porovnejte výkon obou studentů.
[$P_1 = 494$ W, $P_2 = 353$ W]

13
Jedna kilowatthodina elektrické energie v běžné sazbě stojí 3,50 Kč. Kolik stojí
(a) 1 hodina svícení 100W žárovkou?
(b) 1 den svícení 100W žárovkou?
(c) 1 měsíc svícení 100W žárovkou?
(d) 1 měsíc provozu elektrických kamen o příkonu 3 kW, která pracují v průměru 6 hodin denně?
[(a) 0,35 Kč, (b) 8,40 Kč, (c) 252 Kč, (d) 1890 Kč]

14
V následující tabulce jsou uvedeny přibližné hodnoty mechanického výkonu člověka při různém pohybu a pro srovnání také tepelný výkon člověka v klidu.

činnost člověka	výkon
chůze	60 W
běh maratón	300 W
běh 1 500 m	500 W
běh 100 m	1 200 W
tepelný výkon v klidu	80 W

Vypočítejte, za jak dlouho při uvedených činnostech člověk spotřebuje energii 2 600 kJ, která je obsažena v jedné tabulce čokolády (hodnota uváděná na všech potravinách je tzv. využitelná energie, tedy množství energie, které dokáže lidský metabolizmus využít). Klidový výkon 80 W je třeba započítat při každé jiné činnosti.
[chůze: 5,2 h, maratón: 1,9 h, běh 1 500 m: 1,2 h, běh 100 m: 34 min, klid: 9,0 h]

15

Výkon motoru závodního automobilu je 110 kW. Odporová síla závisí na rychlosti tohoto auta přibližně podle vztahu $F_{ODP} = 0{,}5v^2$. Jaká je maximální dosažitelná rychlost auta na rovině? [$v = 217\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$]

16

Spád (rozdíl výšky hladin) přehradní hráze Orlík na Vltavě je 70,5 m. Maximální výkon elektrárny je 364 MW. Při maximálním výkonu protéká turbínami 585 m^3 vody za sekundu. (Pro představu: průměrný roční průtok Vltavy v místě, kde ústí do Labe, je 150 m^3 za sekundu.). Vypočítejte maximální účinnost turbín vodní elektrárny. [$\eta = 90\,\%$]

Kapitola 6

Gravitace

Víte, že…

Tycho Brahe sice ještě neznal dalekohled, používal však jiné důmyslné pomůcky. Například velké kovové úhloměry – tzv. kvadranty. Jeden vidíte na obrázku 6-1. Dokázali byste popsat, jak se s takovým kvadrantem měřilo? Brahemu se podařilo určovat polohu objektů na obloze s přesností kolem jedné obloukové minuty.

Neprávem bychom však Braheho pozorování považovali za nejlepší své doby. Mongolský hvězdář Ulugh-beg, změřil polohy a parametry planet skoro sto let před Brahem s přesností o řád větší. Pozůstatky jeho observatoře můžete navštívit ve městě Samarkand.

Obrázek 6-1. Na rytině z roku 1598 je vyobrazen Tycho Brahe při práci v observatoři.

Cíle

1. **Poznáte zákony pohybu planet, které na počátku 17. století objevil J. Kepler.**
2. **Seznámíte se s Newtonovým zákonem gravitace a pojmem gravitační pole.**
3. **Naučíte se používat gravitační zákon i Keplerovy zákony k řešení mnoha úloh, například o pohybu planet kolem Slunce či pohybu družic kolem Země.**
4. **Dozvíte se, jak vypadá tíhové pole Země a také jak se gravitace projevuje ve vesmíru.**

6.1. Keplerovy zákony pohybu planet

Říká se, že zákon gravitace objevil Newton, když seděl pod jabloní a jablko ze stromu mu spadlo na hlavu. Tento příběh má k pravdě dost daleko. Ve skutečnosti byla cesta k objevení gravitačního zákona mnohem delší, a také zajímavější. Samotné studium pohybu těles na povrchu Země by k odhalení zákona gravitace určitě nestačilo. Bylo to přesné pozorování planet a následný objev zákonů, kterými se pohyb planet řídí, co umožnilo Newtonovi jeho velký objev.

Pohyby planet po obloze pozorovali astronomové již od starověku. Velice přesná pozorování, byť stále ještě bez použití dalekohledu, prováděl na konci 16. století dánský astronom **Tycho Brahe.** Podařilo se mu na nějaký čas získat přízeň dánského krále, který mu věnoval ostrov Hven a zaplatil zde výstavbu největší astronomické observatoře své doby. Po dvacet let pak mohl Brahe zaznamenávat polohy planet a hvězd. V roce 1600 se Tycho Brahe přesunul do Prahy, kde se stal jeho asistentem **Johannes Kepler**. Kepler si dal za úkol pomocí matematiky a geometrie popsat pohyb planet kolem Slunce. V té době již mohl navázat na díla Galilea Galileiho nebo Mikuláše Koperníka, vyvracející teorii geocentrizmu, tedy že Země je v centru vesmíru a kolem ní obíhá Slunce a ostatní planety. Kepler prováděl podrobnou analýzu Braheho přesných údajů (uvažte, že všechny složité výpočty musel dělat ručně) a výsledkem byly tři zákony pohybu planet. Dnes jsou známy jako **Keplerovy zákony:**

1. Planety se pohybují kolem Slunce po elipsách málo odlišných od kružnic, v jejichž společném ohnisku je Slunce.
2. Obsahy ploch opsaných průvodičem planety za jednotku času jsou konstantní.
3. Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je roven poměru třetích mocnin hlavních poloos jejich drah.

První zákon popisuje tvar trajektorie planet. **Elipsa** je jedna ze základních geometrických křivek, je to jakási „protažená" kružnice (viz obrázek 6-2). Elipsa má dvě ohniska, jejichž vzdálenost určuje tvar elipsy – „jak moc je protažená". (S vlastnostmi elipsy se podrobněji seznámíte v matematice.) Důležité je, že elipsy, po kterých se pohybují planety, jsou „málo odlišné" od kružnic. Přesnější představu získáme porovnáme-li nejmenší a největší vzdálenost Země od Slunce. V tzv. **periheliu** je Země Slunci nejblíž, konkrétně 147 miliónů kilometrů. Na opačné straně oběžné dráhy je Země v tzv. **aféliu**, její vzdálenost od Slunce je 152 miliónů kilometrů.

Druhý zákon upřesňuje, jak se planety po elipsách pohybují. Průvodič je úsečka spojující střed planety se středem Slunce. Při pohybu planety se délka průvodiče mění, ale obsahy ploch, které průvodič opíše za určitý čas, zůstávají stejné. To znamená, že **se mění velikost rychlosti planety** (viz obrázek 6-3). V periheliu je rychlost největší a v aféliu nejmenší.

Třetí zákon se týká základních parametrů pohybu planety – oběžné doby (periody) T a délky hlavní poloosy a (viz obrázek 6-2). Můžeme ho zapsat jednoduše pro dvě planety pomocí veličin T a a. Jelikož planety se pohybují po elipsách málo odlišných od kružnic, je možné nahradit délku hlavní poloosy a střední vzdáleností planety od Slunce r (vztah potom bude platit přibližně). Matematicky pak můžeme třetí Keplerův zákon zapsat jako

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3} \qquad \text{nebo} \qquad \frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{r_1^3}{r_2^3}.$$

Protože vzdálenosti ve sluneční soustavě jsou velké, zvolili astronomové pro tyto účely jako základní jednotku právě střední vzdálenost planety Země od Slunce. Tato délka se nazývá **astronomická jednotka**, značí se **AU** (astronomical unit). Platí

$$1\,\text{AU}=150\cdot10^6\,\text{km}.$$

Podobně bude výhodné určovat dobu oběhu planety v rocích. Jednotku **1 rok** je opět nutné definovat přesněji. Době oběhu Země kolem Slunce odpovídá přesně tzv. siderický rok, to je doba, za kterou se Slunce vrátí do stejné polohy na obloze vzhledem ke hvězdám. $1\,\text{rok}=365{,}256\,\text{dnů}\doteq3{,}15581\cdot10^7\,\text{s}$.

Dosazujeme-li v astronomických jednotkách a rocích, můžeme jednoduše porovnáním s parametry pro Zemi ($r=1\,\text{AU}$, $T=1\,\text{rok}$) určit střední vzdálenost jakékoliv planety, známe-li její oběžnou dobu a obráceně.

Příklad 6-1

Střední vzdálenost planety Jupiter od Slunce je 5,20 AU. Vypočítejte jeho oběžnou dobu.

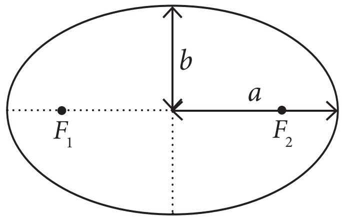
(a) Zapíšeme třetí Keplerův zákon a z něj vyjádříme neznámou T_1. Dostaneme

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{r_1^3}{r_2^3} \quad \Rightarrow \quad T_1^2=\frac{r_1^3}{r_2^3}T_2^2 \quad \Rightarrow \quad T_1=\sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}}\,T_2.$$

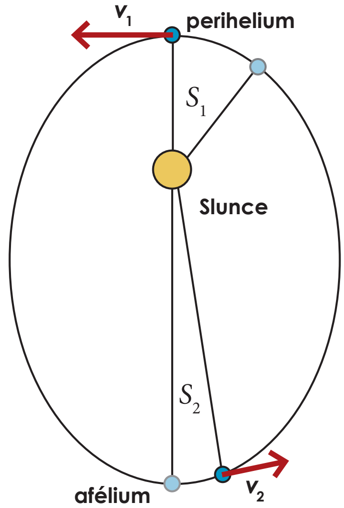
Nyní dosadíme hodnoty pro Zemi $r_2=1\,\text{AU}$, $T_2=1\,\text{rok}$ a Jupitera $r_1=5{,}20\,\text{AU}$ a dostaneme

$$T_1=\sqrt{\frac{5{,}20^3}{1}}\cdot1\,\text{rok}\doteq11{,}9\,\text{roků}.$$

Oběžná doba Jupitera je 11,9 let.



Obrázek 6-2. Parametry elipsy.
a .... **hlavní poloosa**
b .... **vedlejší poloosa**
F_1, F_2... **ohniska**

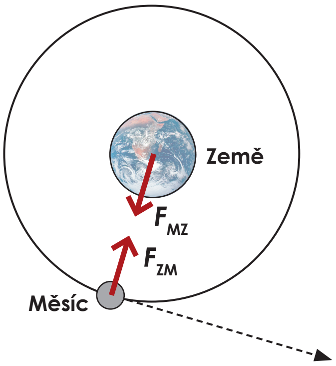


Obrázek 6-3. Pohyb planety kolem Slunce po elipse. V periheliu je rychlost planety největší, v aféliu nejmenší.

Keplerovy zákony je možné použít nejen pro pohyb planet, ale pro každou soustavu těles, která se pohybují v okolí centrálního tělesa, jehož hmotnost je mnohonásobně větší než je hmotnost obíhajících těles. Zákony můžeme použít například pro pohyb družic (včetně Měsíce) kolem Země.

Zápis $r_2=1\,\text{AU}$, $T_2=1\,\text{rok}$ v tomto případě neznamená, že tyto hodnoty známe s přesností jen na jedno platné místo. Astronomická jednotka i rok jsou definovány přesně.

6.2. Newtonův gravitační zákon



Obrázek 6-4. Kdybychom gravitaci „vypnuli", Měsíc by podle zákona setrvačnosti pokračoval v rovnoměrném pohybu v daném směru a od Země by se odpoutal. Gravitační síla je v tomto případě dostředivou silou.

Základní myšlenka, která vedla Newtona k objevu gravitačního zákona, byla docela jednoduchá. Jablko ze stromu a stejně tak všechna ostatní tělesa padají, protože je Země přitahuje. Nemělo by působení této přitažlivé síly pokračovat mnohem dál, až k Měsíci, který by díky ní setrvával v kruhovém pohybu kolem Země? Kdyby totiž na Měsíc žádná síla nepůsobila, musel by podle zákona setrvačnosti setrvávat v rovnoměrném přímočarém pohybu (viz obrázek 6-4). Silou stejné povahy, jako by Země přitahovala Měsíc, by pak také Slunce přitahovalo planety. Nyní bylo třeba využít Keplerovy zákony pohybu planet. Newton vypočítal, že pohybuje-li se planeta po elipse podle tří Keplerových zákonů, musí na ni Slunce působit silou, jejíž velikost je nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti r planety od Slunce.

$$F = \text{konst}\,\frac{1}{r^2}\,.$$

Ještě zbývalo vzít v úvahu zákon akce a reakce, podle něhož musí být silové působení mezi dvěma tělesy vždy vzájemné (viz obrázek 6-4), a předpoklad, že gravitační síla je přímo úměrná hmotnostem působících těles.

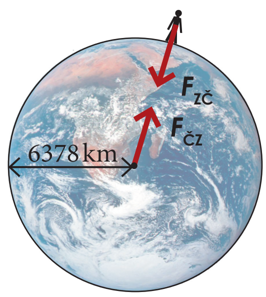
Tímto způsobem získal Newton **obecný vztah pro gravitační sílu**, který dnes nazýváme **Newtonův gravitační zákon**. Ten říká, že dva hmotné body o hmotnostech m_1, m_2 ve vzdálenosti r se vzájemně přitahují gravitační silou o velikosti

$$\boxed{F_G = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}.}$$

Konstanta G se nazývá **gravitační konstanta**. Její velikost je

$$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}.$$

Gravitační konstanta je jednou z tzv. univerzálních konstant (podobně jako například rychlost světla). Určuje „sílu" gravitační interakce. Budou-li například dvě kilogramová závaží od sebe vzdálená jeden metr, vyjde nám, že na sebe budou působit gravitační silou o velikosti $F_G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}$. To je tak malá síla, že její účinek na kilogramové těleso bude zanedbatelný. Gravitační síla mezi běžnými tělesy kolem nás je tak slabá, že její projevy vůbec nepozorujeme.



Obrázek 6-5. Vzájemné gravitační působení mezi člověkem a Zemí. Vzdálenost člověka od středu Země je přibližně 6378 km.

Gravitační zákon v uvedeném tvaru platí přesně jen pro hmotné body. Můžeme ho použít i na reálná tělesa, pokud jsou jejich vlastní rozměry zanedbatelné vzhledem k jejich vzdálenosti. To je dobře splněno například pro Slunce a planety, ale rozhodně není splněno pro tělesa v blízkosti povrchu Země. Tento problém se dá naštěstí vyřešit velice jednoduše, předpokládáme-li, že Země má tvar koule. Dá se totiž dokázat, že **gravitační zákon platí** úplně stejně **i pro kulová tělesa** jako jsou planety a hvězdy (obecně kulově symetrická tělesa). Místo vzdálenosti hmotných bodů počítáme se vzdáleností středů koulí. Budeme-li chtít například určit gravitační sílu mezi člověkem a Zemí (viz obrázek 6-5), budeme počítat se vzdáleností člověka (můžeme jej považovat za hmotný bod) a středu Země. Tato vzdálenost je přibližně rovna poloměru Země, což je 6378 kilometrů.

Zkusme nyní použít gravitační zákon pro výpočet síly, kterou je k Zemi přitahováno těleso o hmotnosti m na jejím povrchu. Označíme-li hmotnost Země m_Z a poloměr Země r_Z, dostaneme

$$F_G = G\frac{m_Z m}{r_Z^2} = \frac{G\,m_Z}{r_Z^2}m\,.$$

Tento vztah můžeme porovnat se známým vztahem pro gravitační sílu $F_G = mg$. Vidíme, že výraz Gm_Z/r_Z^2 by měl odpovídat gravitačnímu zrychlení g

$$g = \frac{G\,m_Z}{r_Z^2}\,.$$

Pomocí tohoto vztahu můžeme vypočítat **velikost gravitačního zrychlení** nejen na Zemi, ale i **na jakékoliv planetě**, známe-li její hmotnost a poloměr.

Vraťme se však ještě naposled do historie. Uvedený vztah pro gravitační zrychlení na povrchu planety by mohl dobře posloužit k určení hodnoty gravitační konstanty G. V Newtonově době ale nebyla známa hmotnost Země, proto ani Newton nemohl **určit hodnotu gravitační konstanty** (mohl určit pouze hodnotu součinu Gm_Z). Změřit hodnotu G se podařilo až v roce 1798, tedy víc než 100 let po objevu gravitačního zákona, dalšímu Angličanovi **Henrymu Cavendishovi**. Sestrojil velmi citlivou aparaturu (viz obrázek 6-6), která umožňovala změřit velikost gravitační síly mezi velkými olověnými koulemi, jejichž hmotnosti i vzdálenost znal. Změřené hodnoty pak mohl dosadit do gravitačního zákona a vyjádřit neznámou G. Změření velikosti gravitační konstanty umožňovalo získat ještě jeden neméně důležitý výsledek. Ze vztahu pro velikost gravitačního zrychlení na povrchu Země mohl Cavendish jednoduše vyjádřit **hmotnost Země**. Proto bývá Cavendishův pokus často nazýván „vážení Země“, přestože šlo o měření gravitační konstanty.

Příklad 6-2

Henry Cavendish ve svém pokusu použil olověné koule o hmotnostech 730 kg a 158 kg. Vypočtěte, jak velkou gravitační silou na sebe tyto koule působí, jestliže jejich středy se nacházejí ve vzdálenosti 48 cm.

Převedeme jednotky na základní (48 cm = 0,48 m) a dosadíme do Newtonova gravitačního zákona

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{730\cdot 158}{(0{,}48)^2}\ \mathrm{N} \doteq 0{,}033\ \mathrm{mN}.$$

Koule na sebe působí gravitační silou $F_G = 0{,}033$ mN.

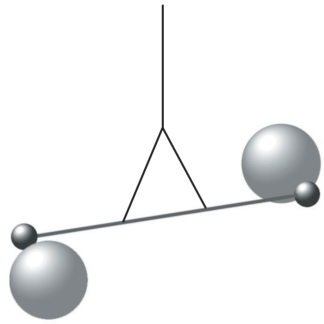
Příklad 6-3

Vypočítejte hmotnost Země s použitím veličin, které již měl Henry Cavendish k dispozici: gravitační konstanta $G = 6{,}7\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$, poloměr Země $r_Z = 6378$ km a gravitační zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Použijeme vztah pro velikost gravitačního zrychlení, ze kterého vyjádříme neznámou m_Z (poloměr Země nezapomeneme převést na metry: $r_Z = 6378\ \mathrm{km} = 6{,}378\cdot 10^6\ \mathrm{m}$).

$$g = \frac{G\,m_Z}{r_Z^2} \quad => \quad m_Z = \frac{r_Z^2 g}{G} = \frac{(6{,}378\cdot 10^6)^2\cdot 9{,}8}{6{,}7\cdot 10^{-11}}\ \mathrm{kg} \doteq 5{,}9\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}.$$

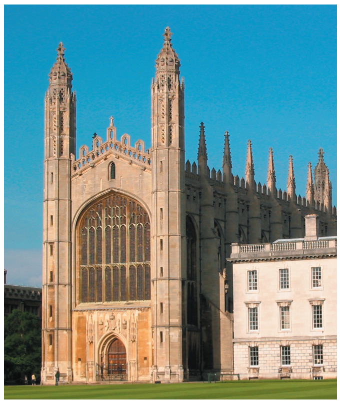
Ze zadaných údajů vyjde hmotnost Země $5{,}9\cdot 10^{24}$ kg. Hmotnost Země byla zpřesněna až ve 20. století na $5{,}9725\cdot 10^{24}$ kg.



Obrázek 6-6. Princip Cavendishova experimentu. Dvě menší olověné koule jsou připevněny na tyči vyvážené na pevném vlákně. Tyč se zvolna kýve ve vodorovné poloze (torzní kmity vlákna závěsu) kolem jisté rovnovážné polohy, která se však přiblížením těžkých koulí trochu pootočí.

Víte, že…

Henry Cavendish po sobě zanechal značný majetek, který byl v roce 1871 použit k založení a vybavení Cavendishovy laboratoře na univerzitě v Cambridge. Laboratoř se stala centrem světové fyziky a zůstává jím dodnes. Pracovali zde například James Clerk Maxwell nebo Ernest Rutheford a může se pochlubit třeba objevem protonu a elektronu, nebo z moderní doby například objevem struktury DNA.



Obrázek 6-7. Univerzita v Cambridge byla založena ve 13. století a patří mezi nejstarší v Evropě.

Víte, že…

Ve vesmíru existují objekty s tak obrovskou hustotou, že velikost gravitačního zrychlení v jejich nejbližším okolí nedovoluje žádnému hmotnému tělesu, ani světlu, uniknout z jejich gravitačního pole. Proto tyto objekty dostaly název černé díry.

V roce 1915 vytvořil Albert Einstein novou teorii gravitace – obecnou teorii relativity, kde dokázal, že takový objekt může teoreticky existovat. Astrofyzikové později přišli na to, že černá díra může skutečně vzniknout zhroucením hvězdy mnohonásobně větší než Slunce.

6.3. Gravitační pole

Už v kapitole o zákonech pohybu jsme poznali, že některé síly působí jen při kontaktu těles (tření, odpor vzduchu,...), jiné **působí na dálku**. Pro lepší popis sil působících na dálku zavedli fyzikové pojem **silové pole**. Silové pole se vždy váže k určité konkrétní síle, v případě gravitační síly proto mluvíme o gravitačním poli. Gravitační pole obklopuje každé hmotné těleso. Znalost gravitačního pole vybraného tělesa nám umožňuje říci, jakou silou by toto těleso působilo na jakékoliv jiné hmotné těleso umístěné v jeho okolí.

Chceme-li zjistit, jak vypadá gravitační pole nějakého hmotného tělesa o hmotnosti M (například Země), můžeme to udělat takto: Vezmeme malé zkušební těleso o hmotnosti m (například závaží) a umístíme je do libovolného bodu prostoru. Z Newtonova gravitačního zákona můžeme určit sílu $\boldsymbol{F}_G$, jakou Země na závaží působí. Nyní vydělíme sílu $\boldsymbol{F}_G$ hmotností zkušebního tělesa m a dostaneme veličinu, popisující gravitační pole v daném bodě. Tato veličina se nazývá **intenzita gravitačního pole** nebo také **gravitační zrychlení** a značí se $\boldsymbol{a}_G$. Je to **vektorová** veličina a pro její velikost platí

$$\boxed{a_G = \frac{F_G}{m} = G\frac{M}{r^2}.}$$

Jednotkou intenzity gravitačního pole je $\mathrm{N\cdot kg^{-1} = m\cdot s^{-2}}$, což je zároveň jednotka zrychlení, proto se používá označení i gravitační zrychlení. Pokud do gravitačního pole umístíme jakékoliv těleso, na které nepůsobí žádné další síly, bude se pohybovat se zrychlením $\boldsymbol{a}_G$.

Zabývejme se nyní podrobněji vlastnostmi gravitačního pole Země. Dosadíme-li do vztahu pro gravitační zrychlení za M hmotnost Země $5{,}97\cdot10^{24}$ kg, za r rovníkový poloměr Země 6 378 km, a hodnotu gravitační konstanty G, dostaneme přibližnou hodnotu gravitačního zrychlení na povrchu Země

$$a_G = G\frac{M}{r_Z^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{5{,}97\cdot10^{24}}{(6378\cdot10^3)^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}} \doteq 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

Velikost gravitačního zrychlení v různých vzdálenostech *h* od povrchu Země.

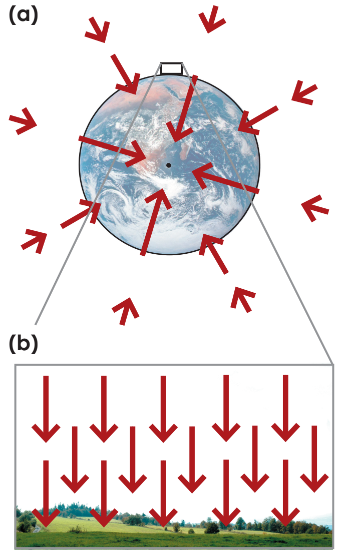
kde	a_G
hladina moře ***h* = 0 km**	$9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$
Mt. Everest ***h* = 9 km**	$9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$
oběžná dráha raketoplánu ***h* = 400 km**	$8{,}7\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$
komunikační družice ***h* = 36 000 km**	$0{,}2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$
Měsíc ***h* = 380 000 km**	$0{,}003\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

Budeme-li se od Země vzdalovat, bude **gravitační zrychlení klesat s druhou mocninou vzdálenosti** od středu Země (ve vzorci dělíme r^2). Například ve vzdálenosti $2r_Z$ od středu Země, což odpovídá výšce 6 378 km nad povrchem, bude gravitační zrychlení čtvrtinové, v trojnásobné vzdálenosti to bude jedna devítina, v desetinásobné vzdálenosti jedna setina, atd. Velikost gravitačního zrychlení v různých výškách nad povrhem Země je vypočítána v tabulce vlevo. Teoreticky gravitační pole nikde nekončí, ovšem ve velkých vzdálenostech je již tak slabé, že je nedokážeme změřit.

Gravitační zrychlení je vektor, jehož směr je vždy určen směrem gravitační síly. Země má přibližně tvar koule a vektor $\boldsymbol{a}_G$ proto vždy směřuje do středu Země – centra gravitační síly. Pro tento typ gravitačního pole používáme název **centrální gravitační pole**. Centrální gravitační pole je typické nejen pro naši Zemi (viz obrázek 6-8a), ale všechna kulová vesmírná tělesa – planety, hvězdy, měsíce.

Často sledujeme projevy gravitačního pole jen v malé části prostoru blízko povrchu Země. V tabulce vlevo vidíte, že na Mt. Everestu je a_G jen o $0{,}03\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

menší než na hladině moře. Podobné je to se směrem gravitačního zrychlení. Vzhledem k obrovským rozměrům Země se budou v oblasti o rozměrech řádově několika kilometrů vektory gravitačního zrychlení jen nepatrně odlišovat od rovnoběžných. Proto můžeme pro takovouto oblast na povrchu Země s velkou přesností použít model **homogenního gravitačního pole**. V homogenním gravitačním poli mají vektory gravitačního zrychlení ve všech bodech stejnou velikost i směr (viz obrázek 6-8b).



Obrázek 6-8.
(a) Centrální gravitační pole. Všechny vektory gravitačního zrychlení směřují do jednoho bodu a jejich velikost klesá s druhou mocninou vzdálenosti.
(b) Homogenní gravitační pole. Gravitační zrychlení má ve všech bodech prostoru stejnou velikost i směr. Tento model můžeme použít pro malou oblast prostoru u povrchu Země.

Příklad 6-4

Vypočítejte gravitační zrychlení na povrchu Země způsobené gravitačním polem Měsíce, jehož hmotnost je $m_M = 7{,}35\cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$, a obíhá ve vzdálenosti $d = 384\,000\,\mathrm{km}$ od Země.

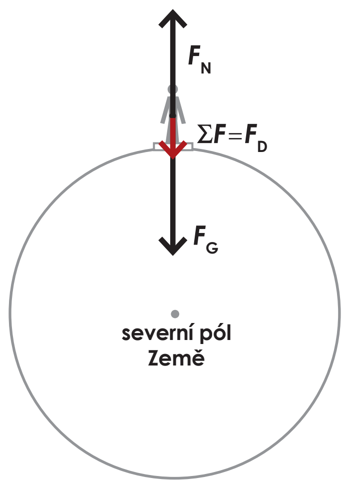
Dosadíme do vztahu pro velikost gravitačního zrychlení a dostaneme

$$a_G = G\frac{m_M}{d^2} = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{7{,}35\cdot 10^{22}}{(3{,}84\cdot 10^{8})^2}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} \doteq 3{,}3\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

Gravitační pole Měsíce je na Zemi je poměrně slabé, $a_G = 3{,}3\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Přesto můžeme pozorovat jeho výrazné projevy na Zemi – příliv a odliv. Může za to tzv. slapová síla. To je síla, působící na tělesa v nehomogenním gravitačním poli. V případě Země působí Měsíc na její přivrácenou stranu největší silou a na odvrácenou stranu naopak nejmenší silou oproti ostatním částem planety. Proto se voda vzdouvá na přivrácené i na odvrácené straně, příliv nastává jednou za 12 hodin.

6.4. Tíhové pole Země

Dosud jsme mluvili vždy o gravitační síle $F_G = mg$, kterou jsou tělesa přitahována k Zemi a gravitačním zrychlením g, které jim tato síla udílí. Nyní naši představu upřesníme. V předchozím odstavci jsme vypočítali, že gravitační zrychlení na povrchu Země je $a_G = 9{,}83\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Při přesném měření bychom však na různých místech povrchu Země naměřili *mírně odlišné* hodnoty zrychlení volně padajících těles a také mírně odlišnou sílu, kterou jsou tělesa k Zemi přitahována. (Mohli bychom ji jednoduše určit například pomocí přesné digitální váhy. Váha totiž neměří hmotnost tělesa, ale velikost síly, kterou na ni těleso působí. Ta je stejně velká jako síla, kterou na vážené těleso působí Země.) Tuto výslednou (změřenou) sílu, která na těleso umístěné na povrchu Země působí, nazýváme **tíhovou silou.** Obdobně se používá pojem **tíhové zrychlení** pro změřené zrychlení volně padajícího tělesa v daném místě. Pokusme se nyní vysvětlit, proč se místní tíhové zrychlení liší od gravitačního zrychlení a také vypočítat, jak je tato odchylka velká.



Obrázek 6-9.
Silový diagram pro člověka stojícího na rovníku.

Hlavním důvodem je **rotace Země** kolem její osy. Každé těleso na povrchu Země (není-li přesně na pólu) se tak pohybuje po kružnici o poloměru daném zeměpisnou šířkou s periodou 24 hodin. Důsledkem toho je, že vztažná soustava spojená s povrchem Země není inerciální. Pro započítání vlivu rotace je nutné podívat se na situaci z hlediska inerciální (nerotující) vztažné soustavy spojené se středem Země. Zkusme popsat situaci člověka, stojícího na váze, který se nachází na rovníku. Tento člověk vykonává pohyb po kružnici o poloměru $r_Z = 6378\,\mathrm{km}$ obvodovou rychlostí $v = 2\pi r_Z/T = 2\cdot\pi\cdot 6378\cdot 10^3\,\mathrm{m}/(24\,\mathrm{h}\cdot 3600\,\mathrm{s}) \doteq 464\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Na člověka působí gravitační síla $\mathbf{F_G}$, jejíž velikost je $F_G = m a_G$, kde m je hmotnost člověka. Pak na něj působí váha kolmou tlakovou silou $\mathbf{F_N}$, jejíž velikost určuje údaj na váze, platí proto $F_N = mg$ (a_G je gravitační zrychlení podle vztahu z předchozího odstavce, kdežto g je tíhové zrychlení). Nyní je třeba vzít v úvahu, že člověk není v klidu, ale pohybuje se po kružnici. Proto výslednice gravitační a kolmé tlakové síly nemůže být nulová, ale musí tvořit dostředivou sílu, jejíž velikost je $F_D = m v^2 / r_Z$. Silový diagram této situace ukazuje obrázek 6-9. Z něj vidíme, že pro velikosti sil musí platit

$$F_D = F_G - F_N \quad \Rightarrow \quad m\frac{v^2}{r_Z} = m a_G - m g \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{r_Z} = a_G - g \quad \Rightarrow \quad g = a_G - \frac{v^2}{r_Z}.$$

Po dosazení dostaneme, že tíhové zrychlení g na rovníku bude

$$g = 9{,}83\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} - \frac{(464\,\mathrm{m\cdot s^{-1}})^2}{6378\cdot 10^3\,\mathrm{m}} = 9{,}83\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} - 0{,}03\,\mathrm{m\cdot s^{-2}} = 9{,}80\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}.$$

Tím jsme vypočítali vliv rotace Země na tíhové zrychlení na rovníku. Směrem k pólům se velikost dostředivé síly zmenšuje a s ní i vliv rotace Země na tíhové zrychlení.

Kromě rotace Země má na místní tíhové zrychlení vliv ještě **nepravidelný tvar a nehomogenita Země**. Planeta je mírně zploštělá, vzdálenost ke středu Země na rovníku je 6378 km, zatímco na pólech jen 6357 km. Při ještě přesnějším měření bychom zjistili další odchylky v rámci jednotlivých kontinentů a oceánů, způsobené různou tloušťkou zemské kůry, blízkostí mohutných hor apod. Přesným výzkumem gravitačního pole Země se zabývá obor zvaný gravimetrie.

Hodnoty tíhového zrychlení se pohybují mezi $g = \mathbf{9{,}78\,m\cdot s^{-2}}$ **na rovníku a** $g = \mathbf{9{,}83\,m\cdot s^{-2}}$ **na pólech**. V České republice je $g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$. Ve většině případů můžeme počítat se zaokrouhlenou hodnotou $g = 9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

Víte, že…

První umělá družice Země se jmenovala Sputnik a byla vypuštěna na oběžnou dráhu v roce 1957.

Od té doby se pro družice nacházely stále nové úkoly a jejich význam i počet rychle rostl. Dnes obíhá kolem naší planety přes osm set družic.

Kromě vojenských (například špionážních) máme řadu vědeckých družic (třeba Hubbleův vesmírný dalekohled), navigační družice (například pro navigační systém GPS) a také meteorologické či telekomunikační družice.

Obrázek 6-10. Největší umělou družicí Země je v současné době mezinárodní kosmická stanice ISS.

6.5. Pohyb těles v gravitačním poli Země

Pohybuje-li se těleso malých oblastech v blízkosti povrchu Země, nachází se **v homogenním gravitačním poli**. Tento druh pohybu jsme již podrobně prozkoumali v kapitolách o přímočarém (volný pád) a křivočarém pohybu (šikmý vrh). Víme, že těleso, na které působí jen homogenní pole, **se bude pohybovat po přímce nebo po části paraboly**.

Zbývá nám vyřešit problém pohybu těles ve větší vzdálenosti od povrchu Země, **v centrálním gravitačním poli**. Typickým příkladem je **pohyb družic**. Co o jejich pohybu víme? Družice obíhají okolo Země v různých výškách nad povrchem a ke svému pohybu nepotřebují žádný vlastní pohon. Většinou se pohybují po kružnicích, kde gravitační síla je potřebnou dostředivou silou. I na tento případ jsme už narazili při zkoumání dostředivé síly v kapitole Zákony pohybu. Odstavec o pohybu družice si znovu přečtěte.

Pohyb družice jsme tehdy popisovali jen kvalitativně. Nyní vypočítáme, jakou rychlostí se musí družice pohybovat, aby obíhala Zemi po kružnici o daném poloměru r. Gravitační síla musí být dostředivou silou, platí

$$F_D = F_G \quad \Rightarrow \quad m\frac{v^2}{r} = G\frac{m\,m_Z}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = G\frac{m_Z}{r}.$$

Získali jsme hledaný vztah mezi oběžnou rychlostí a poloměrem kruhové trajektorie družice. Tento vztah můžeme ještě upravit do praktičtějšího tvaru tím, že poloměr kružnice r nahradíme součtem poloměru Země r_Z a výšky družice nad povrchem h ($r = r_Z + h$). Součin Gm_Z pak můžeme vyjádřit ze vztahu pro gravitační zrychlení na povrchu Země jako $Gm_Z = a_G r_Z^2$. Dohromady tak dostaneme

$$v^2 = G\frac{m_Z}{r} = a_G\frac{r_Z^2}{r_Z+h} \quad => \quad v = \sqrt{a_G\frac{r_Z^2}{r_Z+h}}.$$

Vidíme, že velikost **kruhové rychlosti** nezávisí na hmotnosti tělesa, ale jen na jeho **výšce nad povrchem**. Ze vztahu je také vidět, že s rostoucí výškou h se velikost kruhové rychlosti zmenšuje. Kruhová rychlost, kterou by se muselo pohybovat těleso obíhající těsně nad Zemí, (samozřejmě neuvažujeme odpor vzduchu), se nazývá **první kosmická rychlost**. Dosazením $h=0$ snadno zjistíme, že velikost první kosmické (kruhové) rychlosti je pro Zemi $v_K = \sqrt{g r_Z} \doteq 7{,}9\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

Všimněme si ještě důkladněji vztahu $v^2 = Gm_Z/r$, který jsme před chvíli odvodili. Vyjádříme-li obvodovou rychlost pomocí periody oběhu družice kolem Země $v = 2\pi r/T$, dostaneme po úpravě

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{Gm_Z}{4\pi^2}.$$

Připomíná vám tento výsledek nějaký vztah z této kapitoly? Jedná se o **třetí Keplerův zákon,** zapsaný v tzv. **obecném tvaru** pro pohyb tělesa v centrálním gravitačním poli Země. Výraz vpravo je konstanta určená hmotností centrálního tělesa. Nahradíme-li hmotnost Země hmotností Slunce, dostaneme správný tvar pro oběh planet kolem Slunce.

Příklad 6-5

Družice, která vysílá signál satelitní televize nebo speciální meteorologická družice, musí stále setrvávat nad určitým bodem povrchu Země. Tento druh oběžné dráhy se nazývá geostacionární. Vypočítejte, v jaké výšce musí geostacionární družice obíhat.

Aby se družice vzhledem k povrchu Země nepohybovala, musí obíhat nad rovníkem a to se stejnou periodou, jako je perioda otáčení Země, tedy $T = 24$ hodin. Její rychlost proto musí mít velikost $v = 2\pi(r_Z+h)/T$. Zároveň musí být splněna podmínka

$$v = \sqrt{a_G\frac{r_Z^2}{r_Z+h}}.$$

Porovnáním obou vztahů dostaneme rovnici

$$2\pi\frac{(r_Z+h)}{T} = \sqrt{a_G\frac{r_Z^2}{r_Z+h}} \quad => \quad \frac{4\pi^2}{T^2}(r_Z+h)^2 = a_G\frac{r_Z^2}{r_Z+h} \quad => \quad (r_Z+h)^3 = \frac{a_G r_Z^2 T^2}{4\pi^2},$$

z níž vyjádříme (r_Z+h) a dosadíme za $T = 24\,\mathrm{h} = 24\cdot 3\,600\,\mathrm{s} = 86\,400\,\mathrm{s}$

$$(r_Z+h) = \sqrt[3]{\frac{a_G r_Z^2 T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{9{,}8\cdot(6378\cdot 10^3)^2\,86\,400^2}{4\cdot\pi^2}}\,\mathrm{m} \doteq 42{,}2\cdot 10^6\,\mathrm{m}.$$

Hledaná výška geostacionární družice nad povrchem je

$$h = 42{,}2\cdot 10^6\,\mathrm{m} - 6{,}378\cdot 10^6\,\mathrm{m} \doteq 35{,}8\cdot 10^6\,\mathrm{m} = 35\,800\,\mathrm{km}.$$

Pohybem po kružnici nejsou vyčerpány všechny možnosti pohybu tělesa v centrálním gravitačním poli. Podrobnější matematickou analýzou problému lze dokázat, že přichází v úvahu ještě tři možnosti. Za prvé **pohyb po elipse**, kdy

Víte, že...

Gravitace není jen silou, která nás drží na povrchu Země a Zemi na oběžné dráze kolem Slunce. Gravitace má rozhodující vliv na strukturu celého vesmíru. Je to síla, která váže dohromady miliardy hvězd v naší Galaxii, stejně jako v jiných galaxiích, které dohromady vytváří skupiny a kupy galaxií.

Obrázek 6-11. Galaxie v Andromedě je od nás vzdálena přes dva miliony světelných let a je velmi podobná naší Mléčné dráze.

Obrázek 6-12. Čtyři možné typy trajektorií tělesa při pohybu v centrálním gravitačním poli.

se centrum gravitačního pole nachází v jednom z jejích ohnisek. Příklad takového pohybu už známe, je jím pohyb planet kolem Slunce. Po velmi „protáhlých“ elipsách se pohybují také komety. Stále však zůstávají ve sluneční soustavě.

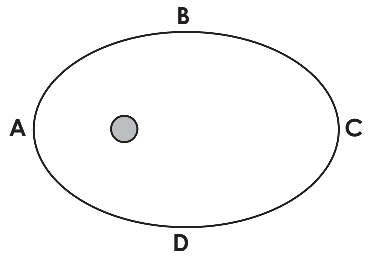
Další možností je **pohyb po části paraboly.** To je případ neperiodického pohybu, kdy má těleso takovou rychlost, aby z gravitačního pole právě uniklo. Minimální rychlost, kterou musí těleso získat, aby uniklo z gravitačního pole Země, nazýváme **druhou kosmickou** (parabolickou) **rychlostí**. Dá se spočítat, že pro její velikost platí $v_P = \sqrt{2}\, v_K \doteq 11{,}2\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$.

Poslední možností je pohyb po části hyperboly, mající v ohnisku centrum gravitace. Ten nastane při počáteční rychlosti větší než druhá kosmická rychlost.

Otázky

1

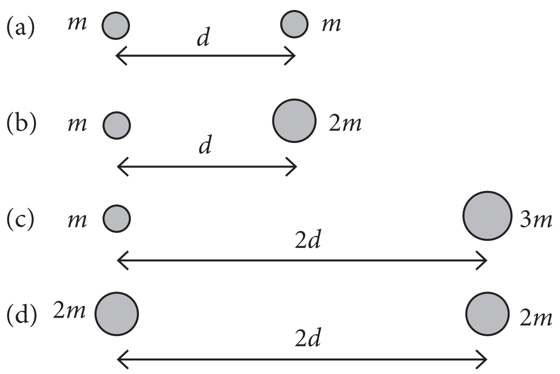
Na obrázku je schematicky zakreslena trajektorie Země v centrálním gravitačním poli Slunce.



(a) Ve kterém bodě má planeta nejmenší rychlost?
(b) Ve kterém bodě je na severní polokouli zimní slunovrat?

2

Seřaďte následující dvojice částic podle velikost gravitační síly, kterou na sebe působí



3

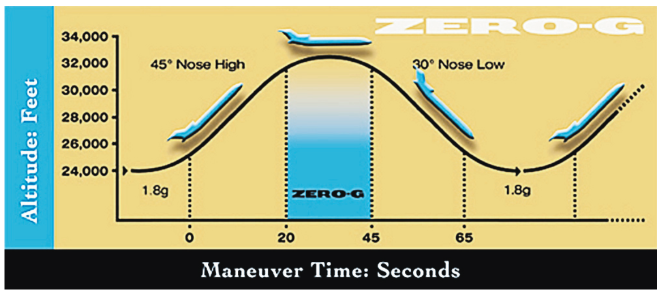
Jak by se změnilo gravitační zrychlení na povrchu Země,
(a) kdyby měla poloviční průměrnou hustotu a stejný poloměr,
(b) kdyby měla stejnou průměrnou hustotu a poloviční poloměr,
(c) kdyby měla stejnou průměrnou hustotu a dvojnásobný poloměr?

4

Proč je v kosmické lodi na oběžné dráze kolem Země stav beztíže?
(a) Loď je ve vesmírném prostoru, kde už nepůsobí gravitační pole Země.
(b) Na loď i astronauty působí pouze gravitační síla Země, která má charakter dostředivé síly.
(c) Gravitační pole je odstíněno stěnou kosmické lodě.
(d) Loď je v takové vzdálenosti od Země, že působení gravitační síly můžeme zanedbat.
(e) Gravitační působení Země je kompenzováno gravitačním polem jiných vesmírných těles.

5

V americkém středisku pro letectví a vesmír (NASA) používají pro výzkum pobytu v beztížném stavu upravený Boeing 727, který se pohybuje podle náčrtu na obrázku. Popište a vysvětlete všechny fáze jeho pohybu.



6

Na kterých místech na Zemi mají gravitační a tíhové zrychlení (a) stejnou velikost, (b) stejný směr?

7

Umělá družice Země obíhala ve výšce $h_1 = 600$ km nad povrchem Země. Poté byla navedena na dráhu o výšce h_2=800 m. Jak se změnily její parametry – obvodová rychlost a doba oběhu?

Úlohy

1

Pomocí třetího Keplerova zákona doplňte chybějící údaje v tabulce. Zjistěte přesné parametry planet a výsledky pak porovnejte.

planeta	střední vzdálenost	oběžná doba
Merkur		0,24 roků
Venuše		0,62 roků
Země	1,00 AU	1,00 rok
Mars		1,88 roků
Jupiter	5,20 AU	
Saturn	8,08 AU	

2

Halleyova kometa se objevuje na obloze s periodou 76 let. Pomocí třetího Keplerova zákona odhadněte, do jaké největší vzdálenosti od Slunce se kometa dostává. Uvažte, že kometa se pohybuje po velmi protáhlé elipse.
[přibližně 35 AU $= 5{,}3 \cdot 10^{12}$ m]

3

Z třetího Keplerova zákona odvoďte, že síla, kterou jsou planety přitahovány ke Slunci, musí být nepřímo úměrná čtverci jejich vzdálenosti. Předpokládejte kruhovou trajektorii a použijte vztah pro dostředivou sílu.

4

Kdybychom Zemi zastavili, jak dlouho by padala na Slunce? Návod: Užijte 3. Keplerův zákon podobně jako v úloze 2.

5

Porovnejte velikosti gravitačních sil, kterými na vás působí
(a) váš spolužák o hmotnosti 70 kg ve vzdálenosti 1 m,
(b) Měsíc,
(c) Slunce,
(d) planeta Jupiter v okamžiku, kdy je nejblíže Zemi.
Všechny potřebné údaje si sami vyhledejte. Porovnejte výsledky (b), (c) a pak se pokuste odpovědět na otázku, proč na Zemi pozorujeme účinky slapové síly Měsíce, nikoliv Slunce.
[(a) $a_G = 4{,}7 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, (b) $a_G = 3{,}3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$,
(c) $a_G = 5{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, (d) $a_G = 3{,}4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$]

6

Představte si kosmickou loď letící po přímé dráze od Země k Měsíci. V určité vzdálenosti od Země se velikosti gravitačních sil od Země a Měsíce vyrovnají a výsledná síla působící na loď bude nulová. Najděte tuto vzdálenost.
[$3{,}4 \cdot 10^5$ km]

7

Vypočtěte velikost gravitačního zrychlení na povrchu
(a) Slunce ($R = 695\,550$ km, $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg),
(b) Marsu ($R = 3\,940$ km, $M = 6{,}4 \cdot 10^{23}$ kg)
(c) neutronové hvězdy ($R = 12$ km, $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg).
Vypočtěte také, kolik byste na povrchu těchto těles vážili.
[Slunce $28g$, Mars $0{,}38g$, $9{,}4 \cdot 10^{10}g$, výsledky jsou vyjádřeny pomocí tíhového zrychlení na Zemi $g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$]

8

Vypočtěte, v jaké výšce nad povrchem Země bude tíhové zrychlení
(a) $g/2$? [2 640 km]
(b) $g/4$? [6 378 km]
(c) $g/10$? [13 791 km]

9

Na základě astronomických pozorování bylo zjištěno, že Měsíc Deimos obíhá kolem Marsu po kružnici o poloměru 23 500 km rychlostí $1{,}35\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$. Určete hmotnost Marsu. [$6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg]

10

Ze znalostí parametrů oběhu pohybu Země ve sluneční soustavě vypočítejte hmotnost Slunce. Víme, že střední vzdálenost Země od Slunce je přibližně 1 AU $= 150 \cdot 10^6$ km a oběh trvá 1 rok. [$2 \cdot 10^{30}$ kg]

11

Kdyby se otáčení Země kolem její osy stále zrychlovalo, nastal by při určité rychlosti na Zemi beztížný stav.
(a) Kde by se tak stalo nejdříve?
(b) Kolik hodin by pak trval jeden den?
(c) Jaké další důsledky by tak rychlá rotace měla?
[$T = 1$ h 24 min]

12

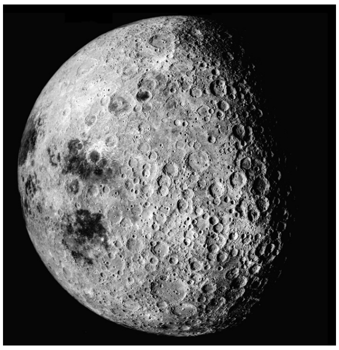
Vypočtěte, v jaké výšce nad Zemí musí obíhat družice, jejíž oběžná doba má být 12 hodin.
(a) Použijte postup uvedný v odstavci 6.5.
(b) Použijte třetí Keplerův zákon.
[$h = 20\,200$ km]

Kapitola 7

Mechanika tuhých těles

Víte, že…

Ze Země není možné nikdy spatřit Měsíc v té podobě jako na obrázku 7-2. Při pozorném prozkoumání si možná všimnete, že je na našem snímku mnohem víc kráterů a méně tmavých měsíčních „moří“. Jak je to možné? Měsíc nám totiž ukazuje stále svoji dobře známou tvář, zatímco odvrácená strana zůstává skryta. K vysvětlení tohoto jevu stačí uvážit otáčení Měsíce kolem jeho osy. S jakou periodou musí Měsíc rotovat, abychom viděli pořád jen jednu jeho polovinu?



Obrázek 7-2. Takto viděli Měsíc astronauté z mise Apollo.

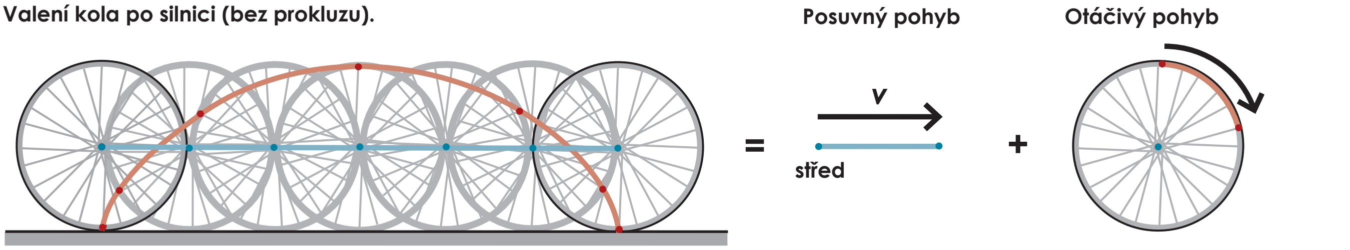
Cíle

1. **Naučíte se, jak popsat otáčivý pohyb tělesa pomocí úhlových veličin.**
2. **Seznámíte se s pojmem moment síly. Poznáte, jak lze pomocí skládání momentů sil určit jejich výsledný otáčivý účinek na těleso.**
3. **Seznámíte se s pojmem těžiště tělesa a naučíte se řešit základní úlohy ze statiky.**
4. **Dozvíte se, jak se vypočítá kinetická energie otáčejícího se tělesa.**

7.1. Posuvný a otáčivý pohyb

Dosud jsme se zabývali pohybem těles, která jsme považovali za **hmotné body**. Zanedbání rozměrů těles bylo užitečné, protože nám umožnilo jednoduše popsat jejich posuvný pohyb a také pochopit základní zákony mechaniky. V této kapitole se zaměříme na situace, kdy rozměry a tvar tělesa hrají podstatnou roli. Budeme se zabývat pouze pohybem **tuhých těles,** tedy těles, jejichž tvar považujeme za neměnný. Vyloučíme proto tělesa pružná, snadno deformovatelná a tekutá. Například vaše tělo není tuhým tělesem, protože při pohybu mění svůj tvar. Ale i pohyby tuhých těles jsou často složité a těžko popsatelné. Představte si například pohyb kola bicyklu jedoucího rovnoměrným přímočarým pohybem po silnici (viz obrázek 7-1). Každý bod kola se pohybuje po jiné trajektorii a také s jinou okamžitou rychlostí (v obrázku je červeně zakreslena trajektorie bodu na obvodu kola a modře trajektorie středu). Složitý pohyb celého kola můžeme lépe pochopit, představíme-li si jej jako složení dvou druhů pohybů. Jednak je to pohyb středu kola, který má mezi ostatními body zvláštní postavení. Pohybuje se po přímce rychlostí ***v***, což je zároveň rychlost pohybu celého bicyklu. Potom, vzhledem ke středu kola (ve vztažné soustavě s ním spojené a pohybující se rychlostí ***v***) se všechny ostatní body kola pohybují po kružnicích kolem něj. Výsledný pohyb kola se tak skládá z **posuvného** pohybu středu rychlostí ***v*** a **otáčivého** pohybu všech ostatních bodů kolem pohybujícího se středu.

Kdyby se kolo neotáčelo, ale zůstalo v pohybu (například při brzdění smy-



Obrázek 7-1. Pohyb kola bicyklu můžeme rozdělit na otáčivý a posuvný pohyb.

kem), vykonávalo by jen posuvný pohyb. Kdyby se naopak střed vůbec nepohyboval (například když otáčíme kolem na místě), šlo by jen o pohyb otáčivý.

Posuvný pohyb zvládneme dobře popsat pomocí veličin, které známe z kinematiky hmotného bodu (poloha, rychlost, zrychlení). Popisu otáčivého pohybu se budeme věnovat v následujícím odstavci.

7.2. Kinematika otáčivého pohybu

Ze svého okolí známe mnoho příkladů otáčivých pohybů. Například otáčení listů větrné elektrárny, hodinových ručiček, převodových kol v motoru, ale také rotace Země.

U některých otáčivých pohybů můžeme najít význačnou přímku, která při otáčení zůstává v klidu. Nazýváme ji **osa otáčení** a mluvíme o **otáčivém pohybu kolem pevné osy** (složitějším případem rotace kolem pevného bodu se zde nebudeme zabývat). Při rotaci kolem pevné osy jsou tedy body na ose v klidu a všechny ostatní body tělesa opisují kružnice, jejichž středy leží na ose otáčení. Proto bude výhodné popisovat otáčivý pohyb pomocí **úhlových veličin**. Jejich význam si ukážeme na příkladu otáčení rotoru větrné elektrárny (obrázky 7-3 a 7-4).

Pro popis polohy při otáčení použijeme **úhlovou polohu** ϕ. Vybereme si jeden význačný bod tělesa (bod *X*), který spojíme s jemu nejbližším bodem osy. Tím určíme jeho základní „nulovou" polohu. Úhlová poloha je pak určena úhlem *XOA* mezi aktuální polohou vybraného bodu a základní polohou. Změnu úhlové polohy nazýváme **otočením** a značíme $\Delta\phi=\phi_2-\phi_1$. Příklady ukazuje obrázek 7-4a.

Je výhodné určovat úhlovou polohu nikoliv ve stupních, ale v **radiánech**, neboli v **obloukové míře**. Mezi stupni a radiány platí jednoduchý vztah:

$$360° = 2\pi \text{ (rad)}.$$

Jednotka rad je psána v závorce, protože ji můžeme vynechat (jedná se totiž o bezrozměrovou veličinu). Důležitou vlastností obloukové míry je, že velikost úhlu v radiánech stačí vynásobit poloměrem kružnice r a dostaneme **délku oblouku kružnice** s **příslušnou úhlu** ϕ (viz obrázek 7-4c). Platí

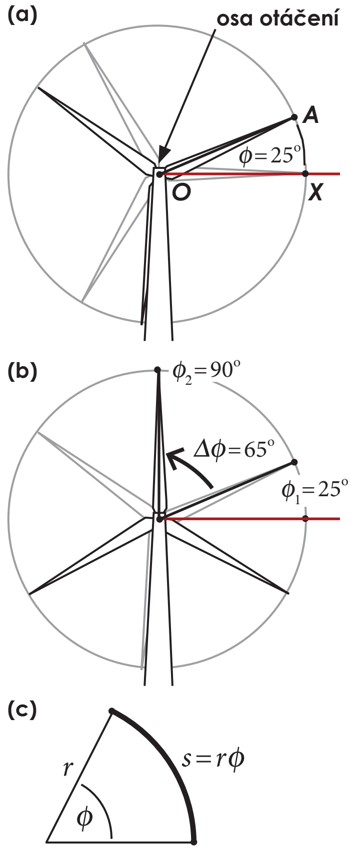
$$\boxed{s = r\phi \quad (\phi \text{ je v radiánech}),}$$

naproti tomu číslo 360° bylo vzato historicky, a tedy víceméně náhodně. Konkrétní výhody zápisu úhlu v obloukové míře si ukážeme později.

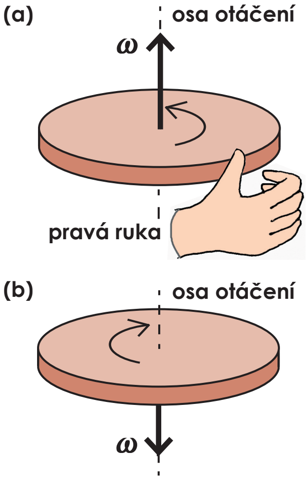
Nyní zkusme najít vhodnou veličinu, která odpovídá na otázku „jak rychle" se těleso otáčí. Víme, že všechny body tělesa se pohybují po kružnicích kolem osy otáčení. Rychlost každého bodu je jiná v závislosti na jeho vzdálenosti od osy otáčení, navíc neustále mění směr. Proto se pro otáčivý pohyb používá **úhlová rychlost** ω, která **vyjadřuje, o jaký úhel se těleso otočí za daný čas**. Vzpomeňme si na pohyb hmotného bodu na ose x, kde jsme definovali průměrnou a okamžitou rychlost (odstavec 2-3 na straně 18). Úhlová rychlost se definuje podobně. Stačí nahradit posunutí Δx otočením $\Delta\phi$ a dostaneme definici (okamžité) úhlové rychlosti

$$\boxed{\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t}.}$$

Obrázek 7-3. Větrná elektrárna představuje jednoduchý příklad otáčivého pohybu.



Obrázek 7-4.
(a) Úhlovou polohu ϕ rotoru určuje velikost úhlu *XOA*.
(b) Otočení rotoru určuje rozdíl úhlových poloh, platí $\Delta\phi=\phi_2-\phi_1=90°-25°=65°$.
(c) Základní vlastnost obloukové míry.



Obrázek 7-5.
(a) Směr vektoru úhlové rychlosti určujeme podle pravidla pravé ruky. Prsty ukazují směr otáčení a palec směr vektoru úhlové rychlosti. Vektor vždy leží na ose otáčení.
(b) Otáčení v záporném smyslu.

Abychom mohli rozlišovat dva možné směry otáčení, definuje se úhlová rychlost jako **vektor**, který může mít dva směry. Přesně to ukazuje obrázek 7-5.

Z definice odvodíme jednotku úhlové rychlosti $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$, případně jen $\mathrm{s^{-1}}$. Často se používají i jiné jednotky vyjadřující počet otáček za časovou jednotku. Jsou to otáčky za sekundu a otáčky za minutu. Platí

$$1\,\mathrm{ot/s} = 60\,\mathrm{ot/min} = 2\pi\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}.$$

Pokud se úhlová rychlost tělesa mění (tj. otáčení se zrychluje, nebo zpomaluje), mluvíme o nerovnoměrném otáčivém pohybu. My se zde však omezíme jen na **rovnoměrný otáčivý pohyb**, kdy je úhlová rychlost konstantní.

Opět se nabízí srovnání s pohybem na ose x, kde pro polohu bodu v čase t platila rovnice $x(t) = x_0 + v_x t$. Když vztah přepíšeme pomocí úhlových veličin, dostaneme $\phi(t) = \phi_0 + \omega t$.

U rovnoměrného otáčivého pohybu můžeme rychlost otáčení určit ještě pomocí **frekvence a periody** podobně jako u rovnoměrného pohybu po kružnici (viz odstavec 3-3 na straně 35). Frekvence f není nic jiného než počet otáček za sekundu. Máme-li úhlovou rychlost i frekvenci v základních jednotkách, pak platí $\omega = 2\pi f$. Uvážíme-li, že perioda T je převrácená hodnota frekvence, dostaneme

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.}$$

Na závěr ještě uveďme jeden důležitý vztah, který nám umožňuje určit, jak velkou rychlostí se pohybuje určitý bod tělesa, které se otáčí úhlovou rychlostí ω. Velikost postupné rychlosti bodu při otáčivém pohybu se nazývá **obvodová rychlost**. Při rovnoměrném otáčivém pohybu ji můžeme určit snadno použitím vztahu $v = s/t$, kde s je dráha, kterou daný bod urazí za čas t. Bod ve vzdálenosti r od osy otáčení urazí dráhu $s = r\phi$, kde ϕ je příslušné otočení v radiánech. Dostaneme

$$v = \frac{s}{t} = \frac{r\phi}{t} = r\omega.$$

Obvodovou rychlost určitého bodu tedy získáme jednoduše vynásobením úhlové rychlosti tělesa ω a vzdálenosti r tohoto bodu od osy otáčení.

Úhel v radiánech převádíme na stupně a obráceně vždy podle vztahu

$$360° = 2\pi\ (\mathrm{rad}).$$

Například úhel $\phi = 0{,}035\,\mathrm{rad}$ **(viz příklad 7-1) převedeme na stupně takto:**

$$0{,}035\,\mathrm{rad} = \frac{0{,}035}{2\pi} \cdot 360° = 2°$$

nebo obráceně:

$$2° = \frac{2°}{360°} \cdot 2\pi = 0{,}035\,\mathrm{rad}.$$

Příklad 7-1

Rotor větrné elektrárny má následující parametry: poloměr rotoru $r = 45\,\mathrm{m}$, frekvence otáčení $f = 20\,\mathrm{ot/min}$.

(a) Vypočtěte periodu, frekvenci a úhlovou rychlost otáčení rotoru v $\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ a obvodovou rychlost bodu na konci listu rotoru.

(b) Při fotografování otáčejícího se rotoru je nastaven čas snímání 1/60 s. O jaký úhel se za tuto dobu rotor otočí? Jakou vzdálenost přitom urazí bod na konci listu rotoru?

(a) Frekvence otáčení je $f = 20\,\mathrm{ot/min} = 20/60\,\mathrm{ot/s} \doteq 0{,}33\,\mathrm{Hz}$, perioda je $T = 1/f = 3\,\mathrm{s}$, úhlová rychlost je $\omega = 2\pi f \doteq 2{,}1\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ a obvodová rychlost je $v = \omega r \doteq 95\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} \doteq 340\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Konce listů rotoru se pohybují obvodovou rychlostí přes $300\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Tak velkou rychlost bychom pravděpodobně nečekali při pohledu na klidně (frekvence 0,33 Hz) se otáčející rotor. Dokázali byste vysvětlit proč?

(b) Za čas $t = 1/60\,\mathrm{s}$ se rotor otočí o úhel $\phi = \omega t = 2{,}1\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}} \cdot 0{,}017\,\mathrm{s} \doteq 0{,}036\,(\mathrm{rad})$. Bod ve vzdálenosti $r = 45\,\mathrm{m}$ opíše část oblouku kružnice o délce $s = r\phi = 45\,\mathrm{m} \cdot 0{,}036 \doteq 1{,}6\,\mathrm{m}$. Konce listů rotoru proto budou na fotografii neostré.

7.3. Moment síly

V kapitole o zákonech pohybu jsme zkoumali pohybový účinek sil působících na různá tělesa. Uvážili jsme všechny působící síly, sečetli je a určili jejich výslednici. Jelikož jsme všechna tělesa považovali za hmotné body, nebrali jsme v potaz, **v jakých místech síly působí**. Pro posuvný pohyb to nebylo podstatné. Nyní si ukážeme, že v případě tuhých těles může být účinek stejné síly různý podle toho, kde na těleso působí. Stačí si představit jednoduchý pokus. Když chcete otevřít dveře, můžete na ně působit vždy stejnou silou (velikost i směr) v různých místech, jak ukazuje obrázek 7-6. Rozdíl mezi působením v bodech A a B nebudete pozorovat žádný, zatímco budete-li působit v bodě C, možná se vám vůbec nepodaří dveřmi pohnout. Vidíme, že otáčivý účinek síly závisí na vzdálenosti působiště od osy otáčení. Přesné vyjádření **otáčivého účinku síly na těleso** nám umožňuje veličina zvaná **moment síly**.

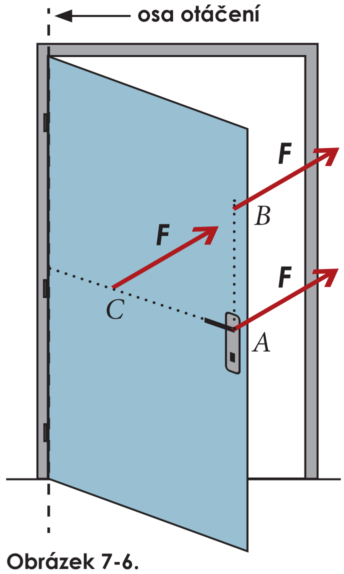
Moment síly budeme definovat jen pro případ, kdy se těleso může otáčet kolem **pevné osy otáčení** (například zmíněné dveře). Dále budeme uvažovat jen **síly kolmé na osu otáčení**.

Moment síly $\boldsymbol{M}$ je vektorová veličina. Jeho velikost definujeme jako **součin velikosti síly** F **a ramene síly** d

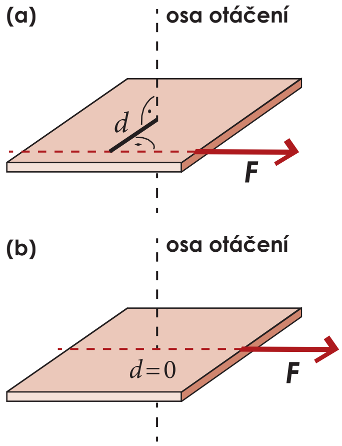
$$\boxed{M = Fd.}$$

Rameno síly je vzdálenost vektorové přímky síly $\boldsymbol{F}$ (přímky ve směru vektoru $\boldsymbol{F}$) od osy otáčení. Rameno síly je vždy kolmé na osu otáčení i vektorovou přímku (viz obrázek 7-7a). Protne-li vektorová přímka osu, pak je moment síly nulový – síla nemá žádný otáčivý účinek (obrázek 7-7b).

Z definice snadno odvodíme, že jednotkou momentu síly je N·m (newton metr). N·m je také jednotkou práce či energie, kde používáme zkratku N·m = J (joule). Pro moment síly však joule nikdy nepoužíváme. Možná jste se už s jednotkou N·m setkali. Často se používá například u automobilových motorů.



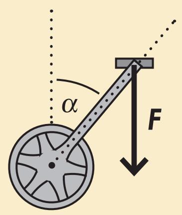
Obrázek 7-6.
Otáčivý účinek síly *F* závisí na tom, v jakém místě síla působí.



Obrázek 7-7.
(a) Rameno síly d je vzdálenost osy otáčení od vektorové přímky síly *F*.
(b) Vektorová přímka protíná osu otáčení, $d=0$, *M*=0. Síla nemá otáčivý účinek.

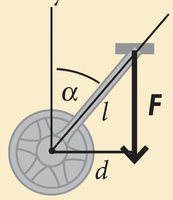
Příklad 7-2

Maximální možná síla, kterou může cyklista působit na pedál, je přibližně dána jeho tíhou $F = mg$, kde $m = 75\,\mathrm{kg}$ je hmotnost cyklisty. Síla působí vždy svisle dolů. Vypočítejte moment této síly v situaci, kdy klika pedálu svírá se svislým směrem úhel α (viz obrázek). Vyřešte pro úhly (a) $\alpha = 0°$, (b) $\alpha = 30°$, (c) $\alpha = 90°$. Vzdálenost pedálu od osy otáčení je $l = 22\,\mathrm{cm}$.

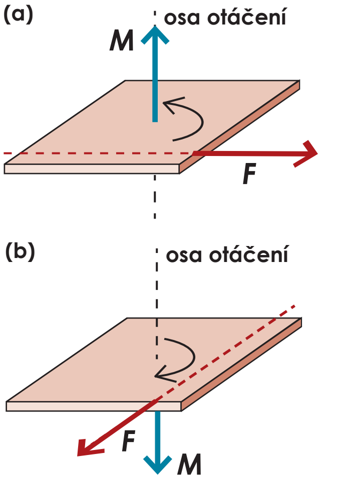


Rameno síly d (vzdálenost vektorové přímky síly $\boldsymbol{F}$ od osy otáčení) určíme podle obrázku $d = l\sin\alpha$. Nyní můžeme dosadit do vztahu pro velikost momentu síly

$$M = Fd = mgl\sin\alpha.$$



Pro zadané úhly dostaneme
(a) $M_a = mgl\sin 0° = 0\,\mathrm{N\cdot m}$,
(b) $M_b = mgl\sin 30° = 75\cdot 9{,}8\cdot 0{,}22\cdot 0{,}5\,\mathrm{N\cdot m} \doteq 81\,\mathrm{N\cdot m}$,
(c) $M_c = mgl\sin 90° = 75.9{,}8.0{,}22.1 \doteq 162\,\mathrm{N\cdot m}$.
Pro srovnání: Maximální točivý moment (jiný název pro moment síly) u motorů osobních automobilů se pohybuje od 100 do 300 N·m. Proč přesto nedokážeme kolo rozjet na rychlost 100 km·h^{-1}, proč má motor automobilu mnohem větší výkon než cyklista?



Obrázek 7-8.
(a) Síla *F* roztáčí těleso v kladném smyslu (proti směru hodinových ručiček), moment síly směřuje podle pravidla pravé ruky podél osy nahoru.
(b) Síla *F* roztáčí těleso v záporném smyslu (po směru hodinových ručiček), moment síly směřuje podle pravidla pravé ruky podél osy dolů.

Směr vektoru $\boldsymbol{M}$ vyjadřuje, zda síla $\boldsymbol{F}$ roztáčí těleso po směru, nebo proti směru hodinových ručiček. Vektor momentu síly vždy leží ve směru osy otáčení a jeho orientace je dána **pravidlem pravé ruky**: Přiložíme-li pravou ruku k tělesu tak, aby prsty ukazovaly směr, kterým síla těleso působí, pak palec ukazuje orientaci momentu síly (obrázek 7-8).

Pro vektory momentů sil působících na určité těleso tedy připadají vždy v úvahu jen dva navzájem opačné směry (díky omezení jen na síly ležící v rovině kolmé na osu otáčení). Momenty různých sil působících na jedno těleso lze sčítat, výsledný moment $\Sigma\boldsymbol{M}$ je vektorovým součtem všech momentů

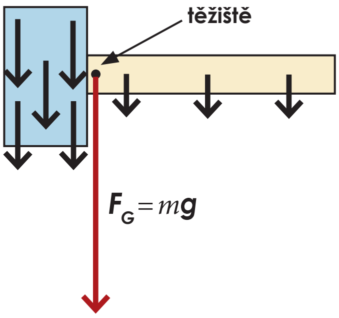
$$\Sigma\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}_1+\boldsymbol{M}_2+\boldsymbol{M}_3+\ldots+\boldsymbol{M}_n.$$

Výsledný moment sil $\Sigma\boldsymbol{M}$ má podobně důležitý význam pro otáčivý pohyb jako výsledná síla $\Sigma\boldsymbol{F}$ pro pohyb posuvný. Konkrétně si to ukážeme v odstavci věnovaném rovnováze těles.

7.4. Těžiště

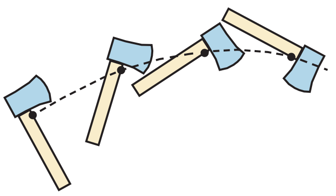
Pravděpodobně už o těžišti něco víte. Například, že „v něm působí gravitační síla“ nebo že „těžiště leží uprostřed tělesa“. Obě tvrzení vcelku vystihují podstatu věci, zbývá je jen upřesnit.

Narozdíl od některých jiných sil, **tíhová síla** nepůsobí na těleso v jednom místě, ale v celém jeho objemu. Tíhové pole je všude uvnitř tělesa (viz obrázek 7-9). Potřebujeme najít bod, do kterého můžeme **umístit tíhovou sílu** $\boldsymbol{F}_G=m\boldsymbol{g}$, jejíž účinek na těleso bude stejný jako působení tíhového pole na celé těleso. Tento bod se nazývá **těžiště tělesa**. Že takový význačný bod existuje, se můžeme přesvědčit také pokusem.



Obrázek 7-9. Všechny části tělesa jsou přitahovány k Zemi. To je možné vyjádřit jedinou tíhovou silou $\boldsymbol{F}_G=m\boldsymbol{g}$ působící v těžišti.

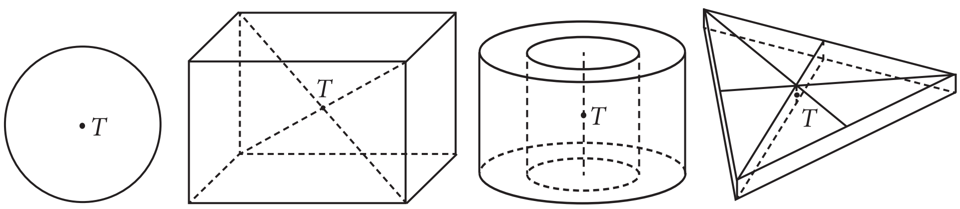
Představte si, že vrhnete do prostoru libovolné tuhé těleso, například sekeru (viz obrázek 7-10). Sekera se během letu otáčí, její pohyb je složený z posuvného a otáčivého. Trajektorie různých bodů jsou složité křivky. Podrobnějším pozorováním (například na videozáznamu) bychom však zjistili, že jeden bod se pohybuje jednoduše po části paraboly, stejně jako hmotný bod při šikmém vrhu. Tímto bodem je právě těžiště sekery.



Obrázek 7-10. Těžiště vržené sekery se pohybuje po části paraboly.

V praxi ale potřebujeme jednodušší způsob, jak najít těžiště konkrétních těles. Nachází-li se těleso v homogenním gravitačním poli (splněno pro běžná tělesa na povrchu Země), pak na všechny části tělesa působí stejná síla. Těžiště se proto bude nacházet „uprostřed“ tělesa, přesně řečeno v jeho **středu hmotnosti**. Návod na jeho nalezení se liší podle složitosti a typu tělesa.

1) Jednoduchá homogenní souměrná tělesa mají těžiště ve svém **geometrickém středu souměrnosti**. Příklady ukazuje obrázek 7-11. Všimněte si, že těžiště může ležet i mimo těleso.



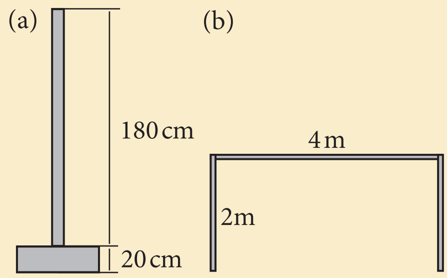
Obrázek 7-11. Těžiště jednoduchých homogenních těles

Méně souměrná homogenní tělesa (například kužel, polokoule,...) nemají geometrický střed. Jejich těžiště se dá určit výpočtem pomocí vyšší matematiky (integrálu).

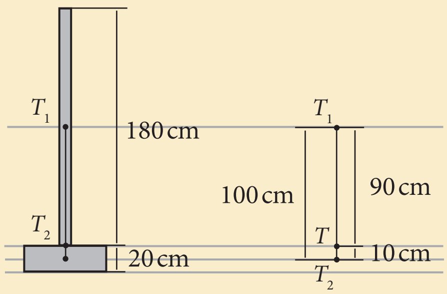
2) Těžiště **těles skládajících se z více jednoduchých částí** (jejichž těžiště známe) můžeme určit pomocí **váženého průměru**. Princip takového postupu ukazuje následující příklad.

Příklad 7-3

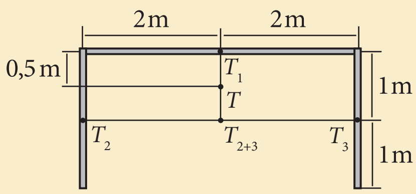
Určete polohu těžiště
(a) stojanu na dopravní značky (viz obrázek), skládajícího se ze dvou homogenních částí: betonového podstavce o hmotnosti 45 kg a železné trubky o hmotnosti 5 kg,
(b) fotbalové branky o rozměrech 2 x 4 m svařené ze stejných homogenních trubek podle obrázku.



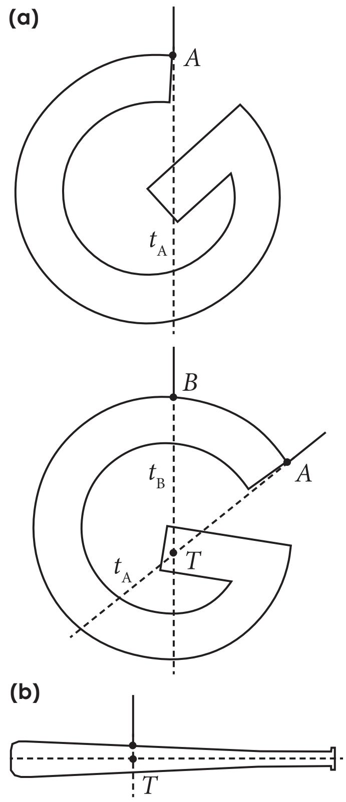
(a) Těžiště podstavce (T_2) i trubky (T_1) budou ležet v jejich středech (viz obrázek). Těžiště celého tělesa (T) bude ležet na spojnici T_1T_2. Zbývá započítat hmotnosti („váhy“) obou částí. Těžiště T bude blíž těžišti s větší váhou a to tak, aby poměr hmotností odpovídal poměru vzdáleností bodu T od T_1 a T_2. S pomocí obrázku určíme, že $|T_1T_2| = 100\,\text{cm}$. Tuto vzdálenost rozdělíme v poměru hmotností $45\,\text{kg} : 5\,\text{kg} = 9 : 1 = 90\,\text{cm} : 10\,\text{cm}$. Těžiště celého tělesa se tedy nachází 10 cm nad těžištěm podstavce, což odpovídá hornímu okraji podstavce.



(b) Těleso si opět rozdělíme na části, jejichž těžiště dokážeme snadno určit. V našem případě to budou dvě svislé tyče s těžišti T_2 a T_3 a jedna vodorovná s těžištěm T_1 (viz obrázek). Nyní najdeme společné těžiště svislých částí (T_{2+3}), přitom nesmíme zapomenout, že bod T_{2+3} má teď váhu dvou dvoumetrových tyčí. Těžiště branky leží na spojnici bodů T_1 a T_{2+3}. Protože váha obou bodů je stejná, leží výsledné těžiště (T) ve středu úsečky T_1T_{2+3}. Těžiště branky se nachází ve výšce 1,5 m nad zemí.



3) Těžiště můžeme určovat také **experimentálně**, například u nepravidelných těles, kde je výpočet příliš obtížný. Využíváme přitom skutečnosti, že zavěsíme-li těleso v jednom (jakémkoliv) bodě, ustálí se jeho poloha tak, že těžiště tělesa bude ležet na svislé přímce pod bodem závěsu (jedině v této poloze je moment tíhové síly, a tedy i její otáčivý účinek, nulový). Přímka spojující bod závěsu s těžištěm se nazývá **těžnice**. Všechny těžnice se protínají v jednom bodě - těžišti. Příklad ukazuje obrázek 7-12a. U částečně souměrných těles někdy stačí zjistit experimentem polohu jediné těžnice, těžiště se pak nachází v průsečíku těžnice s osou nebo rovinou souměrnosti tělesa (viz obrázek 7-12b).

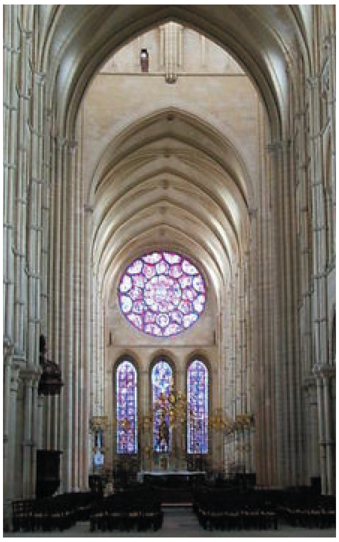


Obrázek 7-12.
(a) Určení těžiště nepravidelného tělesa pomocí těžnic.
(b) Určení těžiště baseballové pálky pomocí těžnice a osy souměrnosti.

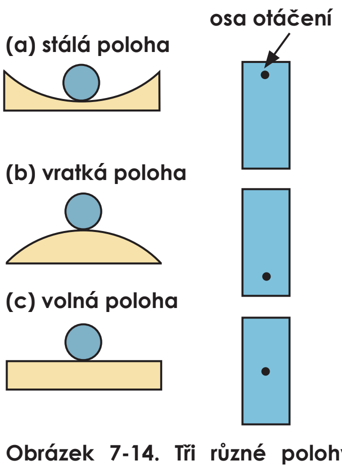
Víte, že…

Základy statiky objevili první stavitelé především na základě praktických zkušeností. Dnes se bez statického posouzení a přesných výpočtů neobejde žádná složitější stavba.

Například největším objevem gotické architektury byl lomený oblouk, který umožnil stavbu lehčích a větších konstrukcí. Dokázali byste zjistit proč?



Obrázek 7-13. Lomený gotický oblouk umožnil stavbu obrovských katedrál.



Obrázek 7-14. Tři různé polohy těles z hlediska stability.

7.5. Rovnováha těles

V mechanice jsme většinou zkoumali pohyb. Nyní se zaměříme na tělesa, která jsou v klidu, přesněji řečeno budeme zkoumat **statickou rovnováhu těles**. Myslíme tím situace, kdy se zkoumaná tělesa vzhledem k vybrané vztažné soustavě žádným způsobem nepohybují – neposouvají ani neotáčejí.

Analýza statické rovnováhy je velmi důležitá v mnoha praktických oborech. Nejznámější je asi stavební statika. Na budovy, mosty a další stavby působí nejrůznější síly, kterým musí stavby odolat, musí zůstat ve statické rovnováze. Podobné je to i u konstrukce strojů nebo dopravních prostředků.

Aby těleso zůstávalo v klidu ve zvolené inerciální vztažné soustavě, musí být splněny dvě základní **podmínky rovnováhy**.

1) **Těleso se nesmí pohybovat posuvným pohybem**. Zajímá-li nás jen posuvný pohyb, můžeme těleso nahradit hmotným bodem, jehož pohyb se řídí druhým Newtonovým zákonem ve tvaru $\Sigma \mathbf{F}=m\mathbf{a}$. Víme, že hmotný bod setrvává v klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém, je-li výsledná síla nulová. Je-li tedy těleso na začátku v klidu a **výsledná síla je nulová**, těleso se nezačne pohybovat posuvným pohybem.

2) **Těleso se nesmí otáčet.** Zde je situace podobná, jen s tím rozdílem, že výsledný otáčivý účinek sil určuje výsledný moment sil $\Sigma \mathbf{M}$. Je-li **výsledný moment sil nulový**, znamená to, že se těleso buď otáčí stálou úhlovou rychlostí nebo se neotáčí vůbec. Bylo-li tedy na začátku v klidu, pak v něm také zůstane.

Uvedená podmínka platí obecně. My jsme však definovali moment síly jen vzhledem k pevné ose otáčení a pro síly ležící v rovině kolmé na tuto osu. To nám umožňuje řešit pouze „dvourozměrné“ problémy statické rovnováhy. V těchto případech můžeme výsledný moment sil určovat k pevně zvolené, avšak libovolné, ose otáčení.

Podmínky rovnováhy přehledně shrnuje následující tabulka

$\Sigma \mathbf{F}=\mathbf{0}$	rovnováha sil	těleso se neposunuje
$\Sigma \mathbf{M}=\mathbf{0}$	rovnováha momentů sil	těleso se neotáčí

Rovnovážné polohy se od sebe mohou ještě lišit tím, co se s tělesem stane po drobném vychýlení z rovnováhy. Jestliže se těleso po vychýlení samo vrátí zpět do rovnovážné polohy, nachází se v rovnovážné poloze **stálé** (stabilní). Naopak, jestliže se po drobném vychýlení těleso zpět do statické rovnováhy nevrátí, ale dál se z ní vzdaluje, označujeme rovnovážnou polohu jako **vratkou** (labilní). Pokud těleso po vychýlení z rovnováhy zůstává v nové poloze, označujeme tuto polohu jako **volnou** (indiferentní). Jako příklad nám poslouží kulička na podložce nebo těleso otáčející se kolem vodorovné osy (viz obrázek 7-14).

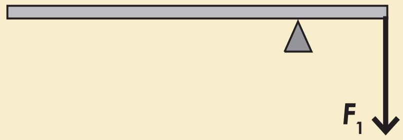
Je-li těleso ve stabilní poloze, můžeme jeho **stabilitu** dokonce přesně definovat jako **práci, kterou je třeba vykonat, abychom ho dostali do nejbližší vratké polohy** (viz příklad 7-5c).

Použití podmínek statické rovnováhy si ukážeme na dvou konkrétních příkladech. Při řešení úloh na statickou rovnováhu se držíme tohoto postupu:

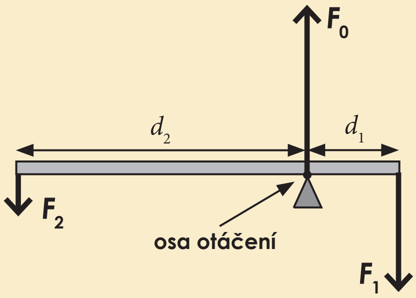
1. Sestrojíme náčrt, kde vyznačíme všechny působící síly včetně jejich působiště.
2. Zapíšeme podmínky silové a momentové rovnováhy.
3. Vyřešíme získané rovnice a dosadíme známé hodnoty.

Příklad 7-4

Ocelový nosník je podepřen ve čtvrtině své délky a na jednom konci na něj působí svislá síla $F_1 = 1200\,\mathrm{N}$ (viz obrázek). Jaká svislá síla musí působit na druhý konec nosníku, aby zůstal v klidu? Jaká síla pak působí na nosník v ose otáčení?
(a) Hmotnost samotného nosníku zanedbejte.
(b) Počítejte i s hmotností nosníku $m = 45\,\mathrm{kg}$.



(a) Nejprve sestrojíme načrt, kde vyznačíme všechny síly, které na nosník působí (viz obrázek). Velikosti sil $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_0$ ještě neznáme, podstatný je jejich směr a působiště a ty dokážeme určit ($\boldsymbol{F}_2$ musí směřovat dolů, aby její moment působil proti momentu síly $\boldsymbol{F}_1$). Pomocí obrázku pak zapíšeme velikosti momentů všech tří sil vzhledem k ose otáčení



$$M_1 = F_1 d_1, \quad M_2 = F_2 d_2, \quad M_0 = 0.$$

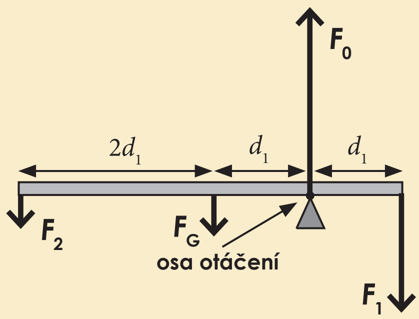
Pro úplnost dodejme, že vektor $\boldsymbol{M}_1$ směřuje podle pravidla pravé ruky za nákresnu, $\boldsymbol{M}_2$ před nákresnu. Rovnice pro momentovou rovnováhu $\Sigma \boldsymbol{M} = \boldsymbol{0}$ se proto zapíše jednoduše jako

$$M_2 - M_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1 \frac{d_1}{d_2} = F_1 \frac{1}{3} = 400\,\mathrm{N}.$$

Velikost síly $\boldsymbol{F}_0$ působící v ose otáčení plyne z podmínky silové rovnováhy $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$. Podle obrázku můžeme silovou rovnováhu opět vyjádřit jednoduše jako

$$F_0 = F_1 + F_2 = 1200\,\mathrm{N} + 400\,\mathrm{N} = 1600\,\mathrm{N}.$$

(b) Postupujeme stejně jako v části (a), jen přidáme ještě tíhu nosníku $\boldsymbol{F}_G$ s působištěm v jeho těžišti. Těžiště homogenního nosníku je uprostřed jeho délky (viz obrázek). Velikost tíhové síly je $F_G = mg$. Rovnice pro momentovou rovnováhu $\Sigma \boldsymbol{M} = \boldsymbol{0}$ bude mít tvar



$$M_G + M_2 - M_1 = 0 \quad => \quad F_G d_1 + F_2 3d_1 - F_1 d_1 = 0 \quad =>$$

$$=> \quad F_G + 3F_2 - F_1 = 0 \quad => \quad F_2 = \frac{F_1 - mg}{3}$$

Po dosazení ($g = 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$) dostaneme

$$F_2 = \frac{1200\,\mathrm{N} - 45\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}}{3} \doteq 250\,\mathrm{N}.$$

Aby zůstala zachována silová rovnováha, musí se zvětšit také síla $\boldsymbol{F}_0$. Dostaneme

$$F_0 = F_1 + F_2 + mg = 1200\,\mathrm{N} + 250\,\mathrm{N} + 450\,\mathrm{N} = 1900\,\mathrm{N}.$$

Víte, že…

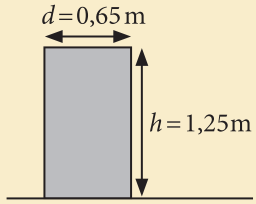
Příklad 7-4 nám zároveň odhaluje princip jednoho z prvních strojů na světě, který lidé využívali již ve starověku. Je to obyčejná páka, která umožňuje „převést“ menší sílu na větší.

Páka patří do skupiny jednoduchých strojů, umožňujících převádět menší síly na větší a obráceně pomocí otáčivého pohybu. Patří sem například klín, šroub, kladky či kolo na hřídeli.

Zmenšení síly je vždy vyváženo nutností působit po delší dráze, takže výsledné množství mechanické práce vykonané s jednoduchým strojem je stejné jako bez něj.

Které jednoduché stroje používáte nejčastěji?

Příklad 7-5

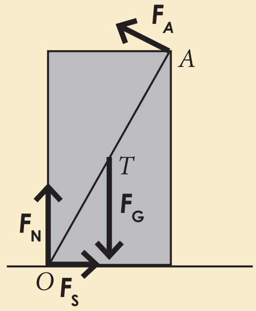


Potřebujete povalit dřevěný kmen tvaru válce o průměru 0,65 m a výšce 1,25 m (viz obrázek). Kmen je z bukového dřeva o hustotě 550 kg·m^{-3}.

(a) Jaká nejmenší síla stačí ke splnění úkolu? V jakém místě a jakým směrem musíte na kmen působit? Nesmíte použít žádný jednoduchý stroj.

(b) Jaké další síly přitom budou na kmen působit?

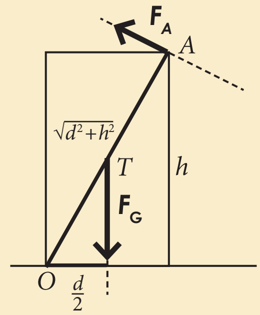
(c) Jakou práci je třeba vykonat k převrácení kmene do vratké polohy?



(a)+(b) Nejprve vyznačíme do obrázku všechny působící síly v mezní situaci, kdy kmen právě začínáme zvedat. Budeme kmenem otáčet kolem vodorovné osy na kraji jeho podstavy procházející bodem O. Abychom kmen otočili, musí velikost momentu síly $\mathbf{F_A}$ nepatrně překročit velikost momentu tíhové síly $\mathbf{F_G}$ vzhledem k ose otáčení. Při hledání minimální potřebné síly proto stačí velikosti obou momentů porovnat.

Aby bylo rameno síly $\mathbf{F_A}$ (a tedy i její moment) co největší, musí síla působit v bodě A kolmo na spojnici OA. Působiště tíhové síly je v těžišti (ve středu) válce. Zachování silové rovnováhy zajišťují ještě kolmá tlaková síla $\mathbf{F_N}$ a statická třecí síla $\mathbf{F_S}$. Obě působí v ose, jejich momenty jsou proto nulové.

Nyní můžeme porovnat velikosti momentů sil $\mathbf{F_A}$ a $\mathbf{F_G}$



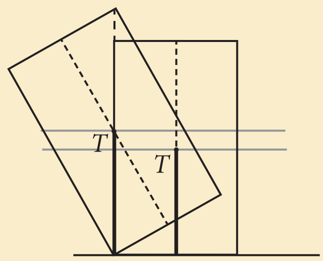
$$M_A = M_G \quad \Rightarrow \quad F_A\sqrt{d^2+h^2} = mg\frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad F_A = \frac{mgd}{2\sqrt{d^2+h^2}} \ .$$

Ještě musíme vypočítat hmotnost válce pomocí jeho hustoty

$$m = V\rho = \pi r^2 h\rho = \pi\frac{d^2}{4}h\rho = 3{,}14\cdot\frac{0{,}65^2}{4}\cdot 1{,}25\cdot 550\,\mathrm{kg} \doteq 228\,\mathrm{kg}$$

a dosadíme

$$F_A = \frac{228\cdot 9{,}8\cdot 0{,}65}{2\sqrt{0{,}65^2+1{,}25^2}}\ \mathrm{N} \quad \Rightarrow \quad F_A \doteq 515\,\mathrm{N}.$$



(c) Práce vykonaná při přemístění ze stálé do vratké polohy určuje stabilitu tělesa. Můžeme ji určit pomocí zákona zachování mechanické energie. Vykonaná práce bude rovna přírůstku gravitační potenciální energie kmene $\Delta E_p = mg\Delta h$. U tuhého tělesa je Δh změna výšky jeho těžiště. Podle obrázku je

$$\Delta h = \frac{\sqrt{d^2+h^2}}{2} - \frac{h}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta E_p = mg\frac{\sqrt{d^2+h^2}-h}{2}$$

$$\Delta E_p = 228\cdot 9{,}8\,\frac{\sqrt{0{,}65^2+1{,}25^2}-1{,}25}{2}\ \mathrm{J} \doteq 178\,\mathrm{J}.$$

Pro převrácení do vratké polohy je nutné vykonat práci 178 J.

7.6. Kinetická energie otáčivého pohybu

Podívejme se na nějaké rychle rotující a těžké těleso, například rotor vrtulníku. Toto těleso má jistě velkou kinetickou energii, ale jakou? Známý vztah pro kinetickou energii hmotného bodu

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

nemůžeme přímo použít, protože každý bod se pohybuje jinou rychlostí.

Vztah pro **kinetickou energii otáčivého pohybu** tělesa však můžeme odvodit následujícím způsobem. Představme si, že tuhé těleso se skládá z velkého počtu hmotných bodů o hmotnostech $m_1, m_2, \ldots, m_n$. Při otáčivém pohybu kolem pevné osy se všechny body pohybují po kružnicích o poloměrech $r_1, r_2, \ldots, r_n$, ale všechny stejnou úhlovou rychlostí ω. Proto můžeme jejich obvodové rychlosti vyjádřit jako $v_1 = \omega r_1$, $v_2 = \omega r_2$, $\ldots$, $v_n = \omega r_n$. Kinetickou energii celého tělesa pak vypočteme jako součet kinetických energií jednotlivých bodů

$$E_K = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_n v_n^2 = \frac{1}{2}m_1\omega^2 r_1^2 + \frac{1}{2}m_2\omega^2 r_2^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_n\omega^2 r_n^2.$$

Odtud

$$E_K = \frac{1}{2}\omega^2(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2).$$

Výraz v závorce obsahuje jen hmotnosti jednotlivých bodů tělesa a jejich vzdálenosti od osy otáčení. Je to tedy vlastnost tělesa nezávislá na tom, jakou rychlostí se těleso otáčí. Tuto fyzikální veličinu vyjadřující **rozložení látky v tělese vzhledem k určité ose** nazýváme **moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení** a platí

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2.$$

Ze vztahu můžeme snadno určit jednotku momentu setrvačnosti kg·m². Uvedený vztah však nemůžeme přímo použít pro výpočet momentu setrvačnosti konkrétních tuhých těles, ve kterých je látka rozložena spojitě. K takovému výpočtu je nutné použít vyšší matematiku, která nám umožňuje „sčítat nekonečně malé příspěvky". Na tomto místě nám proto nezbude, než se spolehnout na výsledky těchto výpočtů. Momenty setrvačnosti pro některá běžná tělesa jsou uvedeny v obrázku 7-15.

Pro fyziku je podstatné, že víme, co moment setrvačnosti znamená a že jej lze vypočítat. Proto můžeme **kinetickou energii tělesa otáčejícího se kolem pevné osy** úhlovou rychlostí ω určit jako

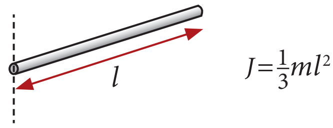
$$\boxed{E_K = \frac{1}{2}J\omega^2.}$$

Koná-li těleso **současně posuvný pohyb i otáčivý pohyb kolem osy procházející těžištěm**, můžeme **celkovou kinetickou energii** vyjádřit jako součet energií posuvného a otáčivého pohybu

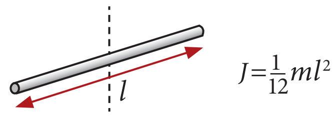
$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2,$$

přitom v je velikost rychlosti pohybu těžiště, m je hmotnost a J je moment setrvačnosti vzhledem k dané ose otáčení procházející těžištěm.

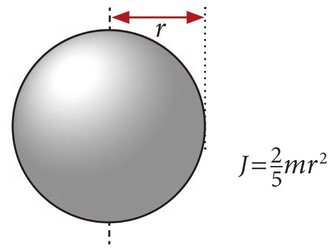
(a) tenká tyč
(vzhledem k ose procházející jejím koncem a kolmé na tyč)



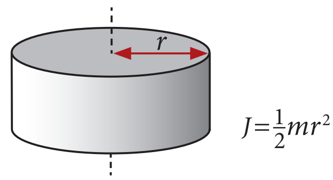
(b) tenká tyč
(vzhledem k ose procházející jejím středem a kolmé na tyč)



(c) koule o poloměru *r*
(vzhledem k ose procházející jejím středem)



(d) válec o poloměru *r*
(vzhledem k ose procházející jeho středem a kolmé na podstavu)



Obrázek 7-15.
Momenty setrvačnosti některých jednoduchých homogenních těles o hmotnosti *m*.

Víte, že…

U setrvačníku objevíme jednu zajímavou vlastnost, bude-li se otáčet nikoliv kolem pevné, ale kolem volné osy. To znamená, že osa jeho rotace nezůstává ve stejné poloze, ale může se pohybovat. K vychýlení osy rotace roztočeného setrvačníku je potřeba mnohem větší síla, než když je v klidu. Proto si osa rotace dobře zachovává svůj směr.

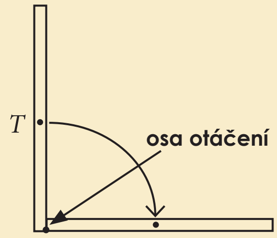
Toho využívá zařízení zvané gyroskop, které se používá se hlavně v letadlech jako umělý horizont, ale také třeba ke stabilizaci družic na oběžné dráze.

Obrázek 7-16. Umělý horizont z letadla. Uvnitř koule, zobrazující umělý horizont, je setrvačník s osou kolmou k zemskému povrchu. Koule samotná je umístěna v závěsech, které umožňují její otáčení do všech stran a napájení elektrickým proudem. Po zapnutí se setrvačník roztočí a udržuje přístroj ve stále stejné poloze vůči zemskému povrchu.

Zákon zachování mechanické energie musí platit i pro tuhá tělesa, počítáme-li s kinetickou energii otáčivého pohybu. Jeho použití ukazuje příklad 7-6.

Příklad 7-6

Suchý strom o výšce 6 m a hmotnosti 130 kg má přibližně tvar homogenní tyče. Strom u země uřízneme a necháme volně spadnout na vodorovnou zem. Jakou rychlostí dopadne na zem špička stromu? Odpor vzduchu zanedbejte.



K vyřešení úlohy použijeme zákon zachování mechanické energie. Využijeme toho, že těžiště můžeme považovat za působiště tíhové síly. Díky tomu můžeme určit změnu gravitační potenciální energie stromu

$$\Delta E_P = mgl/2\,,$$

kde m je hmotnost stromu a $l/2$ je změna výšky těžiště nad zemí (viz obrázek).
Tato energie se bude měnit na kinetickou energii otáčivého pohybu $E_K=\frac{1}{2}J\omega^2$. Těsně před dopadem na zem bude platit

$$\Delta E_P = E_K \quad \Rightarrow \quad \frac{mgl}{2}=\frac{1}{2}J\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2=\frac{mgl}{J}.$$

Zbývá dosadit za moment setrvačnosti tenkou tyče vzhledem k ose procházející jejím koncem $J=\frac{1}{3}ml^2$ a úlovou rychlost vyjádřit pomocí obvodové $\omega=v/l$. Dostaneme

$$\frac{v^2}{l^2}=\frac{3mgl}{ml^2} \quad \Rightarrow \quad v=\sqrt{3gl}=\sqrt{3\cdot 9{,}8\cdot 6}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} \doteq 13\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Špička stromu bude mít těsně před dopadem obvodovou rychlost $13\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Rychle rotující těleso s velkým momentem setrvačnosti může mít značnou kinetickou energii. Takové těleso se nazývá **setrvačník**. Používá se často pro stabilizaci otáček strojů s nepravidelným chodem, jako jsou parní stroje, spalovací motory nebo elektrické generátory. Bohužel setrvačník, který by se dal využít ke „skladování“ většího množství energie, by musel být tak obrovský a otáčet se tak rychle, že jeho výroba není technicky výhodná.

Příklad 7-7

V padesátých letech byly ve Švýcarsku uvedeny do zkušebního provozu městské autobusy poháněné setrvačníkem, tzv gyrobusy. Pohon vozidla zajišťoval setrvačník o hmotnosti 1500 kg, který se roztáčel elektromotorem na frekvenci 3000 ot/min. Předpokládejte, že setrvačník má tvar homogenního válce s poloměrem 1 m.
(a) Kolik energie je „uloženo“ v plně roztočeném setrvačníku?
(b) Na jak dlouhou dobu provozu vystačí tato energie při průměrném příkonu gyrobusu 25 kW?

(a) Stačí vypočítat kinetickou energii setrvačníku podle vztahu $E_K=\frac{1}{2}J\omega^2$. Moment setrvačnosti válce je $J=\frac{1}{2}mr^2$, úhlová rychlost $\omega=2\pi f=2\cdot 3{,}14\cdot(3000/60)\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}=$ $=314\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$. Dohromady

$$E_K=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{4}mr^2\omega^2=\frac{1}{4}1500\cdot 1^2\cdot 314^2\,\mathrm{J}\doteq 37\,\mathrm{MJ}\,.$$

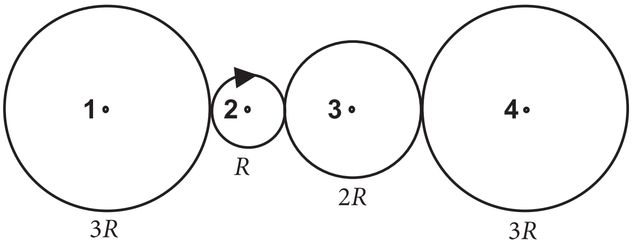
(b) Při průměrném příkonu $P=25\,\mathrm{kW}$ se tato energie spotřebuje za čas

$$t=E_K/P=37\,\mathrm{MJ}/25\,\mathrm{kW}=1480\,\mathrm{s}\doteq 25\,\mathrm{min}.$$

Otázky

1

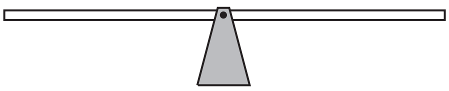
Na obrázku je schéma převodovky se čtyřmi ozubenými koly, která se otáčejí bez prokluzu. Poloměry kol jsou rovněž vyznačeny v obrázku, kolo 2 je poháněno motorem. Vyberte všechna správná tvrzení.



(a) Kola číslo 2 a 4 se otáčejí stejným směrem.
(b) Největší obvodovou rychlost mají body na obvodech kol 1 a 4.
(c) Největší obvodovou rychlost mají body na obvodu kola 2.
(d) Největší úhlovou rychlost mají body na kole 2.
(e) Největší úhlovou rychlost mají body na kolech 1 a 4.
(f) Kolo 2 se otáčí s větší frekvencí než kolo 1.
(g) Kolo 3 se otáčí s větší frekvencí než kolo 2.
(h) Všechna kola se otáčí se stejnou frekvencí.

2

Na obrázku je obyčejná dětská houpačka. Mohou se na této houpačce houpat dvě různě těžké děti? Za jakých podmínek?

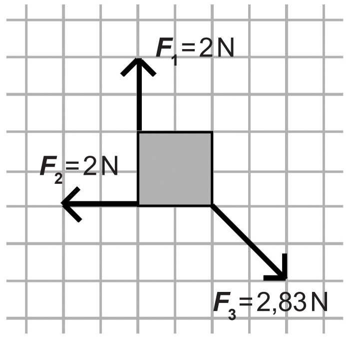


3

(a) Uveďte příklad složeného pohybu (posuvný + otáčivý). Najděte takovou vztažnou soustavu, ve které se tento pohyb jeví jako čistě otáčivý.
(b) Kolik nejméně sil potřebujete k uvedení tělesa do otáčivého pohybu (bez posuvného)? Uveďte konkrétní příklad.

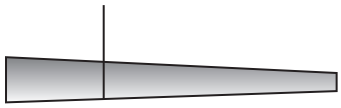
4

Na obrázku je pohled shora na homogenní čtvercovou desku, ležící v klidu na dokonale hladké podložce. Tři síly, jejichž velikosti i směry jsou vyznačeny na obrázku, působí na rohy desky. Určete, jestli se deska začne
(a) otáčet,
(b) posouvat.



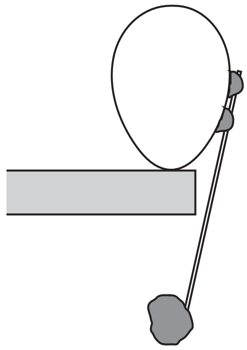
5

Potřebujete rozdělit kládu (viz obrázek) na dva stejně těžké kusy. Petr navrhuje tento postup: zavěsím kládu na lano tak, aby byla vyvážená, a poté ji rozříznu v místě závěsu. Jaký bude výsledek?
(a) Postup je správný, oba kusy budou vážit stejně,
(b) tlustší kus bude těžší,
(c) tenký kus bude těžší.



6

Je možné postavit vajíčko na špičku na desce stolu, aniž by se rozbilo? Stačí vám k tomu špejle a kus plastelíny. Návod na tento trik prozrazuje obrázek vpravo, vaším úkolem je vysvětlit jeho fyzikální princip.



7

Disk, prstenec a koule (viz obrázek) o stejné hmotnosti *m* byly současně volně vypuštěny dolů po nakloněné rovině. V jakém pořadí dorazí tělesa na konec nakloněné roviny? Odporové síly neuvažujte.
(*Návod: Použijte zákon zachování mechanické energie*)

1

(a) Určete úhlovou rychlost otáčení hřídele v autě v základních jednotkách, je-li právě na jeho otáčkoměru údaj 4500 ot/min.
[$\omega = 471\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$]

(b) S jakou frekvencí se otáčí kolo horského kola o poloměru 32 cm, jedete-li právě po silnici rychlostí 25 km·h^{-1}?
[$f = 3{,}46\,\mathrm{Hz}$]

2

(a) Jaká je úhlová rychlost otáčení Země?

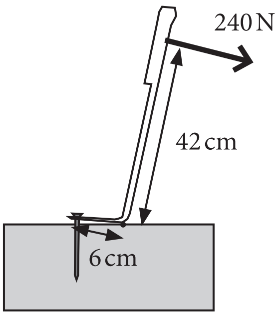
(b) Jakou rychlostí se pohybuje člověk na rovníku vzhledem ke středu Země?

(c) Jakou obvodovou rychlostí se pohybuje člověk v Brně (49° severní šířky) vzhledem ke středu Země?

[$\omega = 7{,}27\cdot 10^{-5}\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $v = 463\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $v = 304\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$]

3

Podle parametrů vytahovače hřebíků na obrázku určete, jakou silou působí jeho spodní část na hřebík, má-li síla ruky velikost 240 N.
[1680 N]



4

Dva muži nesou těžkou kládu o hmotnosti 100 kg dlouhou 5 m. Těžiště klády se nachází 2 metry od těžšího konce.

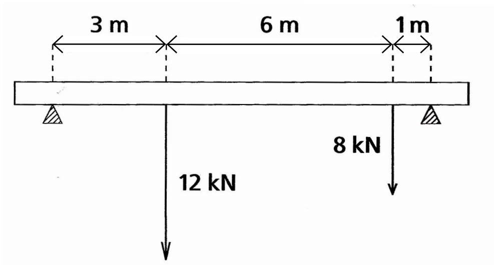
(a) Vypočtěte, jakou silou musí na kládu působit oba muži, nese-li jeden u tlustšího a druhý u tenčího konce.

(b) Jak musí nést kládu, aby oba nesli stejnou zátěž?

[(a) 600 N a 400 N]

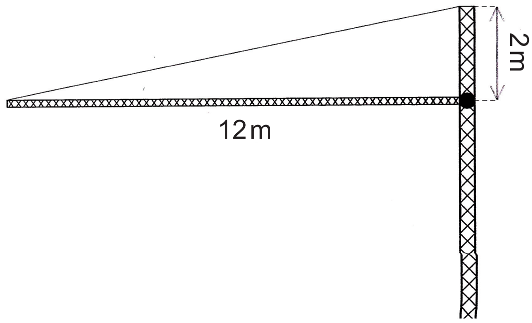
5

Vypočtěte síly, působící na podpěry ocelového nosníku. Hmotnost nosníku je 700 kg. [14,3 N a 12,7 N]



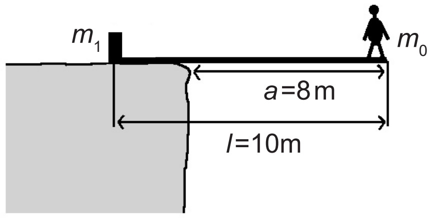
6

Vypočítejte velikost síly, kterou je napínáno lano držící rameno jeřábu. Hmotnost ramene je 700 kg, délka ramene je 12 m. Druhý konec lana je upevněn ve výšce 2 m nad osou ramene. [21 kN]



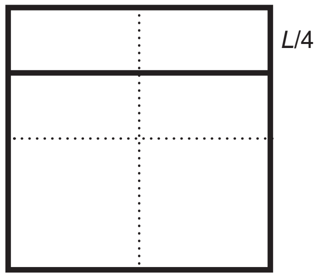
7

Homogenní prkno délky $l = 10\,\mathrm{m}$ o hmotnosti $m = 50\,\mathrm{kg}$ je potřeba položit nad propast s přesahem $a = 8\,\mathrm{m}$. Jak velké protizávaží (m_1) musíme položit na druhý konec prkna, aby až na konec prkna nad propast mohlo dojít dítě o hmotnosti $m_0 = 20\,\mathrm{kg}$? Předpokládáme, že se prkno neprohýbá.
[155 kg]



8

Rám nakreslený na obrázku je svařený z pěti stejných homogenních tyčí délky L. Vypočtěte vzdálenost těžiště rámu od jeho středu.
[$L/20$]

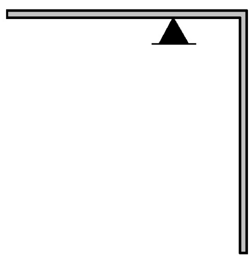


9

Těžiště můžeme určovat pomocí váženého průměru nejen u tuhých těles, ale i soustav těles, která nejsou nijak spojena. Najděte si všechny potřebné údaje a určete polohu těžiště soustavy Země – Měsíc.
[4700 km od středu Země]

10

Tenká kovová tyč délky $L = 120\,\mathrm{cm}$ byla ohnuta uprostřed do pravého úhlu. V jaké vzdálenosti od bodu ohybu je třeba tyč podepřít, aby zůstala v rovnovážné poloze znázorněné na obrázku?
[15 cm]



11

Každý z trojice listů rotoru vrtulníku má délku 5,2 m a hmotnost 240 kg. Rotor se otáčí s frekvencí 350 otáček za minutu.
(a) Určete jeho moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení (list rotoru lze pokládat za tenkou tyč). [$J = 6\,490\ \mathrm{kg \cdot m^2}$]
(b) Kinetickou energii rotoru. [$E_K = 4{,}36\ \mathrm{MJ}$]
(c) Proč potřebuje vrtulník dva rotory?

12

Porovnejte rotační a translační kinetickou energii Země za předpokladu, že je Země homogenní koule. Jak se bude takto získaný výsledek lišit od skutečnosti?
[$E_{ROT} = 2{,}58 \cdot 10^{29}\ \mathrm{J}$, $E_{TRANS} = 1{,}34 \cdot 10^{33}\ \mathrm{J}$]

13

Porovnejte translační a rotační energii plného válce, který se valí bez prokluzu rychlostí o velikosti v.
[$E_{ROT} = 0{,}5 \cdot E_{TRANS}$]

Kapitola 8

Mechanika tekutin

Víte, že…

Tlak vzduchu je jedním z nejdůležitějších meteorologických údajů. Změny tlaku vzduchu totiž souvisí se změnami počasí. Zařízení, které změny tlaku vzduchu registruje, může být velmi jednoduché. Stačí skleněná baňka s jedním uzavřeným a jedním otevřeným koncem naplněná tekutinou (viz obrázek 8-1). Podobná zařízení používali zejména námořníci. Jak z polohy hladiny poznali, že se blíží bouře?

Obrázek 8-1.
Historické provedení nejjednoduššího barometru – skleněné nádoby s jedním uzavřeným a jedním otevřeným koncem naplněné tekutinou.

Cíle

1. **Poznáte dvě důležité charakteristiky tekutin – hustotu a tlak.**
2. **Seznámíte se se základy hydrostatiky, části fyziky zkoumající tekutiny v klidu. Dozvíte se, co je to tlak, jak se vypočítá a měří hydrostatický tlak v kapalině nebo atmosférický tlak. Poznáte Archimédův zákon.**
3. **Seznámíte se se základy hydrodynamiky, která se zabývá pohybem tekutin. Naučíte se používat rovnici kontinuity a Bernoulliovu rovnici.**

8.1. Tekutiny

Tekutinami rozumíme látky, které „tečou". To znamená, že **nemají stálý tvar**, ale přizpůsobují se tvaru nádob, do kterých je umístíme. Patří sem proto jak **kapaliny,** tak **plyny**. Přestože se jedná o dvě odlišná skupenství hmoty, mají mnoho společných vlastností.

Na dvou nejdůležitějších tekutinách – vodě a vzduchu – závisí život na Zemi. Bez poznání a využití jejich mechanických vlastností by také náš dnešní život vypadal docela jinak. Měření tlaku vzduchu nám umožňuje předpovídat počasí, proudící vzduch pohání plachetnice a větrné elektrárny. Díky podrobnému studiu proudění vzduchu můžeme konstruovat letadla. Základní zákony mechaniky tekutin využívají hydraulická zařízení sloužící k přenosu a zvětšování síly například v brzdách automobilu.

8.2. Hustota

Pro každou oblast studovaných jevů používá fyzika určité veličiny. V případě pohybu tuhých těles jsou základními veličinami hmotnost tělesa a síla na ně působící (pro otáčivý pohyb ještě moment síly). Pro popis chování tekutin nejsou tyto veličiny vhodné. Tekutina totiž tvoří jediné spojité těleso, jehož vlastnosti se mohou bod od bodu lišit. Pokud nás zajímá, co se děje „uvnitř" tekutého tělesa a nehledíme přitom až na úroveň atomů a molekul, použijeme **hustotu** a **tlak**.

Hustotu známe jako charakteristiku stejnorodého tělesa. Definujeme ji jako podíl jeho hmotnosti m a objemu V,

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}.}$$

Její jednotkou je $kg \cdot m^{-3}$. Hustota těles, a tedy i tekutiny, se však může spojitě měnit, například hustota vzduchu v atmosféře se zmenšuje s nadmořskou výškou. Uvedený vzorec pak udává **průměrnou hustotu tělesa** nebo jeho části o objemu V. Potřebujeme také definici hustoty pro určité místo tekutiny. Dospějeme k ní tak, že vymezíme kolem tohoto místa jen malý objem ΔV, ve kterém se nachází tekutina o hmotnosti Δm. Přitom objem ΔV můžeme zvolit libovolně malý a dostat tak **hustotu tekutiny v daném bodě** jako $\rho = \Delta m / \Delta V$.

V souvislosti s hustotou připomeňme ze zkušenosti dobře známý rozdíl mezi kapalinou a plynem. Stlačíme-li plyn, jeho hustota se výrazně mění – zvyšuje se. Při rozpínání naopak klesá. Hustota kapaliny je naproti tomu téměř neměnná. Například hustota vody na dně oceánu, kde je obrovský tlak, je téměř stejná jako hustota vody na hladině. Proto můžeme bez problémů používat model **nestlačitelné kapaliny**.

8.3. Tlak

V závěru předchozího odstavce jsme použili slovo „tlak". Nyní si ukážeme, o jakou veličinu jde. Vzpomínáte si na tlakové síly, jimiž na sebe působí tělesa v přímém kontaktu? Například v odstavci 4-6 jsme se seznámili s kolmou tlakovou silou. Pro všechny tlakové síly je typické, že působí podél rozhraní těles a v každém bodě jsou kolmé k tomuto rozhraní. Připomeňme si třeba jednoduchou situaci člověka stojícího na podlaze. Podlaha působí na člověka kolmou tlakovou silou a stejně velkou ale opačně orientovanou silou působí také člověk na podlahu. Obdobná situace je i v tekutině. Tlakovými silami kolmými na rozhraní na sebe navzájem působí nejen stěny či dno nádoby a tekutina, ale i jednotlivé části tekutiny navzájem. Je-li tekutina v klidu, je vzájemné působení mezi částmi kapaliny vždy kolmé k rozhraní. Protože směr působení tlakové síly je vždy určen směrem rozhraní, stačí charakterizovat jeho velikost. V okolí libovolného bodu v tekutině zvolíme malou plochu ΔS, kterou můžeme libovolně zmenšovat. Označme ΔF velikost síly, kterou na sebe působí dvě části kapaliny z obou stran vymezené plochy (viz obrázek 8-2a). Tlak v tomto bodě tekutiny definujeme jako podíl

$$\boxed{p = \frac{\Delta F}{\Delta S}.}$$

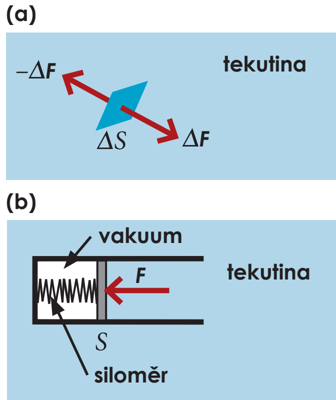
Uvědomme si, že hodnota tlaku nezávisí na velikosti zvolené plochy ΔS, protože při zmenšování plochy se zmenšuje také tlaková síla ΔF. Jednotka tlaku je podle definice $\mathrm{N \cdot m^{-2}}$. Tato jednotka má svůj vlastní název pascal (Pa) podle francouzského matematika, fyzika a filozofa Blaise Pascala. S dalšími jednotkami tlaku se ještě seznámíme později.

Jak můžeme tlak měřit? Jednoduchý model měřiče tlaku ukazuje obrázek 8-2b. Na píst působí z jedné strany tekutina tlakovou silou a z druhé strany pružina. Je-li píst v klidu, musí být obě síly v rovnováze. Velikost tlakové síly můžeme určit ze stlačení pružiny a pomocí plochy pístu S spočítat tlak. V praxi se používají nejrůznější měřiče tlaku neboli **manometry** založené na uvedeném principu rovnováhy sil.

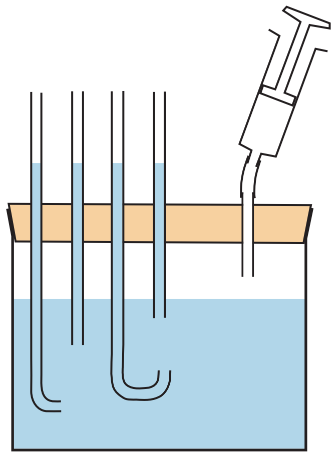
8.4. Pascalův zákon

Poté, co jsme definovali základní veličiny, můžeme podrobněji prozkoumat vlastnosti tekutin. V tomto odstavci si všimneme důležitého zákona, který objevil už výše zmiňovaný Blaise Pascal.

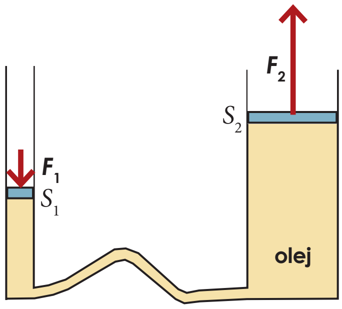
Představme si nádobu s vodou uzavřenou vzduchotěsně zátkou, v níž jsou v různých místech zasunuty trubice různého tvaru (viz obrázek 8-3). Pomocí trubice s pístem můžeme zvětšit tlak vzduchu na hladině vody. Podle výstupu hladiny v trubicích můžeme sledovat, jak se změní tlak v různých místech kapaliny.



Obrázek 8-2.
(a) Definice tlaku.
(b) Princip jednoduchého přístroje na měření tlaku. Přístroj pomocí siloměru měří, jakou silou ΔF působí tekutina na plochu pístu známé velikosti ΔS.

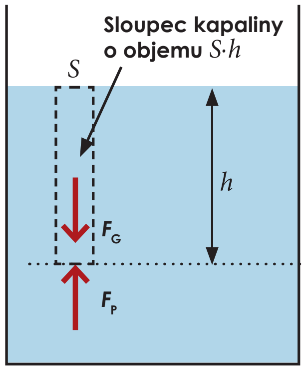


Obrázek 8-3.
Nádoba s vodou je vzduchotěsně uzavřena zátkou, v níž jsou zasunuté trubice. Pomocí další trubičky připojené k pístu můžeme nyní zvětšit tlak vzduchu na hladině vody. Podle Pascalova zákona se tato změna tlaku objeví ve všech místech tekutiny. Voda ve všech trubičkách vystoupí do stejné výšky.

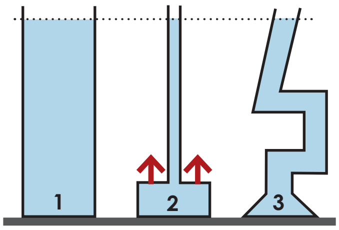


Obrázek 8-4.
Hydraulické zařízení převádí menší sílu F_1 na větší F_2.

Tlakové změny se v daném prostředí šíří rychlostí zvuku. Rychlost zvuku ve vzduchu je za běžných podmínek 330 m·s⁻¹, ve vodě 1500 m·s⁻¹.



Obrázek 8-5.
Hydrostatický tlak v hloubce h je dán tíhou vodního sloupce výšky h.



Obrázek 8-5.
Tlak v kapalině na dně všech nádob je stejný. Přesto působí každá nádoba na podložku jinou silou. Tento zdánlivý paradox se snadno vysvětlí, uvědomíme-li si, že kapalina působí tlakovou silou na všechny stěny nádoby, nejen na její dno. U nádoby číslo 2 jsou vyznačeny tlakové síly, kterými kapalina působí na nádobu směrem nahoru.

Po provedení pokusu zjistíme, že okamžitě po stlačení pístu vystoupí voda ve všech trubicích o stejnou hodnotu. Zobecnění tohoto poznatku je obsahem **Pascalova zákona:**

Působíme-li na tekutinu tlakovou silou, objeví se příslušná změna tlaku ve všech místech tekutiny i na stěnách nádoby, ve které je tekutina uzavřena.

Změna tlaku se v tekutině šíří konečnou rychlostí. Tato rychlost je však zpravidla tak velká vzhledem k rozměrům tekutého tělesa, že změnu tlaku pozorujeme okamžitě ve všech místech tekutiny.

Pomocí Pascalova zákona můžeme snadno vysvětlit princip **hydraulického zařízení**, které se používá k přenosu a zvětšování sil. Setkáme se s ním nejčastěji u automobilových brzd, hydraulického lisu nebo ovládání stavebních strojů. Princip hydraulického zařízení ukazuje obrázek 8-4. Jeho základem jsou dva písty s různými obsahy průřezu S_1 a S_2 spojené pevnou trubicí. Celé zařízení je uzavřeno a je naplněno kapalinou. Na píst s menším obsahem S_1 působíme silou o velikosti F_1, což způsobí přírůstek tlaku $\Delta p = F_1/S_1$. Podle Pascalova zákona se stejná změna tlaku objeví také v místě druhého pístu, na který bude kapalina působit silou o velikosti

$$F_2 = \Delta p S_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

Vidíme, že poměr S_2/S_1 určuje, kolikrát větší (případně menší) je velikost síly F_2 oproti F_1. Zpravidla chceme sílu zvětšovat, proto působíme na užší píst, tak jako na obrázku 8-4. Mohlo by se zdát, že hydraulické zařízeni zvětšuje sílu „zadarmo“, ale není tomu tak. „Cenou“ za zvětšení síly je zmenšení vzdálenosti, o kterou se širší píst posune (objem nestlačitelné kapaliny musí zůstat zachován). Díky tomu je práce síly $\boldsymbol{F_1}$ stejně velká jako práce vykonaná zvětšenou silou $\boldsymbol{F_2}$.

8.5. Hydrostatický tlak

Ponorky, které se ponořují do velkých hloubek oceánu, musí mít pevnou konstrukci odolávající velkým tlakovým silám. Naopak tlak vzduchu klesá s rostoucí nadmořskou výškou. Z podobných zkušeností víme, že tlak v tekutině roste s přibývající hloubkou pod hladinou. Zkusme nyní odpovědět na otázku, kde se tento tlak bere a na čem přesně závisí jeho velikost.

Tlak, který se objevuje v kapalině v klidu umístěné v tíhovém poli, se nazývá **hydrostatický tlak**. Představme si pro jednoduchost takovou situaci, kdy na hladinu kapaliny nepůsobí žádná síla, takže tlak na hladině je nulový. Na kapalinu jako celek bude působit pouze tíhová síla a tlakové síly stěn nádoby. Uvažme nyní, jaké síly budou působit na vzorek kapaliny, který se nachází v pomyslném válci s plochou podstavy S a výškou h (viz obrázek 8-5). Bude na něj působit tíhová síla $F_G = mg = Sh\rho g$, kde je ρ hustota kapaliny a g je velikost tíhového zrychlení (Sh je objem válce). Je-li kapalina v klidu, pak stejně velkou ale opačně orientovanou silou musí na sloupec kapaliny působit okolní kapalina. Musí se jednat o tlakovou sílu $\boldsymbol{F_P}$, která působí na spodní podstavu válce o ploše S, neboť síly působící zboku se vyruší. Velikost této síly můžeme zapsat pomocí tlaku jako $F_P = pS$. Porovnáním velikostí obou sil dostaneme

$$F_G = F_P \quad => \quad Sh\rho g = pS \quad => \quad p = h\rho g.$$

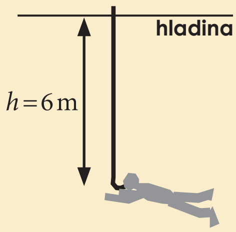
Vidíme, že hydrostatický tlak závisí jen na hloubce pod hladinou, hustotě kapaliny a tíhovém zrychlení. Nezávisí na tvaru nádoby, jak ukazuje obrázek 8-5.

Při odvození vztahu pro hydrostatický tlak jsme uvažovali, že tlak na hladině kapaliny je nulový. Změníme-li tlak na hladině na hodnotu p_0, potom podle Pascalova zákona se tato změna projeví ve všech místech kapaliny, proto pro **celkový tlak v hloubce** h pod hladinou kapaliny bude platit

$$\boxed{p = p_0 + h\rho g.}$$

Příklad 8-1

Potápěč-kutil předpokládá, že když dobře funguje sací trubice dlouhá 20 cm, bude fungovat i trubice dlouhá 6 m, se kterou by se mohl potápět do větší hloubky.
Vypočtěte, jaký je rozdíl Δp mezi tlakem v jeho plicích při přiložení trubice k ústům a tlakem okolní vody, potopí-li se do hloubky $h = 6\,\mathrm{m}$ (viz obrázek). Jaké nebezpečí mu hrozí?



Celkový tlak v hloubce h pod hladinou vody je $p = p_0 + h\rho g$. Tělo potápěče se působením tohoto tlaku mírně smrští tak, aby se tlak v těle vyrovnal s okolím. Když potápěč přiloží trubici k ústům, tlak v jeho plicích poklesne na hodnotu p_0, která je na hladině. Dosadíme-li hustotu vody $\rho = 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ a $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ dostaneme, že rozdíl tlaku v plicích a tlakem okolní vody je

$$\Delta p = h\rho g = 6\,\mathrm{m} \cdot 1000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \doteq 60\,\mathrm{kPa}.$$

Důsledkem takového rozdílu tlaku je *selhání plic* způsobené tím, že do nich vnikne krev, jež má výrazně větší tlak než vzduch v plicích. *Tento pokus proto nezkoušejte!*

8.6. Atmosférický tlak

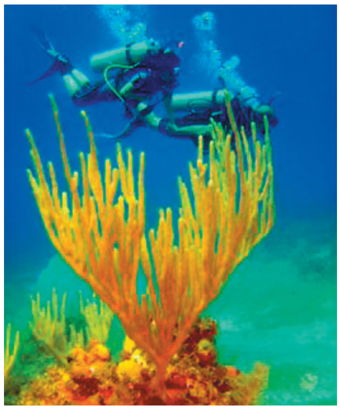
Zemská atmosféra dosahuje do výšky několika stovek kilometrů nad povrch Země. Tvoří plynné těleso umístěné v tíhovém poli, a proto je na místě očekávat, že pod „hladinou" této tekutiny bude značný tlak, podobně jako pod hladinou moře. Tento tlak vzduchu v atmosféře se nazývá **atmosférický tlak**. Jeho hodnotu nemůžeme jednoduše vypočítat podle vztahu pro hydrostatický tlak $p = h\rho g$, protože jak hustota vzduchu, tak velikost gravitačního zrychlení se s výškou nad povrchem Země zmenšují. Proto se raději zaměříme na to, jak hodnotu atmosférického tlaku změřit.

Jako prvnímu se povedlo změřit atmosférický tlak Italovi **Janu Evangelistovi Torricellimu** v roce 1643. Torricelli vlastně sestrojil první **rtuťový barometr**, přístroj k měření atmosférického tlaku. Je to alespoň 80 cm dlouhá skleněná, z jedné strany uzavřená trubice, kterou po naplnění rtutí obrátíme do otevřené nádoby se rtutí (viz obrázek 8-8). Hladina rtuti v trubici klesne a ustálí se ve výšce h nad volnou hladinou v nádobě. V horní uzavřené části trubice nad hladinou rtuti není vzduch, ale pouze páry rtuti, jejichž tlak je za pokojové teploty tak malý, že jej můžeme zanedbat. Prostor, kde je zanedbatelně malý tlak, se nazývá **vakuum**.

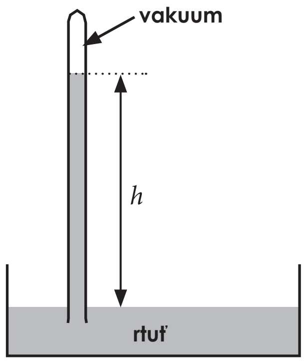
Atmosférický tlak p_A určíme ze změřené výšky h rtuťového sloupce. V dolní části trubice nacházející se v hloubce h pod horní hladinou rtuti (kde je tlak nulový) je hydrostatický tlak $h\rho g$, kde $\rho = 13\,546\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ je hustota rtuti. Toto místo je

Víte, že…

Vážné nebezpečí hrozí potápěčům také při vynořování. Stoupá-li potápěč k hladině příliš rychle, bez dodržení bezpečnostních přestávek a bez vydechování, může ho smrtelně ohrozit tzv. dekompresní nemoc. Tlak v jeho těle se při vynořování rychle zmenšuje, díky tomu se plyn rozpuštěný v krvi a tkáních může uvolnit a vytvořit malé bublinky. V srdci nebo v mozku může vzduchová bublinka způsobit nebezpečnou embolii – ucpání cévy.



Obrázek 8-7.
Při potápění můžete obdivovat krásy podmořského života. Ale neznalost fyzikálních zákonů vás může stát život.



Obrázek 8-8.
Torricelliho pokus.

Pro pokles atmosférického tlaku s nadmořskou výškou h se dá odvodit přibližný vztah

$$p_A = p_0 e^{-\frac{\rho_0 h g}{p_0}},$$

kde p_0 je tlak v nulové výšce a ρ_0 hustota vzduchu v nulové výšce, $e = 2{,}718$ je Eulerovo číslo (matematická konstanta). Pro přibližný výpočet můžeme dosazovat hodnoty

$p_0 = 100\,\text{kPa}$ a $\rho_0 = 1{,}3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Pro některé známé vrcholy dostaneme tyto hodnoty tlaku:

Petřín - 324 m	96 kPa
Sněžka - 1602 m	81 kPa
Mt. Blanc - 4807 m	62 kPa
Mt. Everest - 8848 m	32 kPa

zároveň na úrovni volné hladiny rtuti v nádobě, kde je pouze vnější – atmosférický tlak p_A. Proto platí $p_A = h\rho g$.

V nevelké nadmořské výšce změříme hodnotu h kolem 75 cm a tedy atmosférický tlak je přibližně

$$p_A = h\rho g = 0{,}75\,\text{m} \cdot 13\,546\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2} \doteq 10^5\,\text{Pa} = 100\,\text{kPa}.$$

Jak jsme již uvedli, **atmosférický tlak silně závisí** na vzdálenosti od povrchu Země, tedy **na nadmořské výšce** h. Už v nadmořské výšce kolem 5500 m je tlak vzduchu poloviční oproti tlaku na hladině moře. Několik příkladů a přibližný vztah pro závislost atmosférického tlaku na nadmořské výšce najdete v poznámce vlevo.

Zemská atmosféra není úplně pravidelná a nehybná vrstva vzduchu, proto se tlak vzduchu mírně mění také v závislosti na zeměpisné poloze a na čase. Změříme-li tlak vzduchu ve stejné nadmořské výšce ale na různých místech zemského povrchu, zjistíme, že hodnoty se od sebe o něco liší. Právě toto **horizontální rozložení tlaku** určuje charakter počasí, proto se podrobně studuje v meteorologii. My se jím nebudeme podrobněji zabývat.

Z praktických důvodů byla dohodnuta určitá hodnota tlaku, která se označuje jako **normální atmosférický tlak** $p_N = 101{,}325\,\text{kPa}$. Tato hodnota odpovídá ve rtuťovém barometru při teplotě 0 °C výšce rtuťového sloupce $h = 760\,\text{mm}$. Z této dohody vychází také další používané jednotky tlaku atmosféra a torr:

$$1\,\text{atm} = 101{,}325\,\text{kPa} = 760\,\text{torr}.$$

Příklad 8-2

Jak dlouhou trubici budeme potřebovat, chceme-li sestrojit barometr (viz obrázek 8-8) naplněný místo rtuti vodou? Jak vysoký vodní sloupec h by odpovídal tlaku 1 atm? Hustota vody je $\rho = 1000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

V tomto barometru porovnáváme atmosférický tlak s hydrostatickým tlakem vodního sloupce, proto

$$p_A = h\rho g \;\Rightarrow\; h = \frac{p_A}{\rho g}.$$

Dosadíme-li tlak $p_A = 1\,\text{atm} = 101{,}325\,\text{kPa}$, dostaneme

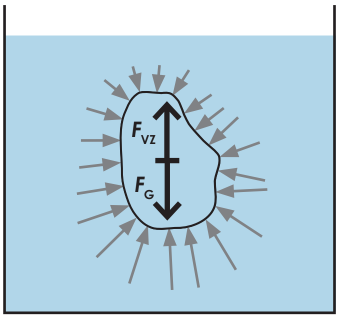
$$h = \frac{101{,}325\,\text{kPa}}{1000\,\text{kg}^{-3}\cdot 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}} \doteq 10{,}3\,\text{m}.$$

Tlaku jedné atmosféry odpovídá hydrostatický tlak přibližně desetimetrového sloupce vody. Trubice proto musí mít alespoň deset metrů.

8.7. Vztlaková síla

Ze zkušenosti dobře víme, že každé těleso ponořené do tekutiny je nadlehčováno. Řečeno jazykem fyziky – působí na něj síla svisle vzhůru (proti směru tíhové síly), která se nazývá **vztlaková síla**. Díky vztlakové síle člověk ve vodě může plavat, lodě zůstávají na hladině a vzducholodě mohou vzlétnout.

Odvodit vztah pro velikost vztlakové síly nebude obtížné. Představme si, že pod vodní hladinu umístíme velmi tenký pytlík se zanedbatelnou hmotností naplněný vodou (viz obrázek 8-9). Pytlík nám slouží vlastně jen k ohraničení tělesa tvořeného vodou. Toto těleso je pod hladinou ve statické rovnováze, nestoupá ani neklesá. To znamená, že výsledná působící síla musí být nulová. Ovšem na



Obrázek 8-9.
Pytlík s vodou je ve statické rovnováze, tíhová a vztlaková síla se vyruší.
Vztlaková síla je způsobena vzrůstem tlaku s hloubkou. Šipky představují elementární tlakové síly, působící na těleso. Jejich výslednice směřuje vzhůru.

vodu v pytlíku působí tíhová síla $\boldsymbol{F}_G$, proto na ni okolní voda musí působit stejně velkou ale opačně orientovanou vztlakovou silou $\boldsymbol{F}_{VZ}$. Vztlaková síla v kapalině vzniká jako důsledek toho, že hydrostatický tlak roste s hloubkou. Elementární tlakové síly působící na spodní část tělesa jsou větší než na vrchní část a součtem všech těchto sil je výsledná vztlaková síla (viz obrázek 8-9). Porovnáním velikostí tíhové a vztlakové síly dostaneme

$$F_{VZ} = F_G \quad \Rightarrow \quad F_{VZ} = mg = V\rho_K g,$$

kde m je hmotnost kapaliny v pytlíku, V jeho objem a ρ_K hustota vody.

Když pytlík s vodou nahradíme tělesem stejného tvaru s větší hustotou, například kamenem, rozložení tlaku v kapalině se nezmění. Vztlaková síla zůstane stejná. Kámen bude klesat jen díky tomu, že na něj působí větší tíhová síla. Obrácená situace nastane, nahradíme-li pytlík s vodou tělesem s menší hustotou než je hustota kapaliny, například dřevem. Vztlaková síla je stále stejná, ale tíhová síla se zmenší, proto se dřevo bude pohybovat vzhůru. Všechny tři možnosti shrnuje obrázek 8-10. Když dřevěné těleso vystoupá k hladině, část se ho vynoří a nastane opět rovnováha sil. **Vztlaková síla** totiž **působí jen na ponořenou část tělesa**.

Nyní můžeme shrnout naše úvahy a vyslovit **Archimédův zákon:** Na těleso ponořené do tekutiny působí vztlaková síla o velikosti

$$\boxed{F_{VZ} = V\rho_K g,}$$

kde V je objem ponořené části tělesa, ρ_K je hustota tekutiny a g je velikost tíhového zrychlení.

Příklad 8-3

Horkovzdušný balón má objem $V = 3\,000\,\text{m}^3$. Hmotnost samotného balónu včetně konstrukce a koše je $m_B = 320\,\text{kg}$. Při průměrné teplotě vzduchu uvnitř balónu 70 °C je hustota vzduchu $\rho_{70} = 1{,}023\,\text{kg·m}^{-3}$. Vypočtěte nosnost balónu, tj. jakou hmotnost ještě unese
(a) v létě při teplotě 20 °C, kdy je hustota okolního vzduchu $\rho_{20} = 1{,}204\,\text{kg·m}^{-3}$,
(b) v zimě při teplotě 0 °C, kdy je hustota okolního vzduchu $\rho_0 = 1{,}295\,\text{kg·m}^{-3}$.

Na náklad hmotnosti m plus balón o hmotnosti m_B plus vzduch uvnitř balónu o hmotnosti $m_V = V\rho_{70}$ působí tíhová síla o velikosti

$$F_G = (m + m_B + m_V)g = (m + m_B + V\rho_{70})g.$$

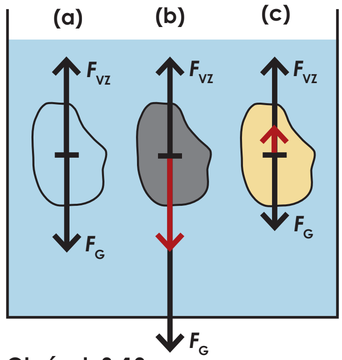
Vztlaková síla má velikost $F_{VZ} = V\rho g$, kde ρ je hustota okolního vzduchu. Objem nákladu můžeme vzhledem k objemu celého balónu zanedbat.
Aby se balón udržel ve vzduchu (nezačal klesat), musí být obě síly stejně velké, tedy

$$F_G = F_{VZ} \quad \Rightarrow \quad (m + m_B + V\rho_{70})g = V\rho g \quad \Rightarrow \quad m + m_B + V\rho_{70} = V\rho \quad \Rightarrow \quad m = V(\rho - \rho_{70}) - m_B.$$

Dostali jsme obecný výsledek a můžeme dosadit číselné hodnoty:

(a) léto: $\rho_{20} = 1{,}204\,\text{kg·m}^{-3} \quad \Rightarrow \quad m = 3000\,\text{m}^3 \cdot (1{,}204 - 1{,}023)\,\text{kg·m}^{-3} - 320\,\text{kg} \doteq 223\,\text{kg},$
(b) zima: $\rho_0 = 1{,}295\,\text{kg·m}^{-3} \quad \Rightarrow \quad m = 3000\,\text{m}^3 \cdot (1{,}295 - 1{,}023)\,\text{kg·m}^{-3} - 320\,\text{kg} \doteq 496\,\text{kg}.$

V létě by tedy balón unesl přibližně tři osoby. Nosnost balónu v zimě při teplotě okolí 0 °C nám vyšla přibližně dvojnásobná. Ve skutečnosti by byl rozdíl o něco menší, neboť vzduch v balónu bude chladnout během styku s okolím.



Obrázek 8-10.
Vztlaková a tíhová síla určují výslednou sílu, která působí na ponořené těleso.
(a) Pytlík s vodou se vznáší,
(b) kámen klesá,
(c) dřevo stoupá.

Víte, že…

Vztlakové síly ve vzduchu využívají balóny a vzducholodě. Aby balón vzlétl, musí být jeho průměrná hustota včetně konstrukce a nákladu menší než hustota okolního vzduchu. Toho se dosahuje buď použitím plynů lehčích než vzduch (vodík, helium) nebo snížením hustoty samotného vzduchu jeho ohřátím.

Obrázek 8-11. První pilotovaný let balónem uskutečnili bratři Montgolfiérové v Paříži 21. listopadu 1783. Jejich horkovzdušný balón byl vyroben z papíru. První let trval 25 minut a balón při něm vystoupal do výšky přes 100 m nad Paříž.

8.8. Proudění tekutin

Studium proudění tekutin je velmi důležité v mnoha oborech, například v letectví nebo při konstrukci lodí a automobilů. Energii proudící tekutiny využívají vodní a větrné elektrárny. Proudění vzduchu v atmosféře je zase rozhodující pro studium podnebí a počasí. Podle druhu proudící tekutiny rozlišujeme **hydrodynamiku**, zkoumající proudění kapalin a **aerodynamiku**, specializovanou na proudění plynů.

Podíváme-li se na proudění vody v peřejích nebo proudění vzduchu při silném větru, uvědomíme si, že pohyb tekutiny je velmi složitý oproti pohybu hmotného bodu nebo tuhého tělesa. Jednotlivé částice tekutiny se totiž mohou pohybovat různými rychlostmi, mezi nimiž jen výjimečně najdeme nějaký jednoduchý vztah, jako tomu bylo například u otáčivého pohybu tuhého tělesa. Problémy týkající se pohybu **reálných tekutin** jsou proto často velmi obtížně řešitelné. Základní principy hydrodynamiky však můžeme pochopit, použijeme-li jednoduchý model tzv. **ideální kapaliny** a omezíme-li se jen na **ustálené laminární proudění**.

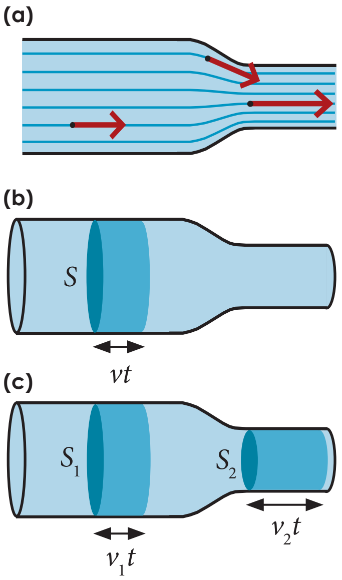
Při studiu pohybu těles ve vzduchu (viz kapitola 4) jsme používali vztah pro odporovou sílu

$$F_{\mathrm{ODP}}=\frac{1}{2}C\rho S v^2.$$

Tato síla vzniká při turbulentním proudění tekutiny (vzduchu) okolo tělesa. Vztah je možné získat jen experimentálně, protože teoretický popis turbulentního proudění je velmi složitý.

Ideální kapalina je **nestlačitelná** a **bez vnitřního tření**. Vnitřní tření neboli viskozita určuje tekutost kapaliny a je vytvářena působením odporových sil mezi jednotlivými částmi kapaliny. Například olej se nám zdá „hustší“ než voda. Správně ale musíme říci „méně tekutý“ nebo „viskóznější“, protože hustota oleje je menší než hustota vody. Viskozita kapaliny je analogická smykovému tření u tuhých těles: při proudění viskózní tekutiny se mechanická energie přeměňuje na vnitřní energii (tekutina se zahřívá), zatímco při proudění ideální kapaliny se její mechanická energie zachovává.

Proudění tekutiny můžeme graficky znázornit pomocí **proudnic**. Jsou to čáry, které v každém místě ukazují směr rychlosti proudících částic (viz obrázek 8-12a). Je-li rychlost částic v každém místě proudící tekutiny v čase neproměnná, mají proudnice stále stejný tvar. Takové proudění nazýváme **ustálené** (stacionární). V případě ustáleného proudění proudnice splývají s trajektoriemi částic.



Obrázek 8-12.
Ustálené laminární proudění ideální kapaliny trubicí.
(a) Řez trubicí. Proudnice ukazují v každém bodě směr rychlosti částic kapaliny.
(b) Objemový průtok trubicí můžeme určit pomocí rychlosti proudění, je-li stejně velká a kolmá na vybraný průřez ve všech jeho bodech.
(c) Objemový průtok je ve všech částech trubice stejný. Proto se v části s menším průřezem zvedá rychlost proudění.

Poslední omezení souvisí s rychlostí proudění. Při relativně malých rychlostech proudící tekutiny (záleží též na její hustotě a viskozitě) mají proudnice jednoduchý tvar, v každém bodě můžeme určit rychlost proudících částic. Takové proudění se nazývá **laminární**. Při překročení určité rychlosti přechází laminární proudění v **turbulentní**, proudnice se navzájem promíchávají a částice kapaliny vykonávají při proudění kromě posouvání i složitý vlastní pohyb, který vede ke vzniku vírů. Například pomalé proudění vody ve středu klidného toku je blízké laminárnímu, zatímco v peřejích je proudění turbulentní.

Podívejme se nyní na konkrétní příklad ustáleného laminárního proudění vody v trubici podle obrázku 8-12. Může se jednat třeba o vodovodní potrubí. V takových případech často potřebujeme vědět, kolik kapaliny potrubím proteklo za určitý čas (třeba proto, aby nám mohla vodárenská společnost vystavit účet za spotřebovanou vodu). K tomu využíváme veličinu zvanou **objemový průtok** Q_V. Definujeme ji vztahem

$$\boxed{Q_V=\frac{\Delta V}{\Delta t},}$$

kde ΔV je objem kapaliny, který proteče průřezem trubice za dobu Δt. Jednotkou objemového průtoku je $m^3{\cdot}s^{-1}$.

Je-li možné najít v trubici takový průřez, že ve všech jeho bodech je rychlost proudění stejně velká a kolmá na plochu průřezu, můžeme objemový průtok vyjádřit také pomocí velikosti rychlosti proudění v a plochy průřezu S. To je splněno například v rovné části trubice na obrázku 8-12b. Za dobu t se částice kapaliny posunou od průřezu o ploše S o vzdálenost $d=vt$. Průřezem trubice tedy proteče objem $V=Sd=Svt$. Objemový průtok je tím pádem $Q_V=Sv$.

Jelikož uvažujeme proudění nestlačitelné kapaliny, musí být průtok stejný ve všech částech trubice. Situace je znázorněna na obrázku 8-12c. Tuto skutečnost můžeme zapsat jednoduše jako

$$\boxed{Q_V=Sv=\text{konst.}}$$

Zapsaný vztah se nazývá **rovnice kontinuity** proudění. Z rovnice plyne, že rychlost kapaliny je větší v užších místech trubice a naopak.

Příklad 8-4

Objemový průtok je nepostradatelnou veličinou v hydrologii. Můžeme pomocí něj například porovnávat mohutnost různých řek. Několik příkladů průměrného ročního průtoku ukazuje tabulka 8-13. Využijte údaje v tabulce k vyřešení následujících úkolů.
(a) Největší přehradní jezero v České republice co do množství zadržované vody je Orlická přehrada s objemem $720\cdot10^6\,\text{m}^3$. Vypočtěte, za jak dlouhou dobu by řeka Amazonka naplnila celou Orlickou přehradu.
(b) Na řece Jang-C-Tiang v Číně v místě zvaném Tři soutěsky byla postavena přehrada s nejvýkonnější hydroelektrárnou světa. Vypočítejte průměrný výkon hydroelektrárny, jestliže rozdíl hladin, mezi kterými elektrárna pracuje, je 113 m a účinnost přeměny mechanické energie na elektrickou je 90 %.

(a) Označíme-li průtok řeky Q_V a objem přehradní nádrže V, pak čas napouštění t dostaneme jednoduše z definice průtoku

$$t=\frac{V}{Q_V}=\frac{720\cdot10^6\,\text{m}^3}{220\,000\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}}\doteq3273\,\text{s}\doteq55\,\text{min}.$$

(b) Ze známého průtoku $Q_V=10\,000\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ můžeme spočítat hmotnost m vody, která proteče elektrárnou za čas t. Platí $m=\rho V=\rho Q_V t$, kde $\rho=1000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ je hustota vody. Při poklesu výšky o $h=113\,\text{m}$ se zmenší gravitační potenciální energie vody o $\Delta E=mgh$. Elektrárna přeměňuje tíhovou potenciální energii vody na elektrickou s účinností 90 %. Proto průměrný výkon elektrárny bude

$$P=0{,}9\cdot\frac{\Delta E}{t}=0{,}9\cdot\frac{mgh}{t}=0{,}9\cdot\frac{\rho Q_V tgh}{t}=0{,}9\rho Q_V gh.$$

$$P=0{,}9\cdot10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\cdot10^4\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}\cdot9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}\cdot113\,\text{m}\doteq10\cdot10^9\,\text{W}=10\,000\,\text{MW}.$$

Pro srovnání: výkon jaderné elektrárny Dukovany je 1760 MW.

Příklad 8-5

Obsah průřezu aorty dospělého člověka v klidu je $S_0=3\,\text{cm}^2$ a rychlost, jakou jí prochází krev, má velikost $v_0=30\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$. Typická vlásečnice (nejtenčí céva v těle) má přibližně kruhový průřez o průměru $d=6\,\mu\text{m}$. Rychlost proudění krve ve vlásečnici je asi $v=0{,}05\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$. Kolik má přibližně člověk vlásečnic?

Tabulka 8-13. Průměrný roční průtok některých řek.

Amazonka (ústí)	$220\,000\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
Kongo (ústí)	$42\,000\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
Jang-C-Tiang (ústí)	$32\,000\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
Jang-C-Tiang (Tři soutěsky)	asi $10\,000\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
Dunaj (ústí)	$6\,500\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
Labe (ústí)	$700\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$
Labe (Hřensko)	$300\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$

Víte, že…

Průtok řek se stává velmi sledovanou veličinou také při povodních. Zatímco normální průtok Vltavy v Praze je $150\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$, ve středu 14. srpna 2002 dosáhl rekordní hodnoty $5\,500\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.

Obrázek 8-14. Stoletá voda na Vltavě v roce 2002 v Praze Lahovicích.

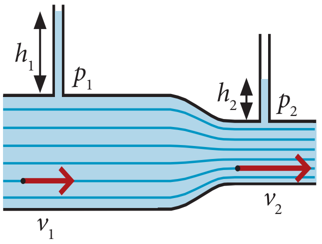
Průtok krve vlásečnicemi musí být stejný jako průtok aortou, což vyjádříme pomocí rovnice kontinuity

$$S_0 v_0 = nSv,$$

kde $S=\pi r^2=\pi d^2/4=\pi\cdot(6\cdot10^{-4}\,\mathrm{cm})^2/4=3\cdot10^{-7}\,\mathrm{cm}^2$ je obsah průřezu vlásečnice a n je hledaný počet vlásečnic. Dostaneme

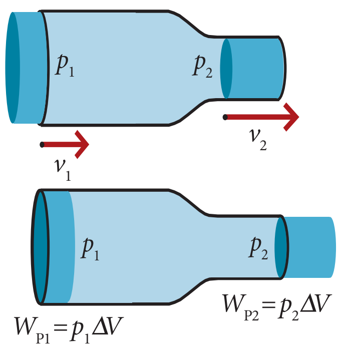
$$n=\frac{S_0 v_0}{Sv}=\frac{3\,\mathrm{cm}^2\cdot 30\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}}{3\cdot10^{-7}\,\mathrm{cm}^2\cdot 0{,}05\,\mathrm{cm\cdot s^{-1}}}=6\cdot10^9.$$

Počet vlásečnic v těle člověka je asi $6\cdot10^9$.



Obrázek 8-15.
Tlak v kapalině měříme pomocí výšky sloupce h v připojené svislé trubici. Platí

$$p_1=h_1\rho g,\ \ p_2=h_2\rho g.$$



Obrázek 8-16.
Ustálené laminární proudění ideální kapaliny trubicí. Aby se objem kapaliny ΔV dostal do trubice, musí se vlevo vykonat práce $W_{P1}=p_1\Delta V$. Zároveň kapalina vpravo vykoná práci $W_{P2}=p_2\Delta V$.

8.9. Bernoulliova rovnice

Pokračujme ještě ve studiu proudění kapaliny v trubici podle obrázku 8-12. Změříme-li **tlak** kapaliny v různých místech, zjistíme, že **je menší v užší části, kde kapalina proudí větší rychlostí**. Tlak kapaliny můžeme měřit například pomocí výšky sloupce v připojené svislé trubici (viz obrázek 8-15). Proč je tlak menší při vyšší rychlosti proudění? Abychom dokázali odpovědět, podívejme se na proudění kapaliny z hlediska **zákona zachování mechanické energie**.

Mění-li se v trubici velikost rychlosti proudící kapaliny, mění se také její kinetická energie. Ve zúžené části má tedy kapalina větší kinetickou energii. Podle zákona zachování mechanické energie, který pro ideální kapalinu platí, musí být celkový součet kinetické a potenciální energie konstantní. To znamená, že kinetická energie proudící kapaliny roste na úkor její potenciální energie. Trubice je vodorovná, takže se nejedná o gravitační potenciální energii a kapalina je nestlačitelná, takže nemůže jít ani o energii pružnosti. Setkáváme se tu s novým druhem potenciální energie, kterou můžeme označit jako **tlaková potenciální energie**.

Tuto energii můžeme určit z mechanické práce vykonané tlakovou silou o velikosti F, která posune tekutinu v trubici o vzdálenost Δx ve směru svého působení. Sílu totiž můžeme zapsat pomocí tlaku jako $F=pS$ a pro práci tak dostaneme $W_P=F\Delta x=pS\Delta x=p\Delta V$. Nyní tento vztah aplikujeme na proudění kapaliny trubicí podle obrázku 8-16. Abychom kapalinu do trubice „natlačili“, musíme vykonat práci $W_{P1}=p_1\Delta V$. V pravé části ovšem kapalina vykoná práci $W_{P2}=p_2\Delta V$. Celková práce, kterou tlakové síly vykonaly při protečení kapaliny o objemu ΔV trubicí, je proto

$$W_P=p_1\Delta V-p_2\Delta V=(p_1-p_2)\Delta V.$$

To znamená, že tlaková potenciální energie části kapaliny o objemu ΔV klesla o $\Delta E_p=W_P=(p_1-p_2)\Delta V$. Zároveň se zvětšila kinetická energie kapaliny. Hmotnost objemu ΔV kapaliny o hustotě ρ je $\Delta m=\rho\Delta V$, proto

$$\Delta E_K=\tfrac{1}{2}\Delta m v_2^2-\tfrac{1}{2}\Delta m v_1^2=\tfrac{1}{2}\Delta m(v_2^2-v_1^2)=\tfrac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2-v_1^2).$$

Porovnáním $\Delta E_P=\Delta E_K$ dostaneme

$$\tfrac{1}{2}\rho\Delta V(v_2^2-v_1^2)=(p_1-p_2)\Delta V,$$

což po vydělení ΔV, roznásobení a přeskupení členů dává

$$\tfrac{1}{2}\rho v_1^2+p_1=\tfrac{1}{2}\rho v_2^2+p_2.$$

Získali jsme rovnici, která vyjadřuje zákon **zachování mechanické energie kapaliny proudící ve vodorovné trubici** a zároveň ukazuje hledanou **souvislost rychlosti proudění a tlaku** v kapalině. Tento vztah se nazývá **Bernoulliova rovnice**, podle italského fyzika Daniela Bernoulliho. Výraz $\frac{1}{2}\rho v^2$ odpovídá kinetické energii jednotkového objemu kapaliny a p jeho tlakové potenciální energii.

Na základě uvedeného rozboru můžeme jednoduše rozšířit platnost rovnice i na situace, kdy kapalina při proudění stoupá nebo klesá v tíhovém poli Země. Tíhová potenciální energie kapaliny o objemu ΔV je $\Delta E_p = \Delta mgh = \Delta V \rho gh$ (h je výška v tíhovém poli, g je velikost tíhového zrychlení). Vydělením ΔV dostaneme tíhovou potenciální energii jednotkového objemu kapaliny $\Delta E_p / \Delta V = \rho gh$. Tento výraz je třeba přičíst k celkové mechanické energii. Celkem tak dostaneme **obecný tvar Bernoulliovy rovnice**

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho gh = \text{konst.}}$$

Můžeme se snadno přesvědčit, že rovnice platí i pro kapalinu v klidu. Bude-li rychlost proudění nulová, dostaneme $p + \rho gh = \text{konst.}$ Porovnáme-li dvě místa kapaliny o různých výškách h_1 a h_2, bude platit

$$p_1 + \rho gh_1 = p_2 + \rho gh_2 \quad \Rightarrow \quad p_1 - p_2 = \rho gh_2 - \rho gh_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta p = \rho g \Delta h.$$

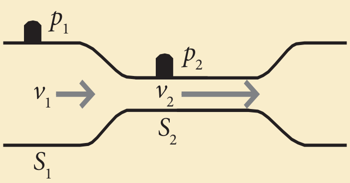
To přesně odpovídá vztahu pro hydrostatický tlak v kapalině.

Na závěr dodejme, že hlavní důsledek Bernoulliovy rovnice, totiž že větší rychlost proudění znamená menší tlak, platí kvalitativně i při turbulentním proudění. S jeho projevy se můžeme setkat v řadě situací. Například hladina moře se při silném větru vzdouvá díky poklesu tlaku proudícího vzduchu. Člun plující po řece je tlačen do místa nejrychlejšího proudu.

Bernoulliovu rovnici využívá také tzv. Venturiho trubice, jejíž princip objasňuje příklad 8-6. Používá se k měření rychlosti proudící kapaliny a tedy i průtoku na základě poklesu tlaku ve zúženém místě. Proudí-li kapalina trubicí dostatečně velkou rychlostí, může tlak klesnout pod hodnotu atmosférického tlaku a trubice začne nasávat vzduch. Na tomto principu je založena vodní vývěva.

Příklad 8-6

Venturiho průtokoměr je tvořen trubicí se zúžením z průřezu obsahu $S_1 = 4{,}0\,\text{cm}^2$ na $S_2 = 1{,}0\,\text{cm}^2$. V užší i širší části jsou tlaková čidla měřící tlaky p_1 a p_2 (viz obrázek). Trubicí proudí benzín o hustotě $\rho = 740\,\text{kg·m}^{-3}$.



(a) Najděte obecný vzorec pro výpočet objemového průtoku Q_V trubicí na základě znalosti rozdílu tlaků z tlakových čidel $\Delta p = p_1 - p_2$, obsahů S_1, S_2 a hustoty kapaliny ρ.
(b) Vypočtěte průtok pro hodnotu $\Delta p = 8\,660\,\text{Pa}$.
(c) Za jak dlouhou proteče trubicí při daném průtoku 40 l benzínu?

(a) Bernoulliovu rovnici pro tok vodorovnou trubicí (bez členu ρgh) zapíšeme ve tvaru

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2.$$

V rovnici vystupují rychlosti proudění kapaliny v_1 a v_2, které neznáme. Proto použije-

Víte, že…

Všechny dopravní prostředky musí překonávat odporovou sílu vznikající při proudění vzduchu kolem nich. Odporová síla působí vždy proti směru jejich pohybu a brzdí je. V poněkud jiné situaci je letadlo.

Křídlo letadla má takový tvar, že při jeho obtékání vzduchem vzniká kromě odporové síly ještě aerodynamická vztlaková síla, která působí přibližně kolmo na směr letu. Motory letadla tak při vodorovném letu pouze překonávají odporovou sílu, zatímco vztlak na křídlech musí vyrovnat tíhu letadla (viz obrázek).

Obrázek 8-17. Takto můžete vidět křídlo letadla Boeing 777 přímo z jeho paluby. Proudící vzduch právě na toto křídlo působí aerodynamickou vztlakovou silou přes 1 000 000 N, neboť celé letadlo váží přes 200 tun.

me ještě rovnici kontinuity $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Součin Sv je zároveň objemový průtok Q_V, takže můžeme rychlosti proudění vyjádřit jako

$$v_1 = \frac{Q_V}{S_1} \quad \text{a} \quad v_2 = \frac{Q_V}{S_1}$$

a dosadit do Bernoulliovy rovnice. Dostaneme

$$\frac{1}{2}\rho\frac{Q_V^2}{S_1^2} + p_1 = \frac{1}{2}\rho\frac{Q_V^2}{S_2^2} + p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\rho Q_V^2\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right) = p_1 - p_2 = \Delta p \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Q_V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho} \cdot \frac{S_2^2 S_1^2}{S_1^2 - S_2^2}}\,.$$

(b) Po dosazení $\Delta p = 8\,660\,\mathrm{Pa}$, $\rho = 740\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $S_1 = 4\,\mathrm{cm^2} = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$, $S_2 = 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2}$, vyjde

$$Q_V \doteq 5{,}0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^3 \cdot s^{-1}} = 0{,}5\,\mathrm{l \cdot s^{-1}}.$$

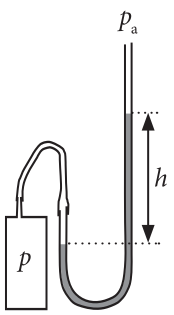
(c) Objem $V = 40$ litrů proteče při průtoku $Q_V = 0{,}5\,\mathrm{l \cdot s^{-1}}$ za čas

$$t = \frac{V}{Q_V} = \frac{40\,\mathrm{l}}{0{,}5\,\mathrm{l \cdot s^{-1}}} = 80\,\mathrm{s}.$$

Otázky

1

Obrázek ukazuje princip nejjednoduššího měřiče tlaku plynu – otevřeného kapalinového manometru. Je to trubice ve tvaru písmene U, která je z druhé strany otevřená a z jedné strany se pomocí hadičky připojí k nádobě s plynem, jehož tlak měříme.

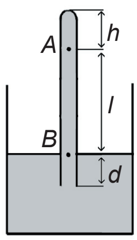


(a) Vysvětlete princip zařízení.

(b) Jaký je tlak p plynu v nádobě? Vyjádřete jej pomocí veličin h – rozdílu hladin v trubici, ρ – hustoty kapaliny a p_a – atmosférického tlaku.

2

Nádoba s kapalinou o hustotě ρ je umístěna v tíhovém poli Země. Tíhové zrychlení je g. V nádobě je svislá zkumavka naplněná toutéž kapalinou, otočená dnem vzhůru. Atmosférický tlak je p_a.



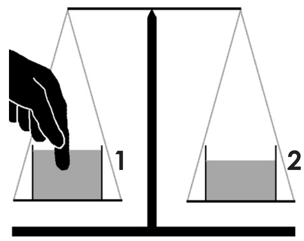
(a) Jaký je tlak v bodě A?

(b) Jaký je tlak v bodě B?

3

Na rovnoramenných vahách jsou vyváženy dvě stejné nádoby s kapalinou. Experimentátor opatrně ponoří prst do vody v první nádobě tak, aby se ruka nedotýkala nádoby, misky ani závěsu (viz obrázek). Vyberte a zdůvodněte správné tvrzení.

(a) Miska 2 poklesne.
(b) Miska 1 poklesne.
(c) Váhy zůstanou v rovnováze.
(d) Záleží na hustotě kapaliny, jestli poklesne miska 1 nebo miska 2.
(e) Záleží na hustotě ponořeného tělesa (prstu), jestli poklesne miska 1 nebo miska 2.



4

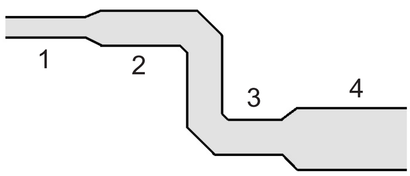
Tři kostky stejné velikosti jsou celé ponořeny do vody. Jedna kostka je ze železa, druhá z mědi a třetí z hliníku. Seřaďte je
(a) podle velikosti tíhové síly, kterou na ně působí Země,
(b) podle velikosti vztlakové síly, kterou na ně působí voda.

5

Na hladině bazénu je loďka, na dně loďky leží kámen. Vyhodíme-li kámen z loďky do bazénu, hladina vody v bazénu stoupne, klesne, nebo zůstane stejná? Svou odpověď správně zdůvodněte!

6

Voda teče potrubím znázorněným na obrázku. Proudění je ustálené. Seřaďte úseky 1, 2, 3, 4 podle tlaku v potrubí.



Úlohy

1

Jakému přetlaku (tj. rozdílu tlaků) jsou vystaveny
(a) tělo potápěče v hloubce 20 m pod mořem,
(b) láhev, která byla naplněna a uzavřena v nulové nadmořské výšce a poté vynesena na Mt. Blanc,
(c) skafandr kosmonauta ve volném vesmíru?
[(a) 202 kPa, (b) 28 kPa, (c)100 kPa]

2

Ponorka havarovala v hloubce 80 m pod hladinou moře. Jakou silou bude musel působit potápěč na poklop ponorky o ploše 0,7 m^2, aby ho otevřel? [57 kN]

3

Navrhněte parametry hydraulického zařízení, které umožní člověku zvednout automobil o hmotnosti 1,5 t. Předpokládejte, že člověk je schopen vyvinout sílu maximálně 500 N.

4

Výška sloupce rtuti ve rtuťovém barometru byla 752 mm. Jaký je tlak vzduchu v Pascalech? Jak vysoko by vystoupila hladina při použití vody?
[tlak je 998 hPa, voda by vystoupila 10,18 m]

5

Jaká část celkového objemu ledovce zůstává skryta pod mořskou hladinou? Hustota ledu je 920 $kg{\cdot}m^{-3}$. Hustota mořské vody je 1 030 $kg{\cdot}m^{-3}$.
[89 %]

6

Vypočtěte, jaký minimální objem musí mít vzducholoď plněná heliem, víte-li, že hustota helia ve vzducholodi je 0,17 $kg{\cdot}m^{-3}$. Hmotnost konstrukce vzducholodi a nákladu je dohromady 400 kg.
[$V = 300\,m^3$]

7

Fyzik dostal za úkol ověřit, zda je prsten skutečně ze zlata. Na vzduchu byl prsten vyvážen závažím o hmotnosti 1 g, ve vodě závažím o hmotnosti 0,92 g. Na základě výpočtu stanovte, zda je prsten skutečně z čistého zlata. Hustota zlata je 19 300 $kg{\cdot}m^{-3}$.
[nejde o zlato, hustota prstenu je 12 500 $kg{\cdot}m^{-3}$]

8

Dřevěný vor o hmotnosti m_V=100 kg a hustotě ρ_V=750 $kg{\cdot}m^{-3}$ se nachází na hladině jezera. Určete nejmenší hmotnost kamení *m*, kterou musíme položit na povrch voru, aby se vor celým svým objemem právě ponořil pod hladinu.
[maximální zatížení voru je 33 kg]

9

Průřez říčního koryta má obsah 30 m^2 a voda v něm teče rychlostí o velikosti 1,2 $m{\cdot}s^{-1}$. Předpokládáme pro jednoduchost, že rychlost proudu je stejná ve všech bodech.
(a) Vypočtěte objemový průtok vody řekou.
(b) Za jak dlouho by voda z této řeky naplnila brněnskou přehradu, která zadrží $11 \cdot 10^6\,m^3$ vody?
[(a) 36 $m^3{\cdot}s^{-1}$, (b) asi 3,5 dne]

10

Odhadněte, jaký je objemový průtok vody odtékající z území ČR, víte-li, že průměrné roční srážky na našem území jsou 700 mm/m^2 a rozloha republiky je 78 864 km^2. Dále víme, že přibližně 1/3 spadlé vody se vypaří. Výsledek můžete porovnat s údaji v tabulce 8-13.
[přibližně 1200 $m^3{\cdot}s^{-1}$]

11

Hadice o vnitřním průměru 1,5 cm je připojena k postřikovači trávníku, který se skládá z 24 děr o průměru 0,5 mm. Jakou rychlostí voda vystřikuje z otvorů, je-li rychlost v hadici 1 $m{\cdot}s^{-1}$?
[$v = 38\,m{\cdot}s^{-1}$]

12

Voda vytéká rychlostí v_0=1 $m{\cdot}s^{-1}$ z vodovodního kohoutku o obsahu průřezu S_0. Zanedbáme-li odpor vzduchu, určete, jak hluboko pod kohoutkem bude mít proud vody poloviční obsah průřezu než kohoutek.
[$h = 15\,cm$]

13

Zásobník na vodu byl prostřelen ve vzdálenosti $h = 1{,}5\,m$ pod úrovní hladiny vody. Vypočtěte, jakou rychlostí začne voda vytékat z nádrže.
[v = 5,4 $m{\cdot}s^{-1}$]

zdroje fotografií

obrázek 1-3	http://www.antique-horology.org/_Editorial/RepublicanCalendar/default.htm
obrázek 1-4	http://cs.wikipedia.org/wiki/Kilogram
obrázek 1-6	http://physics.about.com/od/alberteinstein/p/einsteinpro.htm
	http://cs.wikipedia.org/wiki/Zem%C4%9B
	John Lanoue; http://en.wikipedia.org/wiki/Andromeda_Galaxy
obrázek 1-7	Frans Hals; http://cs.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes
obrázek 2-7	http://cs.wikipedia.org/wiki/Dragster
obrázek 2-12	http://voyager.jpl.nasa.gov/
obrázek 2-15	http://cs.wikipedia.org/wiki/TGV
obrázek 3-1	Jamie Budge/Gamma Liaison; Haliday D., Resnick R., Walker J.: Fundamentals of Physics
obrázek 3-12	http://voyager.jpl.nasa.gov/
obrázek 3-15	http://cs.wikipedia.org/wiki/TGV
obrázek 4-1	http://en.wikipedia.org/wiki/Parachuting
obrázek 4-4	GodfreyKneller; http://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton
obrázek 4-6	http://it.wikipedia.org/wiki/Formula_1
obrázek 4-14	TESCAN, s.r.o.; http://www.tescan.com/cz/index.html
obrázek 4-18	Isaac Newton; Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, Book III
obrázek 4-19	http://de.wikipedia.org/wiki/Achterbahn
obrázek 5-1	http://www.euroncap.com
obrázek 5-4	http://en.wikipedia.org/wiki/Knock_Nevis
obrázek 5-5	http://www.esa.int
obrázek 5-8	http://en.wikipedia.org/wiki/Barringer_Crater
obrázek 5-13	Jeremiah Castro
obrázek 6-1	http://wwwswt.informatik.uni-rostock.de/englisch/tycho/preface.html
obrázek 6-10	http://www.nasa.gov/images/content/126439main_iss_assembly_1r.jpg
obrázek 6-11	John Lanoue; http://en.wikipedia.org/wiki/Andromeda_Galaxy
obrázek 7-1	http://apod.nasa.gov/apod/ap981008.html
obrázek 7-3	Steve Ford Elliott
obrázek 7-13	Paul Hermans; http://nl.wikipedia.org/wiki/Kathedraal_van_Laon
obrázek 7-16	http://en.wikipedia.org/wiki/Attitude_indicator
obrázek 8-1	http://www.scheepvaartmuseum.nl
obrázek 8-7	http://it.wikipedia.org/wiki/Subacquea
obrázek 8-14	Jan Rosenauer
obálka	http://spaceflight.nasa.gov/history/shuttle-mir/photos/sts71/mir-imax/hmg0018.jpg

zdroje úloh

Kapitola 1

příklad 1-1	HRW kapitola 1, úloha 14C
otázka 3	HRW kapitola 1, úloha 1C
úloha 5	HRW kapitola 1, úloha 20C
úloha 11	HRW kapitola 3, úloha 14C
úloha 5	HRW kapitola 1, úloha 20C

Kapitola 2

příklad 2-3	HRW kapitola 2, příklad 2.6
příklad 2-3	http://voyager.jpl.nasa.gov/
příklad 2-9	HRW kapitola 2, úloha 37C
otázka 8	HRW kapitola 2, otázka 7
úloha 3	HRW kapitola 2, úloha 6C
úloha 4	HRW kapitola 2, úloha 1C
úloha 10	HRW kapitola 3, úloha 50Ú
úloha 15	HRW kapitola 3, úloha 36C

Kapitola 3

otázka 6	HRW kapitola 4, otázka 8
úloha 2	HRW kapitola 4, úloha 18C
úloha 3	HRW kapitola 2, otázka 16
úloha 5	HRW kapitola 3, příklad 4-10
úloha 15	HRW kapitola 3, úloha 36C

Kapitola 4

obrázek 4-11	podle HRW kapitola 6, obr. 6-1
otázka 6	http://en.wikipedia.org/wiki/Magdeburg_hemispheres
úloha 11	HRW kapitola 6, příklad 6-8
úloha 14	HRW kapitola 6, úloha 58C

Kapitola 5

příklad 5-1	http://en.wikipedia.org/wiki/Knock_Nevis
příklad 5-6	http://en.wikipedia.org/wiki/Meteor_Crater
příklad 5-10	http://www.skoda-auto.com
úloha 7	HRW kapitola 7, úloha 3C
úloha 15	Bochníček Z., Chůze z pohledu fyziky, Školská fyzika 4/1995-1996

Kapitola 6

otázka 4	Macháček M., FYZIKA - Sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky, TAURIS 2001
otázka 5	www.zero-g.co.uk

Kapitola 7

otázka 1	HRW kapitola 11, otázka 7
otázka 7	HRW kapitola 12, kontrola 6
úloha 6	Macháček M., FYZIKA - Sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky, TAURIS 2001
úloha 7	Macháček M., FYZIKA - Sbírka úloh pro společnou část maturitní zkoušky, TAURIS 2001
úloha 11	HRW kapitola 11, úloha 51C

Kapitola 8

příklad 8-1	HRW kapitola 15, příklad 15-2
příklad 8-3	http://www.kubicekballoons.cz/
příklad 8-5	HRW kapitola 15, příklad 15-7
otázka 7	HRW kapitola 15, kontrola 4

HRW = Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika
(český překlad Fundamentals of Physics, 5. edition., Wiley & Sons, 1997), Prometheus Praha a Vutium Brno, 2001.