

Úloha č. 2: Měření odporu rezistoru

jarní semestr 2020

Elektrický odpor rezistoru můžeme stanovit z Ohmova zákona

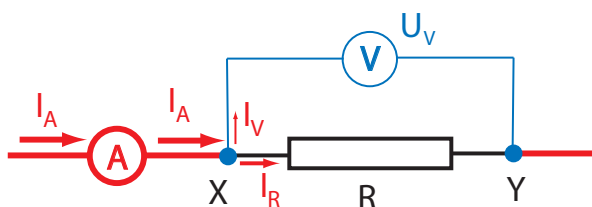
$$R = \frac{U_R}{I_R}, \quad (1)$$

kde U_R je napětí na odporu R a I_R proud, který odporem protéká. Současně tedy potřebujeme měřit napětí a proud. Napětí měříme voltmetrem, který připojujeme paralelně k prvku, na kterém potřebujeme znát napětí. Proud měříme ampérmetrem, který vkládáme do větve, ve které potřebujeme proud změřit (tedy sériově se zátěží). Samotný ampérmetr obvykle do obvodu nesmíme bez zátěže zapojit. Máme ale dvě možnosti, jak zapojit voltmetr a ampérmetr při současném měření napětí a proudu.

1 Metody současného zapojení voltmetru a ampérmetru

1.1 Metoda A

Zapojení lze uskutečnit například podle obr. 1 (zapojení budeme v dalším textu nazývat metodou A).



Obrázek 1: Měření odporu z Ohmova zákona metodou A

Napětí, které naměří voltmetr, je skutečně správné napětí na odporu R , tedy $U_R = U_V$. Ovšem ampérmetr měří proud I_A , který není roven proudu I_R tekoucímu odporem R , protože v uzlových bodech X a Y se proud dělí na proud tekoucí odporem a proud tekoucí voltmetrem.

Hodnoty, které zjistíme měřicími přístroji, tedy nelze přímo dosadit do rovnice. Pokud bychom tak učinili, dopustili bychom se systematické chyby, která trvale posune měřenou hodnotu k vyšším nebo nižším hodnotám.

Kontrolní otázka

Jak je tomu v případě měření odporu metodou A při dosazení přímo měřených hodnot do vztahu? Bude námi spočtený odpor systematicky větší nebo menší než odpor skutečný?

Při výpočtu skutečné hodnoty měřeného odporu R musíme vzít do úvahy, že i voltmetr má vnitřní odpor R_V , a tedy hodnota proudu tekoucího rezistorem se liší od hodnoty proudu tekou-

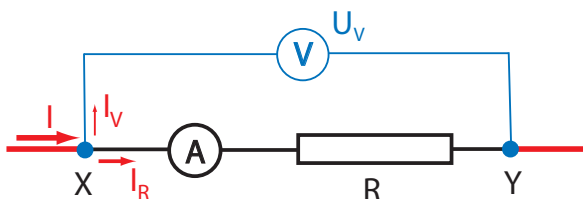
cího ampérmetrem o $I_V = \frac{U_V}{R_V}$. Známe-li vnitřní odpor voltmetru R_V , můžeme podle vztahu 1 z naměřených hodnot proudu I_A a napětí U_V určit hodnotu odporu rezistoru jako

$$R \equiv \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}. \quad (2)$$

Odpor, takto změřený a spočítaný metodou A, není zatížen výše zmíněnou systematickou chybou.

1.2 Metoda B

Metoda A není jedinou možností, jak současně zapojit ampérmetr a voltmetr. Problém, kdy ampérmetr neměří skutečný proud procházející odporem, snadno vyřešíme tak, že ampérmetr zapojíme přímo do odporové větve dle obr. 2. Pak ampérmetr skutečně měří správný proud,



Obrázek 2: Měření odporu z Ohmova zákona metodou B

protože mezi přístrojem a odporem R již není žádný uzel, kde by se mohl proud dělit. Ovšem jeden problém jsme vyřešili a druhý způsobili. Nyní voltmetr neměří napětí na odporu, ale měří součet napětí na odporu a ampérmetru $U_V = U_A + U_R$.

Kontrolní otázka

Jaké je znaménko systematické chyby při vyhodnocení metody B bez korekce vlivu ampérmetru?

Napětí na ampérmetru určíme ze známého vnitřního odporu přístroje R_A jako $U_A = R_A I_A$ a z rovnice 1 dostaneme pro hodnotu odporu nezatíženého systematickou chybou

$$R = \frac{U_V - R_A I_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - R_A. \quad (3)$$

1.3 A nebo B?

Teď se nabízí důležitá otázka: Která metoda, A nebo B, je pro měření odporu výhodnější? Při prvním pohledu by se zdálo, že je to lhostejné. Oba vztahy jsou přesné a při jejich odvození nebyly učiněny žádné aproximace.

Pro minimalizaci chyby měření odporu je však důležité, aby druhý (korekční) člen v rozdílu byl mnohem menší, než člen první. Pokud totiž počítáme výslednou veličinu jako rozdíl veličin měřených, může chyba výsledku dramaticky narůst.

Metoda A bude výhodnější, pokud proud tekoucí voltmetrem bude mnohem menší než proud tekoucí měřeným odporem (nebo-li vnitřní odpor voltmetru bude mnohem větší než měřený odpor). Metoda B bude výhodná v případě, že napětí na ampérmetru bude mnohem menší než napětí na měřeném odporu (tj. vnitřní odpor ampérmetru bude mnohem menší než měřený odpor). Ve většině případů nám jako rozhodující kritérium postačí následující jednoduché pravidlo: **malé odpory měříme metodou A a velké odpory metodou B.**

t



Obrázek 3: Multimetry Keysight U3401A a U3402A

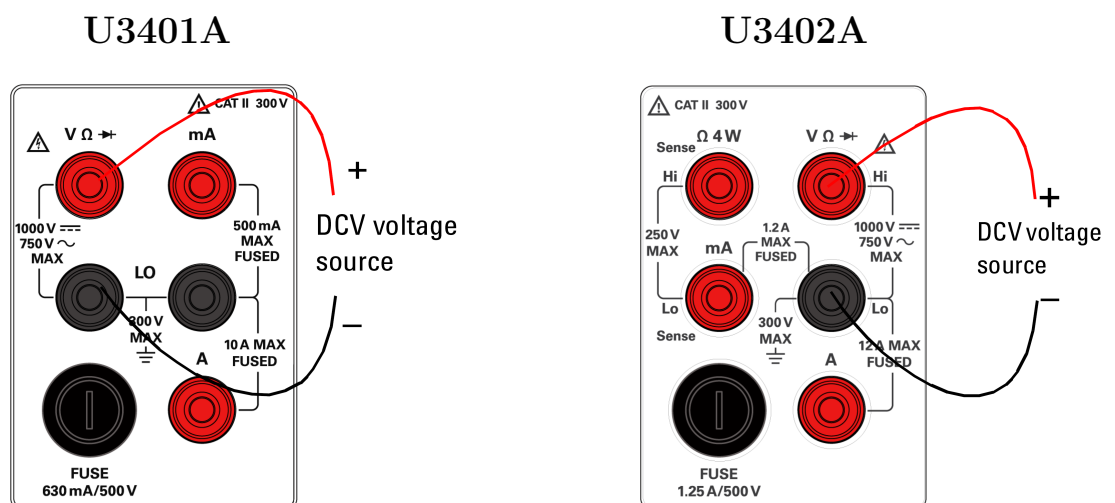
2 Přístrojové vybavení v úloze

Jako oba přístroje, voltmetr a ampérmetr, použijeme dva univerzální multimetry, oba dovolující měření napětí a proudu: stolní multimetr Keysight U3401A/U3402A a příruční multimetr, např. Escort 119.

2.1 Stolní multimetry Keysight U3401A/U3402A

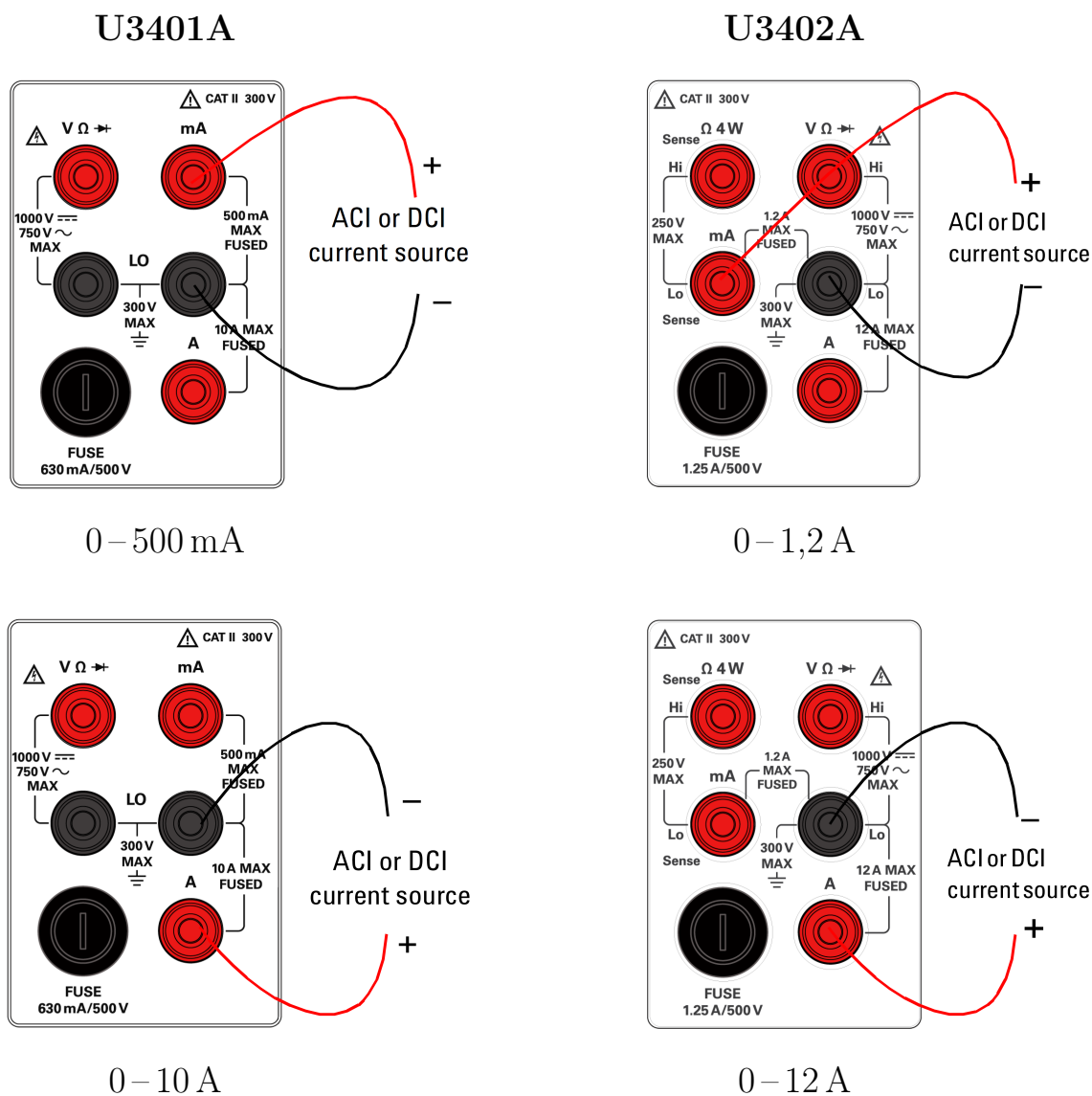
V praxi je k dispozici celkem pět přístrojů: tři $4\frac{1}{2}$ místné multimetry U3401A a dva $5\frac{1}{2}$ místné multimetry U3402A (viz obr. 3¹). Oba typy se navzájem mírně liší, ať už rozmístěním svorek, přesností měření či maximálními povolenými hodnotami.

Měření napětí Při měření napětí přístroj připojíme podle obrázku 4. Na přístroji zvolíme možnost **DCV**. K měření napětí se používá A/D převodník Sigma Delta. K dispozici je několik rozsahů, mezi nimiž přístroj dokáže automaticky přepínat. U verze U3402A lze navíc volit pomalé, střední a rychlé měření, viz tlačítko **Shift** + **Rate**. Vstupní impedance přístroje při měření DCV je $10\text{ M}\Omega \pm 2\%$.



Obrázek 4: Zapojení přístrojů při měření napětí

¹V elektronické verzi tohoto textu si přístroje můžete detailně prohlédnout při velkém zvětšení obrázku.



Obrázek 5: Zapojení přístrojů při měření proudu

Měření proudu Při měření proudu přístroj připojíme podle obrázku 5. Podle očekávané hodnoty proudu zvolíme vhodné zdířky. Zkontrolujeme, zda předpokládaný proud nepřesahuje dovolenou maximální hodnotu zobrazenou na panelu. Pokud hodnotu proudu předem neznáme, použijeme největší rozsah. Na přístroji zvolíme možnost **[DCI]**. Při měření malých proudů je k dispozici několik rozsahů s automatickým přepínáním. V zapojené velkých proudů je k dispozici pouze jeden měřicí rozsah. Hodnota bočníku použitého v přístroji (a tedy i vstupní odpor) se liší podle zvoleného rozsahu v řádu $0,01 - 100 \Omega$ pro U3401A, příp. či $0,01 - 10 \Omega$ pro U3402A.

Maximální hodnoty proudu lze na terminál přivést po dobu max. 30 s!

Přesnost měření Přesnost měření (*accuracy*) multimetrů Keysight při měření napětí a proudu je uvedena v přílohách B a C. Přesnost měření je specifikována pro teplotní rozsah $\pm 5^\circ\text{C}$ kolem udané kalibrační teploty $t_{\text{cal}} = 23^\circ\text{C}$. Pokud je multimetr používán mimo tento interval, při teplotách $0 - 18^\circ\text{C}$ a $28 - 50^\circ\text{C}$ je zapotřebí při výpočtu nejistoty zahrnout přídatnou teplotní chybu

$$0,15 \cdot \text{vypočtená nejistota} \cdot (t - t_{\text{cal}}).$$

Mimo tento interval není funkce přístroje zaručena. Požadované laboratorní podmínky pro provoz přístroje jsou:

- teplota $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $+50\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- relativní vlhkost 80 % při $28\text{ }^{\circ}\text{C}$,
- nadmořská výška do 2000 m. n. m.,
- vnitřní prostory,
- stupeň znečištění 2.

Úkoly

1. Nalezněte na obou přístrojích svorky pro měření napětí a proudu. Identifikujte zdířky, které lze použít pro měření malých proudů (desítky mA) a které pro měření velkých proudů (desetiny až jednotky A). Zjistěte si a запиšte povolené maximální hodnoty obou veličin. **Tyto hodnoty při měření nesmíte překročit.**
2. Změřte v zapojení A a B odpory dvou rezistorů R_1 , R_2 . Na zdroji nastavte napětí do 20 V. U každého měření si запиšte měřené hodnoty proudu a napětí, použité rozsahy voltmetru a ampérmetru, nejistoty měření napětí a proudu a vnitřní odpor přístrojů na těchto rozsazích (liší se). Naměřená data vyhodnoťte vždy z 1 a podle metody i z rovnice 2 nebo 3. Ke každé výsledné hodnotě odporu určete i její nejistotu.
3. Změřte voltampérovou charakteristiku žárovky. Napětí měňte v rozsahu 0–24 V. **Věnujte pozornost volbě proudového rozsahu. Nižší rozsah je obvykle jištěn pojistkou kolem 400 mA!** Jaké zapojení pro měření využijeme? Jaké zapojení bychom použili při měření voltampérové charakteristiky diody v propustném a v závěrném směru?

A Příklad vyhodnocení odporů rezistoru a systematické chyby měření

Rezistor	Metoda A		Metoda B	
	$R = \frac{U_V}{I_A}$	$R = \frac{U_V}{I_A - \frac{U_V}{R_V}}$	$R = \frac{U_V}{I_A}$	$R = \frac{U_V}{I_A} - R_A$
R_1	(±) Ω	(±) Ω	(±) Ω	(±) Ω
R_2	(±) $\text{k}\Omega$	(±) $\text{k}\Omega$	(±) $\text{k}\Omega$	(±) $\text{k}\Omega$

B Specifikace multimetru Keysight U3401A

Přesnost měření je vyjádřena ve formě $\% \text{ of reading} + \text{count}$. Hodnoty jsou platné po dobu jednoho roku v rozmezí $\pm 5^\circ\text{C}$ od kalibrační teploty (23°C). Mimo tento interval je potřeba k vypočtené hodnotě připočíst přídatnou teplotní chybu ve formě $0,15 \cdot \text{vypočtená nejistota} \cdot (t - t_{\text{cal}})$.

Měření stejnosměrného napětí

Range	Resolution	Maximum reading	Accuracy (One year; $23^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$)	Typical input impedance ^[2]
500 mV	10 μV	510.00	0.02% + 4	10.0 M Ω
5 V	100 μV	5.1000	0.02% + 4	11.1 M Ω
50 V	1 mV	51.000	0.02% + 4	10.1 M Ω
500 V	10 mV	510.00	0.02% + 4	10.0 M Ω
1000 V	100 mV	1200.0 ^[1]	0.02% + 4	10.0 M Ω

^[1] In 1000 V range, 1200 V is readable with audio warning.

^[2] Input impedance is in paralleled with capacitance <100 pF.

Měření stejnosměrného proudu

Range	Resolution	Maximum reading	Accuracy (One year; $23^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$)	Burden voltage ^[1] & shunt resistor
500 μA	10 nA	510.00	0.05% + 5	<0.06 V / 100 Ω
5 mA	100 nA	5.1000	0.05% + 4	<0.6 V / 100 Ω
50 mA	1 μA	51.000	0.05% + 4	<0.08 V / 1 Ω
500 mA	10 μA	510.00	0.05% + 4	<0.8 V / 1 Ω
5 A	100 μA	5.1000	0.25% + 5	<0.3 V / 0.01 Ω
10 A	1 mA	20.000 ^[2]	0.25% + 5	<0.6 V / 0.01 Ω

^[1] Typical at full scale reading and voltage across the input terminals.

^[2] In 10 A range, >10-20 Adc is readable for 20 seconds maximum with audio warning.

C Specifikace multimetru Keysight U3402A

Měření stejnosměrného napětí

Rate	Range	Resolution	Maximum reading	Accuracy (One year; 23°C ± 5°C)	Typical input impedance ^[1]
Slow	120.000 mV	1 µV	119.999	±0.012% + 8 ^[2]	10.0 MΩ
	1.20000 V	10. µV	1.19999	±0.012% + 5	10.0 MΩ
	12.0000 V	100 µV	11.9999	±0.012% + 5	11.1 MΩ
	120.000 V	1 mV	119.999	±0.012% + 5	10.1 MΩ
	1000.00 V	10 mV	1000.00 ^[3]	±0.012% + 5	10.0 MΩ
Medium	400.00 mV	10 µV	399.99	±0.012% + 5	10.0 MΩ
	4.0000 V	100 µV	3.9999	±0.012% + 5	11.1 MΩ
	40.000 V	1 mV	39.999	±0.012% + 5	10.1 MΩ
	400.00 V	10 mV	399.99	±0.012% + 5	10.0 MΩ
	1000.0 V	100 mV	1000.0 ^[3]	±0.012% + 5	10.0 MΩ
Fast	400.0 mV	100 µV	399.9	±0.012% + 2	10.0 MΩ
	4.000 V	1 mV	3.999	±0.012% + 2	11.1 MΩ
	40.00 V	10 mV	39.99	±0.012% + 2	10.1 MΩ
	400.0 V	100 mV	399.9	±0.012% + 2	10.0 MΩ
	1000 V	1 V	1000 ^[3]	±0.012% + 2	10.0 MΩ

^[1] Input impedance is in paralleled with capacitance <120 pF.

Měření stejnosměrného proudu

Rate	Range	Resolution	Maximum reading	Accuracy (One year; 23°C ± 5°C)	Burden voltage ^[1] and shunt resistor
Slow	12.0000 mA	0.1 µA	11.9999	0.05% + 15 ^[2]	<0.15 V/10 Ω
	120.000 mA	1 µA	119.9999	0.05% + 5	<1.5 V/10 Ω
	1200.00 mA	10 µA	1199.99	0.2% + 5	<0.3 V/0.1 Ω
	12.0000 A	100 µA	11.9999	0.2% + 5	<0.6 V/0.01 Ω
Medium	40.000 mA	1 µA	39.999	0.1% + 6	<0.5 V/10 Ω
	120.00 mA	10 µA	119.99	0.1% + 3	<1.5 V/10 Ω
	1200.0 mA	100 µA	1199.9	0.2% + 3	<0.3 V/0.1 Ω
	12.000 A	1 mA	11.999	0.2% + 3	<0.6 V/0.01 Ω
Fast	40.00 mA	10 µA	39.99	0.1% + 2	<0.5 V/10 Ω
	120.0 mA	100 µA	119.9	0.1% + 2	<1.5 V/10 Ω
	1200 mA	1 mA	1199	0.2% + 2	<0.3 V/0.1 Ω
	12.00 A	10 mA	11.99	0.2% + 2	<0.6 V/0.01 Ω

^[1] Typical at full scale reading and voltage across the input terminals.

^[2] Use Rel operation.