
Úloha č. 8: Měření teploty

jarní semestr 2023

1 Úvod

Teplota patří k nejdůležitějším charakteristikám termodynamických systémů. Je to proto, že řada vlastností i dějů, které v systémech probíhají, na teplotě více či méně závisí. Měření teploty je proto důležitý experimentální úkol, kterému se nevyhnou výzkumné a vývojové laboratoře ani průmyslová praxe.

Teplotní závislost řady jevů nás na jedné straně nutí v řadě případů teplotu měřit, na druhé straně nám dává možnost těchto teplotních závislostí využít jako metod k vlastnímu měření teploty. V rozmanitosti různých experimentálních metod teplota nesnese srovnání s žádnou jinou měřenou fyzikální veličinou.

K měření teploty se často využívá dilatačních teploměrů, které jsou založeny na principu teplotní roztažnosti látek. Podle skupenství látky obsažené v teploměru je možné rozlišovat teploměry kapalinové (typicky rtuťové, nebo lihové), plynové a kovové (často používanou podskupinou jsou teploměry dvoukovové – bimetalické). V této úloze se budeme věnovat dalším v praxi často používaným druhům teploměrů, teploměrům elektrickým, mezi které patří odporová čidla a termoelektrické články, a teploměrům radiačním.

2 Odporová čidla

Odpor je veličinou, která obecně vždy závisí na teplotě. Navíc je výhodné, že měření odporu je měřením elektrickým a lze je tedy snadno implementovat do elektronických automatizovaných systémů měření a řízení technologických procesů. Proto jsou odporové snímací prvky v současné technické a průmyslové praxi zřejmě používané nejčastěji.

2.1 Kovové odporové senzory teploty

Odpor kovového vodiče s teplotou roste. Důvodem je rozptyl elektronů – nositelů proudu – na kmitech mříže, který je tím větší, čím je teplota vyšší. Pro malý rozsah teplot, přibližně v intervalu 100 °C, lze použít lineární závislost odporu na teplotě ve tvaru

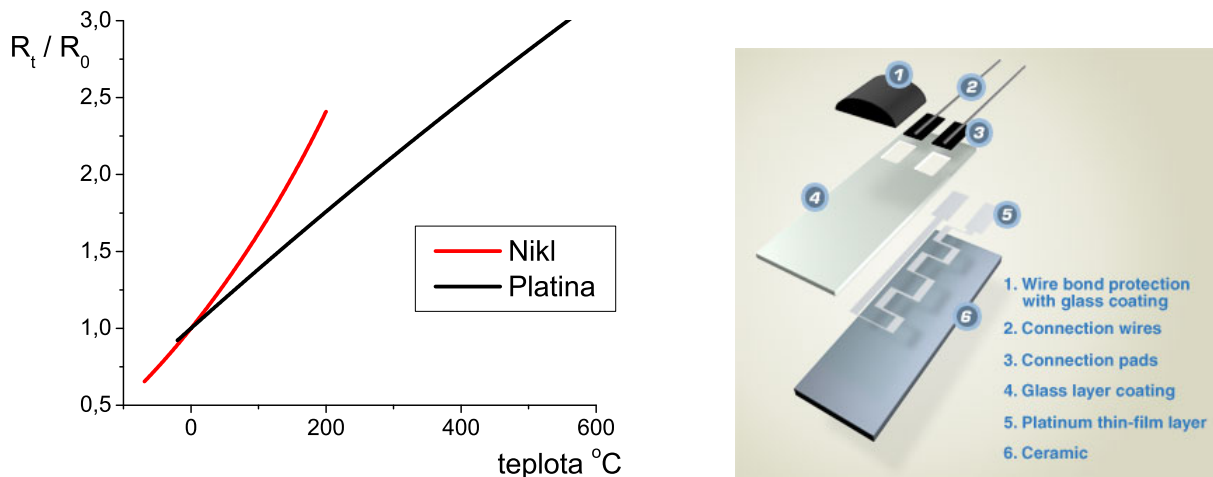
$$R = R_0(1 + \alpha\Delta t) \quad (1)$$

Teoreticky můžeme použít libovolný kov, v praxi se však používá jen několik málo materiálů, které nejlépe vyhovují zejména požadavkům stálosti. Nejužívanější materiály jsou uvedeny v příloze A, viz tabulka 2. Pro komerční použití čidel bylo zavedeno označení vyjadřující typ snímače a hodnotu jeho odporu při dané dohodnuté teplotě, typicky 0 °C. K nejpoužívanějším snímačům patří Pt100, Pt1000 a Ni1000, tj. snímače, které mají při teplotě 0 °C odpor 100 Ω, resp. 1000 Ω.

Standardem mezi kovovými odporovými snímači je snímač Pt100. Čidlo Pt1000 s vyšší hodnotou odporu má vyšší citlivost, menší samoohřev a nižší vliv odporu přírodních vodičů, je však méně stálé. Ve starší, tzv. drátkové technologii však vyšší základní odpor znamenal vyšší cenu snímače vzhledem k nutnému použití většího množství drahého kovu. Při moderní tenkovrstevné

technologii již spotřeba materiálu neovlivňuje významně cenu a to dovoluje výrobu levných snímačů i vyššího základního odporu.

Pro větší rozsah teplot již nelze použít lineární aproximaci teplotní závislosti odporu a závislost se aproximuje polynomem vyššího řádu. Pro platinové a niklové čidlo jsou koeficienty uvedeny v příloze A. Teplotní závislost odporových čidel Pt a Ni je na obr. 1.



Obrázek 1: Teplotní závislost Pt a Ni odporových čidel (vlevo), konstrukce Pt čidla (vpravo)

2.2 Polovodičové odporové senzory teploty – termistory

Polovodičové odporové senzory teploty patří k nejpoužívanějším teplotním čidlům zejména v oblasti spotřební elektroniky, jako například domácí a venkovní digitální teploměry. K jejím výhodám patří vysoká teplotní citlivost (asi o řád vyšší než u kovů), malé rozměry a cena. Nevýhodou je nelineární teplotní charakteristika, menší rozsah teplot a menší dlouhodobá stabilita v porovnání s platinovými odporovými čidly.



Obrázek 2: Termistory NTC

Odpor vlastního polovodiče s teplotou klesá. S rostoucí teplotou se totiž zvyšuje pravděpodobnost excitace elektronu z valenčního do vodivostního pásu, tak roste koncentrace nositelů náboje – elektronů ve vodivostním pásu a děr v pásu valenčním. Zvýšení rozptylu nositelů náboje s teplotou,

kteřé určovalo obrácenou teplotní charakteristiku u kovů, má zde méně významný vliv. Termistory s tímto typem teplotní závislosti se nazývají negastory (NTC termistory). V případě vysoké dotace polovodiče se teplotní charakteristika obrací. Dopováním polovodiče totiž zvýšíme teplotně nezávislou koncentraci volných nositelů náboje a tím materiál získává charakter kovu. Termistory tohoto typu nazýváme pozistory (PTC termistory). Pozistory vyrobené z polykrystalické feroelektrické keramiky (např. titaničitan barnatý, BaTiO_3) se vyznačují strmým nárůstem odporu nad Curieovou teplotou (teplota, při které materiál ztrácí feroelektrické vlastnosti) a používají se zejména jako teplotní pojistky v elektronických obvodech.

Pozistory se k měření teploty prakticky nepoužívají. Pokud tedy v technické praxi mluvíme o termistorech, máme většinou na mysli snímače se zápornou teplotní charakteristikou – negastory.

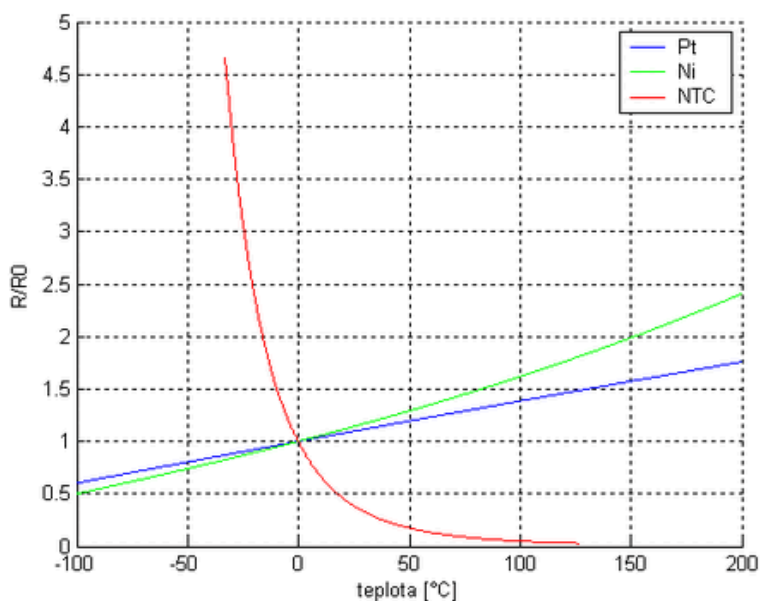
Teplotní závislost termistoru lze charakterizovat vztahem

$$R(t) = Ae^{\frac{B}{t}} \quad (2)$$

Ve skutečnosti však konstanta B není konstantou a je teplotně závislá. Pro výpočet teploty z odporu termistoru ve většině aplikací postačují přibližné, tzv. Steinhart-Hartovy vztahy

$$t = [a + b \ln R(t) + c (\ln R(t))^3]^{-1}, \quad (3)$$

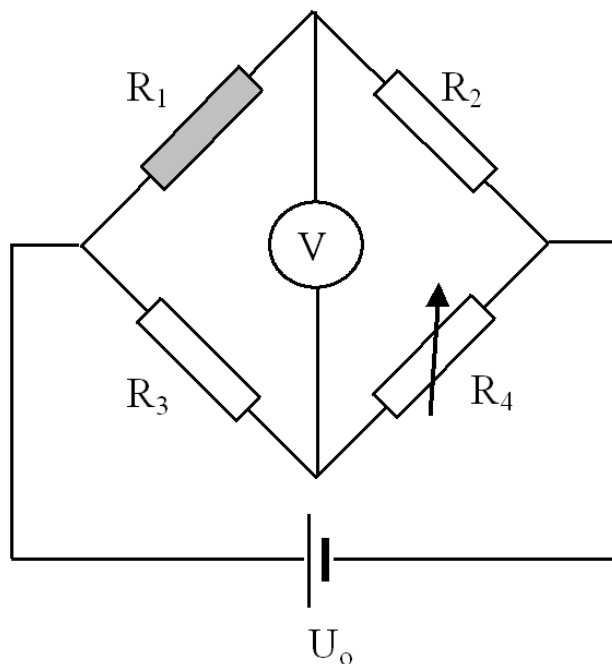
kteřé uspokojivým způsobem teplotní charakteristiku aproximují. Srovnání teplotních závislostí odporu kovových prvků a termistoru je na obr. 3.



Obrázek 3: Srovnání teplotní závislosti odporu kovových čidel a termistoru NTC

2.3 Elektrické zapojení odporových čidel

Relativní změna odporu je malá a k dosažení potřebné citlivosti nelze měřit odpor a jeho změnu přímo, například z Ohmova zákona. Je-li totiž teplotní odporový koeficient řádu 10^{-3} , pak se změnou teploty o 1°C se velikost proudu protékajícího odporem (při použití stabilizovaného zdroje napětí) změní také v řádu 10^{-3} , což je již v úrovni chyby běžných elektrických měřicích přístrojů. Mnohem výhodnější je použít metodu, ve které neměříme malou změnu na pozadí velké hodnoty, ale při níž měříme přímo změnu samotnou. Toho dosáhneme s použitím Wheatstoneova můstku.



Obrázek 4: Zapojení odporového čidla do můstku. Čidlo je na místě šedého obdélníku

Klasický Wheatstoneův můstek je na obr. 4. Při vyvážení můstku (tj. když na voltmetru je nulové napětí), platí

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (4)$$

Pokud místo odporu R_1 zapojíme odporové čidlo, dostaneme

$$\frac{R_0(1 + \alpha\Delta t)}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (5)$$

kde R_0 je odpor čidla při jisté srovnávací teplotě a α teplotní odporový koeficient. Odtud již jednoduše získáme

$$\Delta t = \frac{1}{\alpha} \frac{R_3 R_2}{R_4 R_0} - 1 \quad (6)$$

Výše uvedený postup však není výhodný pro rutinní měření a to zejména v případě, kdy chceme měření automatizovat pomocí výpočetní techniky. Vhodnější je postupovat následujícím způsobem. S pomocí proměnného odporu R_4 vyvážíme můstek při jisté srovnávací teplotě t_0 . Při následném měření již můstek nevyvažujeme, ale měříme úhlopříčné napětí můstku. Pokud měříme napětí voltmetrem s velmi vysokým vnitřním odporem (a všechny digitální voltmetry nebo přídavné měřicí karty do PC tuto podmínku splňují), pak i v případě nevyváženého můstku poteče odpory R_1 a R_2 stejný proud. Použijeme-li symetrický můstek ($R_0 = R_2 = R_3 = R_4$), potom za předpokladu malého rozladění můstku lze pro napětí U měřené na můstku voltmetrem odvodit přibližný vztah (viz příloha B)

$$\Delta t = \frac{4U}{U_0 \alpha}. \quad (7)$$

Vidíme, že teplotní rozdíl mezi měřenou a srovnávací teplotou t_0 je přímo úměrný napětí na můstku; konstanta úměrnosti je určena použitým napájecím napětím U_0 a α teplotním koeficientem odporu.

Rutinní uživatel odporových čidel se jejich elektrickým zapojením netrápí. Ve standardním sortimentu výrobců jsou elektronické převodníky, které převádějí signál z čidla na tzv. normalizovaný proudový či napěťový výstup (viz. obr. 5). To znamená, že teplota v daném měřicím



Obrázek 5: Převodník teplota-napětí, výrobce Sensit

rozsahu je lineárně zobrazena na určitý napěťový či proudový interval, např. 0 – 10 V, 4 – 20 mA, apod. Odporové čidlo ve spojení s elektronickým převodníkem představuje pohodlný, spolehlivý a relativně přesný způsob měření teploty, který lze velmi jednoduše použít v automatizovaných systémech sběru dat a řízení technologických procesů.

2.4 Ohřev snímače měřicím proudem

Při měření odporu se nevyhneme nutnosti nechat protékat vlastním snímačem elektrický proud. Tento proud způsobí ohřev snímače Jouleovým teplem. Výkon elektrického proudu je dán vztahem

$$P = \frac{U^2}{R}, \quad (8)$$

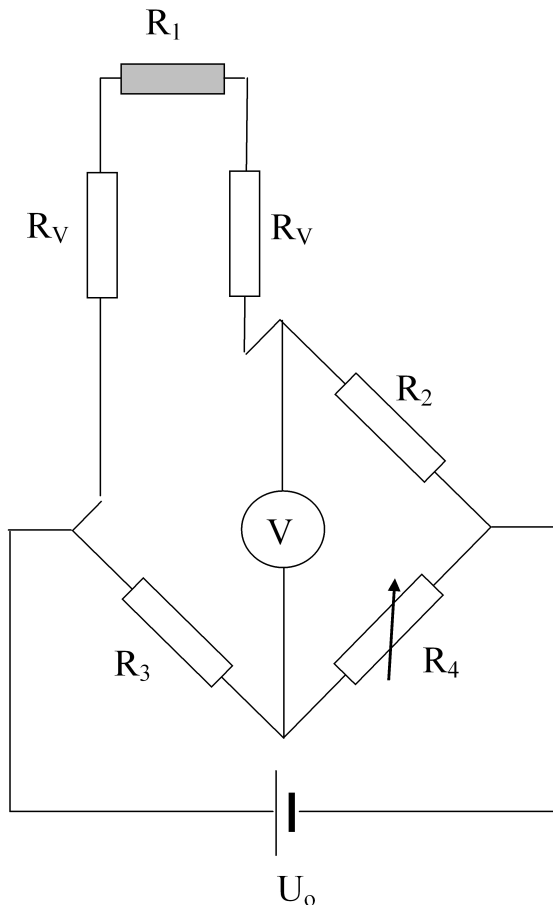
kde U je napětí na snímači a R jeho odpor. Z tohoto vztahu plyne výhoda snímačů s vyšším odporem (tedy např. Pt1000 proti Pt100), které při stejném napětí na snímači – typicky přímo měřená veličina – jsou zatíženy menším topným výkonem. Z uvedeného je také zřejmé, že při měření nelze zatěžovat odporové čidlo příliš velkým proudem, což klade omezení na napájecí napětí U_o . Běžné hodnoty měřicího proudu se pohybují v intervalu 0,3 - 1 mA, což při použití čidla Pt1000 odpovídá hodnotě U_o kolem 1V.

2.5 Vliv přívodních vodičů

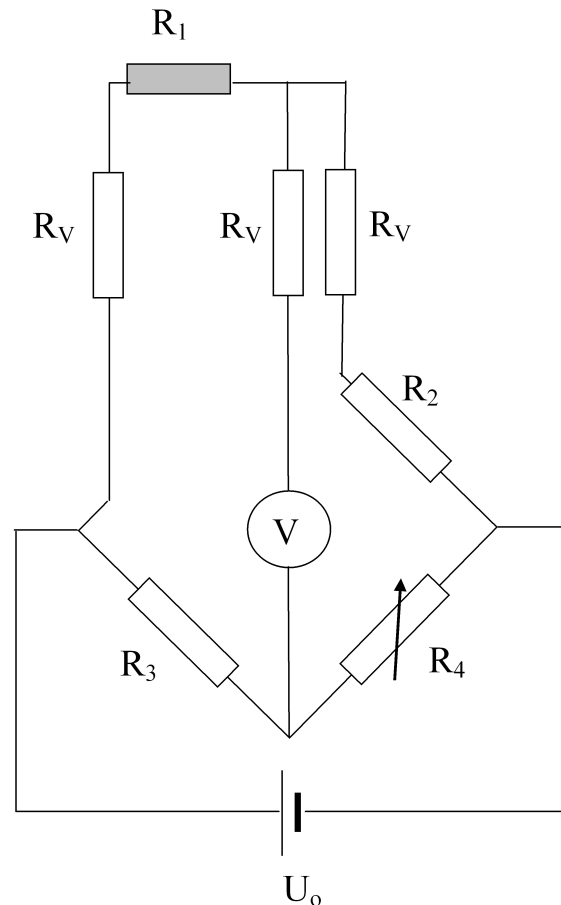
Při měření teploty odporovými čidly může nastat případ, kdy je měřený objekt více vzdálen od vyhodnocujících elektronických obvodů. V tom případě musí být délka vodičů, které připojují vlastní čidlo, velká, takže obecně nelze zanedbat odpor přívodních vodičů R_V . Situace je schematicky znázorněna na obr. 6.

Problémem přitom není odpor vodičů samotných, který kompenzujeme při vyvažování můstku a jehož vliv můžeme započítat. Měření může být nepředvídatelně ovlivněno až kvůli teplotním změnám odporu přívodních vodičů, ke kterým dochází, pokud nezajistíme termostatizaci celé přívodní trasy.

Částečnou, ale ve většině případů postačující kompenzaci zajistí třívodičové vedení podle obr. 7. V tomto zapojení případná změna odporu přívodních vodičů s teplotou nastane současně ve dvou větvích můstku a vzniklé rozdíly odporu se navzájem zkompenzují.



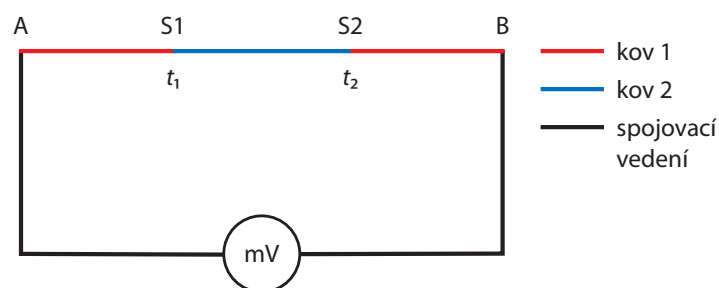
Obrázek 6: Vliv přívodních vodičů s odporem R_V



Obrázek 7: Třívodičová kompenzace

3 Termoelektrické články

Pokud spojíme dva různé vodivé materiály (kovy nebo polovodiče) ve dvou místech podle obrázku 8 tak, že spoje S1 a S2 budou mít různou teplotu, vznikne mezi spoji tzv. termoelektrické napětí a uzavřeným obvodem začne protékat termoelektrický proud. Tento jev se nazývá také Seebeckův a souvisí s difúzí volných nositelů náboje z teplejších míst do chladnějších.



Obrázek 8: Termoelektrický článek – spojení dvou různých kovů

Teplotní charakteristika termoelektrického napětí je i v relativně velkém rozsahu přibližně lineární; lze ji tedy charakterizovat vztahem

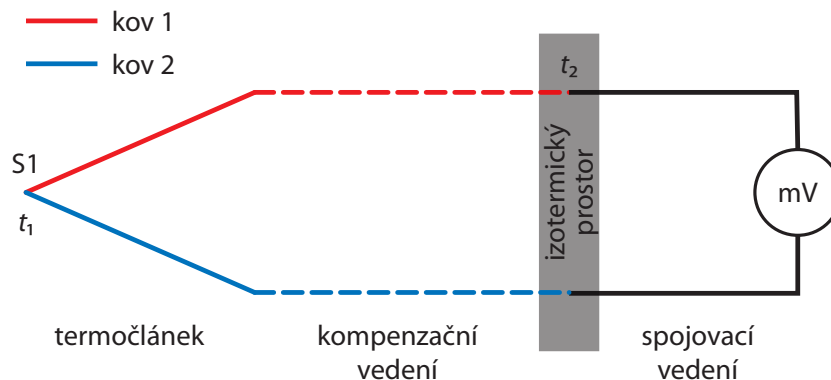
$$U = \beta (t_1 - t_2) \quad (9)$$

kde β je tzv. Seebeckův termoelektrický koeficient. Jeho hodnota závisí na materiálech použitých při výrobě termoelektrického článku (viz příloha A).

Pokud do obvodu termoelektrického článku zapojíme vodiče z jiného materiálu (tzv. spojovací vedení), nedojde ke změně termoelektrického napětí, jsou-li všechny ostatní spoje na téže teplotě (viz například body A a B na obr. 8). To je důležitá vlastnost, díky které můžeme za předpokladu teplotní homogenity prostředí použít pro spojení termoelektrického článku s měřicím přístrojem libovolné vhodné vodiče (nejčastěji měděné). Pokud teplotní homogenitu zajistit nelze, musíme postupovat některým z následujících dvou způsobů:

1. Použít materiál termoelektrického článku pro celý obvod až ke svorkám měřicího přístroje (o kterém lze předpokládat, že má homogenní teplotu) a nebo alespoň do míst, kde lze homogenitu teploty s požadovanou přesností zajistit.
2. Použít tzv. prodlužovací (kompenzační) vedení z jiných kovů, které ovšem mají termoelektrický koeficient co nejbližší materiálům termoelektrického článku. Tento postup se volí, pokud je nutné pro vlastní termoelektrický článek použít drahých kovů (například z důvodů požadovaného teplotního rozsahu) a kompenzační vedení může být realizováno materiály levnějšími.

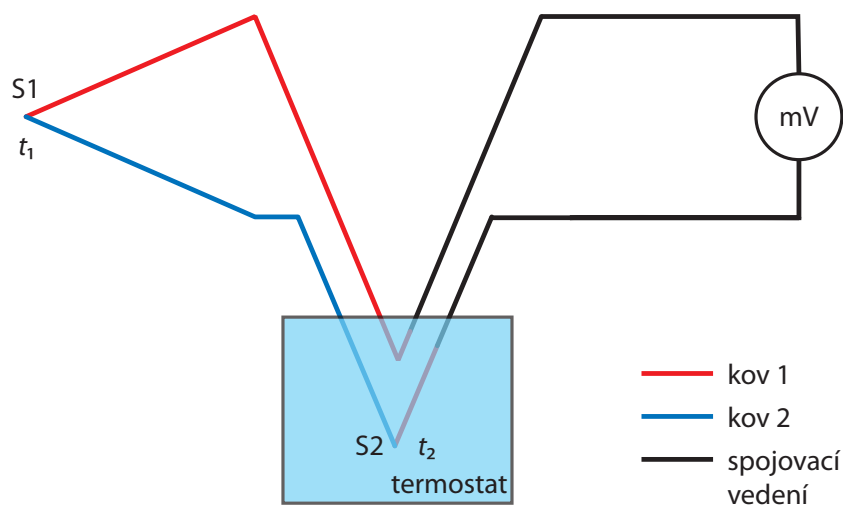
V technické praxi se nejčastěji používá termoelektrický článek, který má pouze jeden spoj různých kovů. Druhý spoj je pak v místě, kde se připojuje spojovací vedení nebo přímo měřicí přístroj. Na obr. 9 je zakresleno schéma termoelektrického článku s jedním spojem, doplněným kompenzačním a spojovacím vedením.



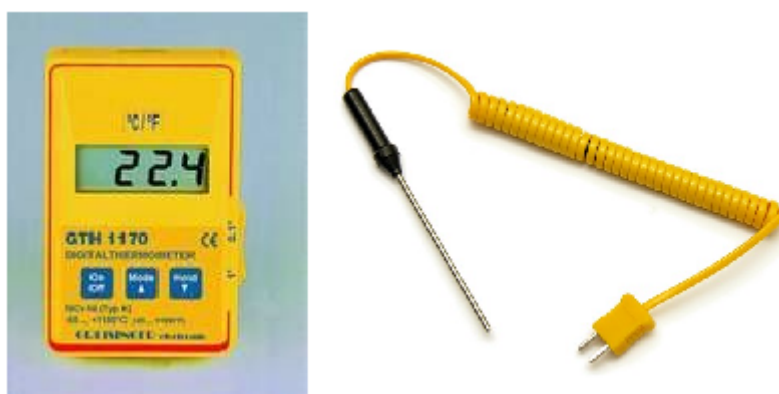
Obrázek 9: Termoelektrický článek s jedním spojem

Pro nej přesnější měření je nutné srovnávací teplotu termostatizovat. Přitom je nejvýhodnější použít termoelektrický článek s oběma konci, z nichž jeden umístíme do termostatu. Velmi dobrý termostat jednoduše získáme pomocí směsi ledu a vody v Dewarově nádobě, která se bez jakékoliv aktivní termostatizace udržuje na teplotě 0°C . Příklad zapojení termoelektrického článku s oběma konci je na obr. 10.

Z předchozího textu jednoznačně vyplývá, že termoelektrické články měří pouze rozdíl teplot, nikoliv absolutní hodnotu teploty. Přesto jsou běžně na trhu digitální teploměry s termočlávkovými sondami, které absolutní hodnotu teploty ukazují (viz obr. 11). To lze zařídit jen tak, že vlastní elektronická část teploměru je vybavena teplotním čidlem, které měří absolutně teplotu samotného teploměru (například termistor) a k jehož údaji se teplotní rozdíl určený termoelektrickým článkem přičítá.



Obrázek 10: Termoelektrický článek se dvěma spoji. První spoj je měřicí a druhý je termostatizován.



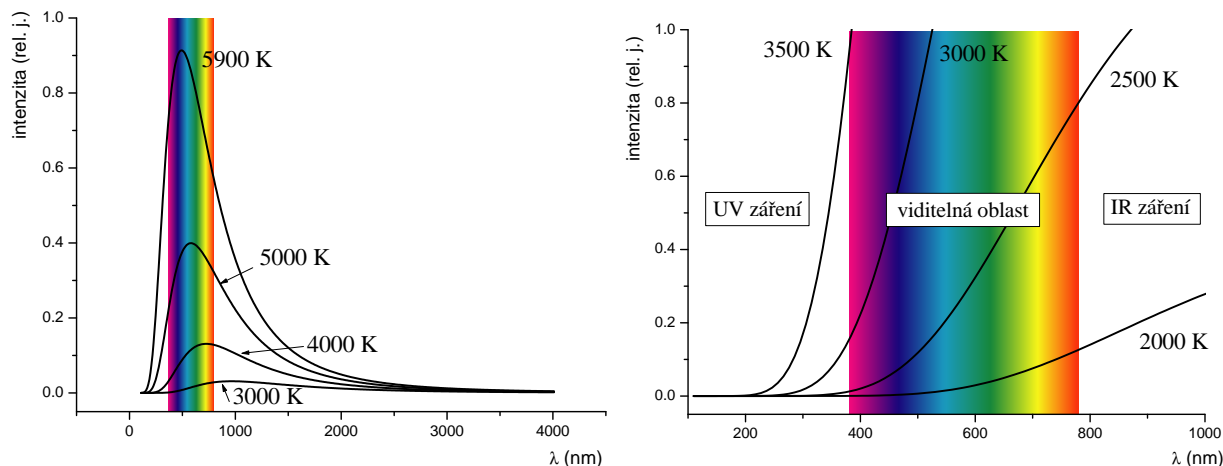
Obrázek 11: Digitální teploměr s teplotní termočláňkovou sondou typu K.

4 Infračervené teploměry

Každé těleso na teplotě vyšší než absolutní nula (tedy skutečně každé) vyzařuje elektromagnetické záření. Toto záření nazýváme tepelné, abychom jej odlišili od záření vzniklého jiným způsobem, například luminiscencí. Emise tepelného záření je ovlivněna zejména teplotou, ale také vlastnostmi povrchu tělesa. Ukazuje se, že nejvíce září to těleso, jež v dané oblasti vlnových délek nejvíce absorbuje. Ideálním zářičem je tedy těleso zcela pohlcující dopadající záření, tzv. dokonale černé těleso. Odchylku vyzařování konkrétního povrchu od vyzařování dokonale černého popisuje veličina zvaná emisivita ε , která je definovaná jako

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{I(\lambda, T)}{I_{\text{čt}}(\lambda, T)}, \quad (10)$$

kde $I(\lambda, T)$ je intenzita vyzařování daného povrchu o absolutní teplotě T na vlnové délce λ a $I_{\text{čt}}(\lambda, T)$ intenzita vyzařování dokonale černého tělesa o stejné teplotě a na stejné vlnové délce. Emisivita černého tělesa je tedy vždy rovna jedné, v běžných případech $\varepsilon < 1$. Pokud je emisivita



Obrázek 12: Spektrální hustota vyzařování dokonale černého tělesa.

tělesa v daném intervalu vlnových délek konstantní, těleso září jako tzv. šedý zářič. Mění-li se, mluvíme o selektivním zářiči. Se změnou teploty jsou spojeny dva charakteristické jevy:

1. S rostoucí teplotou se zmenšuje vlnová délka, při které je vyzařování největší. Tuto závislost popisuje tzv. Wienův posunovací zákon

$$\lambda_{\max} T = \text{konst} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}. \quad (11)$$

2. Současně se vzrůstem teploty prudce narůstá celková vyzařená energie dle Stefanova – Boltzmannova zákona

$$I_{\text{čt}} = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4} \quad (12)$$

Obě výše uvedené závislosti jsou zdůvodněním toho, že záření těles, která nás běžně obklopují, nevnímáme, a sama existence tohoto záření je pro mnohé laiky překvapením. Těleso na pokojové teplotě má maximum vyzařování pro vlnovou délku cca $10 \mu\text{m}$, což je daleko od oblastí viditelného světla.

Spektrální závislost intenzity vyzařování (přesněji řečeno spektrální hustota intenzity vyzařování) dokonale černého tělesa je popsána tzv. Planckovým vyzařovacím zákonem ve tvaru

$$I_{\text{čt}}(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{k_b T \lambda}} - 1\right)} \quad (\text{Wm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ nm}^{-1}), \quad (13)$$

kde h je Planckova konstanta ($6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$), c rychlost světla, k_b Boltzmannova konstanta ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$). Příklady závislostí pro některé teploty jsou na obr. 12.

Planckův vyzařovací zákon je úplným popisem záření dokonale černého tělesa. Dříve uvedené zákony – Wienův posunovací a Stefanův-Boltzmannův – jsou v něm obsaženy a je možné je z Planckova zákona odvodit.

Z výše uvedeného popisu je zřejmé, že tepelné záření emitované tělesem nese informaci o teplotě tělesa a může být využito pro bezkontaktní měření teploty. Přístroje měřící toto záření nazýváme infračervené (IR) teploměry.

Základním problémem při měření IR teploměry je určení emisivity měřeného povrchu. Z definice emisivity a Stefanova Boltzmannova zákona plyne vztah mezi skutečnou teplotou tělesa T a teplotou T_p , kterou ukazuje IR teploměr předpokládající, že těleso je dokonale černé

$$T = \frac{T_p}{\sqrt[4]{\varepsilon}}. \quad (14)$$

V praxi ale tento postup dává pouze přibližné výsledky a určená teplota nebo emisivita povrchu je zatíženou značnou chybou. Většina lepších IR teploměrů má možnost korekce na emisivitu měřeného tělesa. Pokud na přístroji nastavíme správnou emisivitu, provádí přístroj automaticky korekci a ukazuje správnou hodnotu teploty.

4.1 Principy detekce infračerveného záření IR teploměrem

Pro měření nižších teplot musíme použít snímač, který je schopen detekovat delší vlnové délky, tedy infračervenou oblast elektromagnetického spektra. V praxi se používá několik možností detekce infračerveného záření. Lze je rozdělit následujícím způsobem:

1. tepelné – měří ohřev čidla, na které dopadá fokusovaný svazek IR záření. Pro detekci ohřevu lze využít následující jevy:
 - (a) termoelektrický. IR záření ohřívá baterii sériově zapojených termoelektrických článků (cca 100) a měříme celkové generované napětí.
 - (b) odporový. Oteplení detektoru je snímáno prostřednictvím změny odporu vhodného materiálu. Používají se nejčastěji oxidy MgO, MnO, NiO, TiO₂ a jiné. Tyto detektory nazýváme bolometry. Mikrobolometrické senzory lze uspořádat do plošné matice, a tak získat plošný detektor termovizních kamer.
 - (c) pyroelektrický. Pyroelektrický jev je změna spontánní polarizace v závislosti na teplotě u některých materiálů zvaných pyroelektrika. Nejčastěji se používají keramické materiály na bázi titaničitanu a zirkoničitanu olovnatého (označení PZT), triglycin sulfát (TGS), polyvinylfluorid (PDF). Snímač je konstruován tak, že pyroelektrická látka tvoří dielektrikum kondenzátoru, na němž při změně teploty dochází k indukci elektrického náboje.
2. kvantové. Při absorpci fotonu elektronem z valenčního pásu polovodiče dojde k excitaci elektronu z valenčního do vodivostního pásu a ke vzniku páru elektron - díra. Zvýšením koncentrace nositelů proudu - elektronů a děr - dojde ke dvěma jevům:
 - (a) zvýšení vodivosti (snížení odporu) homogenního polovodiče. Jev nazýváme fotovodivost a takto pracující součástky fotoodpory. Změnu odporu pak můžeme detekovat podobným způsobem, jako u odporových teplotních čidel.
 - (b) generaci elektrického napětí. Dojde-li k absorpci fotonu v oblasti p-n přechodu, pak elektrické pole, jež je spontánně v oblasti p-n přechodu přítomné, oddělí oba druhy nositelů proudu od sebe a vzniká elektrické napětí, případně v uzavřeném obvodu elektrický proud. Tento jev nazýváme fotovoltaický.¹ Měření vzniklého elektrického napětí resp. elektrického proudu je již standardní experimentální úkol.

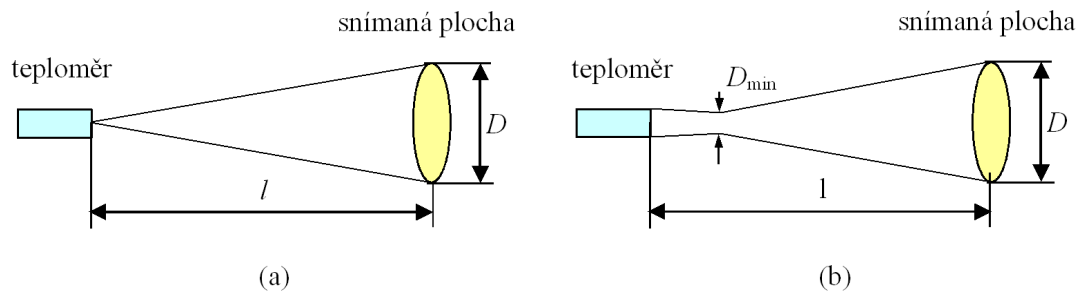
Kvantové detektory se používají u metrologicky nejpřesnějších měřidel – etalonů.

Důležitou charakteristikou IR teploměru je tzv. optika Ω , která určuje velikost oblasti, z níž IR teploměr záření snímá. Optika je definována jako poměr průměru snímané oblasti a její vzdálenosti od přístroje, viz obr. 13.

$$\Omega = D:l. \quad (15)$$

Je však třeba mít na paměti, že průměr snímané oblasti neklesá se snižující se vzdáleností od přístroje k nule, jak by mohl naznačovat obr. 13 (a), ale má jistou minimální hodnotu D_{min} . Reálný profil snímané oblasti vystihuje obr. 13 (b).

¹Právě tento jev je základem činnosti tzv. solárních článků, které umožňují přímý převod slunečního záření na elektrickou energii.



Obrázek 13: (a) K definici optiky IR teploměru. (b) Reálný profil snímané oblasti

4.2 Měření teploty infračerveným teploměrem

Infračervené teploměry, přes bezespornou výhodu rychlé, jednoduché a bezkontaktní metody, mají své nevýhody a měření s nimi přináší značné úskalí. V první řadě je to neznámá emisivita měřeného povrchu. Při měření nízkých teplot může být údaj IR čidla ovlivněn odrazem IR záření okolních předmětů, prostředím mezi měřeným objektem a vlastním snímačem. Někdy je nutné měřit teplotu přes okénko oddělující například vakuovaný prostor s měřeným tělesem. Okénko vždy snižuje tok záření a obvykle je nutné provést speciální kalibraci při daném experimentálním uspořádání.

Propustnost okénka \mathcal{T} lze orientačně stanovit z poměru intenzit záření prošlého přes okénko a záření dopadajícího na okénko

$$\mathcal{T} = \frac{T_{\text{IR,O}}^4}{T_{\text{IR,V}}^4}, \quad (16)$$

kde $T_{\text{IR,O}}$ je teplota vařiče měřená IR teploměrem přes okénko a $T_{\text{IR,V}}$ je teplota vařiče měřená IR teploměrem přímo. V případě okének s velmi malou propustností dává tento vztah zjevně nesprávné výsledky, neboť značná část záření měřená IR teploměrem přes okénko ve skutečnosti přichází odrazem záření z okolí na okénku, případně je vlastním zářením okénka. V této situaci je vhodné toto záření odečíst:

$$\mathcal{T} = \frac{T_{\text{IR,O}}^4 - T_{\text{IR,P}}^4}{T_{\text{IR,V}}^4}, \quad (17)$$

kde $T_{\text{IR,P}}$ je teplota změřená IR teploměrem přes okénko při pohledu na málo vyzařující objekt.

5 Relaxační doba odporového a termočláňkového čidla

Při měření teploty ve většině případů nejsou velké nároky na rychlost reakce teploměru. Vždy, když měříme teplotu okolního prostředí, nitra pece, kapalné náplně apod., je tepelná kapacita měřeného objektu řádově vyšší než kapacita teplotního čidla. Přesto mohou být situace, kdy je nutné měřit rychlé změny teploty – adiabatické expanze a komprese, silné exotermické reakce, rychlá žihání ohřevem laserovým nebo elektronovým svazkem apod.

Předpokládejme, že měřená teplota se změní skokem z hodnoty t_1 na t_2 . Reakce čidla na změnu teploty není okamžitá, ale probíhá s jistým zpožděním. Nejčastěji se předpokládá, že přechod signálu čidla z počáteční hodnoty na konečnou je dán tzv. přechodovou charakteristikou prvního řádu, která je popsána exponenciální funkcí dle vztahu

$$t(\tau) = t_2 - (t_2 - t_1)e^{-\frac{\tau}{\tau_m}} \quad (18)$$

kde τ_m je časová konstanta zvaná relaxační doba. Ta je důležitým parametrem charakterizujícím rychlost reakce teplotního čidla.

Změříme-li časovou závislost teploty při přechodovém ději, získáme časovou konstantu τ_m nejlépe prokladem exponenciální závislosti měřenými daty (pouze pochopitelně v úseku, kde se

teplota příslušně mění). Jiný přístup je založen na linearizaci měřené závislosti. Nejprve upravíme rovnici (18) tak, aby pravou stranu bylo možné logaritmovat

$$t(\tau) - t_2 = (t_1 - t_2) \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_m}} \quad (19)$$

Po logaritmování

$$\underbrace{\ln [(t(\tau) - t_2)]}_Y = -\underbrace{\frac{1}{\tau_m}}_{A \cdot X} \tau + \underbrace{\ln [(t_1 - t_2)]}_B \quad (20)$$

Pravá strana Y rovnice (20) je lineární funkcí času τ . Spočteme-li si hromadně, např. v programu QtiPlot, pro každou dvojici $\tau, t(\tau)$ z měření dvojici τ, Y a vyneseme-li ji do grafu, ze směrnice přímky získané lineární regresí snadno určíme časovou konstantu τ_m . Nevýhodou tohoto postupu je nutnost předem správně stanovit teplotu t_2 a současně nepatřičné ovlivnění čtverců odchylek měřených hodnot od teoretické křivky logaritmováním.

Reference

- [1] Marcel Kreidl, Měření teploty, BEN – technická literatura, Praha 2005.
- [2] <http://www.technotrend.cz/stranky/teorie/teorie3.htm>
- [3] <http://www.sensit.cz>

Úkoly

Identifikace teplotních čidel, relaxační doba

1. V olejové lázni proměřte teplotní závislost elektrického odporu či napětí neznámých odporových a termoelektrických čidel. Pro měření slouží program *Teplota_tab.vi*. Teplotu nechte vzrůstat v rozsahu 20–120 °C, závislosti zaznamenejte s krokem cca 5 °C. **Míchání nastavte velmi opatrně, ať magnet nerozbití rtuťový teploměr!** Naměřené závislosti vynesete do grafu a proložíte vhodným typem závislosti. Využijte program *QtiPlot*. Posuďte linearitu čidel, identifikujte jednotlivá čidla.
2. Stanovte relaxační dobu vybraných čidel:
 - (a) zapouzdřeného čidla (např. odporového čidla Pt 1000),
 - (b) nezapouzdřeného čidla (např. termoelektrického článku typu K).

Po spuštění měření na PC pod čidla postavte horkovzdušnou pistoli, na které předem nastavíte teplotu 100 °C. Po ustálení charakteristik čidel pistoli rychle odsuňte a zaznamenejte pokles teploty čidel až na laboratorní teplotu. Naměřené časové závislosti proložíte exponenciální, nebo nejprve linearizujete a proložíte lineární závislostí. Z prokladu stanovte relaxační dobu včetně její nejistoty měření. Výsledky porovnejte a komentujte pozorované rozdíly.

Měření s můstkem

1. Vyzkoušejte míru kompenzace ohřevu odporového čidla při můstkovém zapojení dvojice čidel. Umístěte obě čidla těsně k sobě, abychom mohli předpokládat stejnou teplotu bezprostředního okolí. Můstek zapojte do kanálu CH3 modulu NI 9219, napájení (cca 2,5 V) poskytuje dvojice svorek červená-černá, měření probíhá na svorkách červená-modrá. Vyvažte můstek, změřte si napájecí napětí při vyváženém můstku. Nechte protékat měřicí proud po dobu asi 10 minut (mezitím plňte jiné úkoly). Pak jedno čidlo vložte do těsné polystyrénové krabičky a opět vyčkejte asi 10 minut. Porovnejte a komentujte výsledky.

Měření teploty infračerveným teploměrem

1. Vyhřejte měděnou desku pokrytou černým, bílým a aluminiovým žáruvzdorným lakem na plotýnkovém vaříči asi na teplotu asi 300 °C. Poté vaříč vypněte. Nastavte na IR teploměru emisivitu $\epsilon = 1$. Z údaje IR teploměru získaného z lesklého a černého povrchu a skutečné teploty desky měřené termočlánkem určete emisivity všech tří povrchů. V praktiku máme k dispozici dva různé IR teploměry, k měření lze využít i jednoduchou termokameru na stativu (obraz zobrazuje program Topdon na počítači). Teploměry oblast povrchu, z níž se snímá IR záření, vyznačují laserovou stopou. Pokud použijete kontaktní termočlávkovou sondu, nejprve odhadněte její relaxační dobu při ohřevu, tj. za jak dlouho po jejím přiložení k měřenému povrchu se její teplota s teplotou povrchu vyrovná.
2. Změřte teplotu černého povrchu zahřátého asi na 300 °C přes „okénko“ z různých materiálů. Můžete použít IR teploměr nebo termokameru. Porovnejte vždy teploty měřené pouze infračerveným teploměrem s okénkem a bez okénka. Máme sadu „okének“, která zahrnuje polykarbonát, sklo, SiO₂, NaCl, CaF₂ a KBr (dielektrika), Ge, Si a GaAs (polovodiče) a Cu (kov). **Samotných okének se nedotýkejte, ani je nepřikládejte do blízkosti vaříče.** Určete propustnost okének \mathcal{T} v infračervené oblasti snímané teploměrem. Zvažte, zda pro výpočet propustnosti použijete vztah (16) nebo (17). Pozorování v protokolu komentujte a vysvětlete.
3. Změřte teplotu měděné plotny předem vychlazené v mrazničce pomocí kontaktního a IR teploměru. Oběma teploměry proměřte a) povrch s námrazou, b) čistý kovový povrch, ze kterého námrazu setřete žiletkou. Porovnejte údaje z obou teploměrů a spočítejte emisivitu obou povrchů. Jakou „barvu“ má led?
4. Zkontrolujte, zda jsou vypnuta všechna topná zařízení a infrakamera je odpojena od USB kabelu.

A Koeficienty teplotních čidel

Kód	Složení	Teplotní rozsah (dlouhodobý)	β ($\mu\text{V}/^\circ\text{C}$)		
			při 100 $^\circ\text{C}$	při 500 $^\circ\text{C}$	při 1000 $^\circ\text{C}$
K	NiCr(+) NiAl(-) chromel - alumel	0 až 1100	42	43	39
T	Cu(+) CuNi(-) měď - konstantan	-185 až 300	46		
J	Fe(+) CuNi(-) železo - konstantan	20 až 700	54	56	59
N	NiCrSi(+) NiSiMg(-) microsil - nisol	0 až 1100	30	38	39
E	NiCr(+) CuNi(-) chromel - konstantan	0 až 800	68	81	
R	PtRh13 Pt platina rhodium - platina	0 až 1600	8	10	13
S	PtRh10 Pt platina rhodium - platina	0 až 1550	8	9	11
G	W(+) WRh(-) wolfram - wolfram rhenium	20 až 2320	5	16	21

Tabulka 1: Seebeckův koeficient β termoelektrických čidel

A.1 Lineární aproximace teplotní závislosti kovových odporových čidel

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$$

materiál	$\alpha(K^{-1})$		teplotní rozsah použití
	v celém teplotním rozsahu	v intervalu 0 – 100 $^\circ\text{C}$	
Pt	$0,385 - 0,391 \cdot 10^{-2}$	$0,385 \cdot 10^{-2}$	-20 až 850 $^\circ\text{C}$
Ni	$0,617 - 0,675 \cdot 10^{-2}$	$0,618 \cdot 10^{-2}$	-70 až 200 $^\circ\text{C}$
Cu	$0,426 - 0,433 \cdot 10^{-2}$	$0,426 \cdot 10^{-2}$	-50 až 150 $^\circ\text{C}$

Tabulka 2: Koeficient α kovových odporových čidel

A.2 Polynomiální aproximace teplotní závislosti kovových odporových čidel

Pro platinový snímač a teplotní rozsah -200 $^\circ\text{C}$ až 0 $^\circ\text{C}$ je teplotní závislost odporu dána vztahem

$$R_t = R_0[1 + At + Bt^2 + Ct^3(t - 100)]$$

a pro teplotu vyšší než 0 $^\circ\text{C}$ vztahem

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$$

kde

R_0 je odpor při teplotě 0 $^\circ\text{C}$

$$A = 3,908\,02 \cdot 10^{-3} K^{-1}$$

$$B = -5,801\,95 \cdot 10^{-7} K^{-2}$$

$$C = -4,273\,50 \cdot 10^{-12} K^{-3}$$

Pro teplotní závislost odporu niklového snímače lze použít v celém pracovním rozsahu vztah

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2 + Ct^4 + Dt^6)$$

kde

$$A = 5,485 \cdot 10^{-3} K^{-1}$$

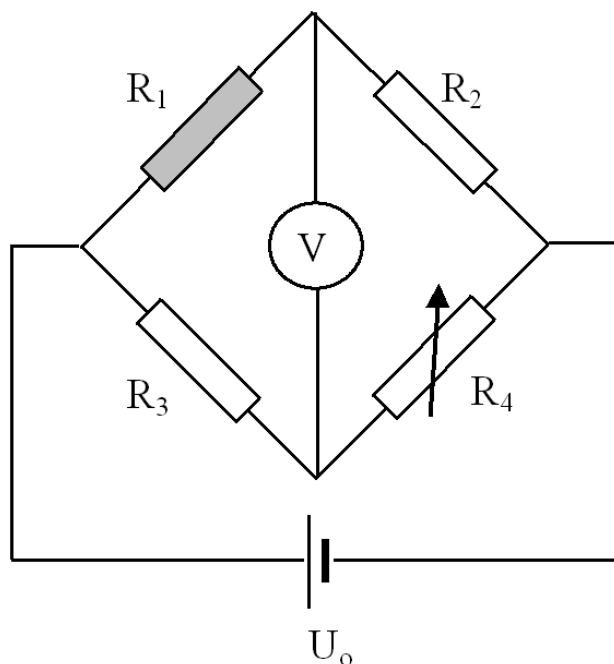
$$B = 6,65 \cdot 10^{-6} K^{-2}$$

$$C = 2,805 \cdot 10^{-11} K^{-4}$$

$$D = 2,0 \cdot 10^{-17} K^{-6}$$

Potřebnou inverzní závislost získáme nejnázne numericky, proložením vhodného polynomu inverzní funkcí $t(R)$ (prosté prohození sloupců X a Y při kreslení grafu)

B Měření teploty s odporovými čidly v můstkovém zapojení – jedno čidlo v můstku



Obrázek 14: Zapojení odporového čidla do můstku. Čidlo je na místě šedého obdélníku

Zapojíme-li do Wheatstonova můstku (viz obr. 14) místo odporu R_1 kovové odporové čidlo, v lineární aproximaci teplotní závislosti odporu čidla dostaneme pro rovnováhu na můstku

$$\frac{R_0(1 + \alpha\Delta t)}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (21)$$

kde R_0 je odpor čidla při jisté srovnávací teplotě a α teplotní odporový koeficient. Odtud jednoduše získáme

$$\Delta t = \frac{1}{\alpha} \frac{R_3 R_2}{R_4 R_0} - 1. \quad (22)$$

Pokud měříme napětí voltmetrem s velmi vysokým vnitřním odporem, pak i v případě nevyváženého můstku poteče odpory R_1 a R_2 stejný proud (označíme I_1). Podobně symbolem I_2 budeme značit proud tekoucí odpory R_3 a R_4 . Zřejmě platí

$$(R_1 + R_2)I_1 = U_o \quad (23)$$

$$(R_3 + R_4)I_2 = U_o \quad (24)$$

přičemž stejně jako dříve je na místě odporu R_1 odporové teplotní čidlo s teplotní závislostí $R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta t)$.

Pokud byl můstek při teplotě t_0 vyvážen, plyne z 2. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku vztah

$$R_0I_1 = R_3I_2, \quad (25)$$

odkud po dosazení z rovnic (23) a (24) dostaneme

$$\frac{R_0}{R_0 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad (26)$$

Není-li můstek vyvážen, plyne obdobně z 2. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku rovnice

$$R_1I_1 = R_3I_2 + U. \quad (27)$$

Po dosazení teplotní závislosti odporu a malých úpravách získáme vztah

$$U_o \left[\frac{R_0(1 + \alpha\Delta t)}{R_0(1 + \alpha\Delta t) + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U. \quad (28)$$

Pokračujeme v úpravách výrazu v hranaté závorce:

$$U_o \left[\frac{R_0(1 + \alpha\Delta t)}{R_0 + R_2 + R_0\alpha\Delta t} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U$$

$$U_o \left[\frac{R_0}{R_0 + R_2} \cdot \frac{1 + \alpha\Delta t}{1 + \frac{R_0\alpha\Delta t}{R_0 + R_2}} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U.$$

Pro úpravu složeného zlomku využijeme aproximaci

$$\frac{1}{1 + x} \doteq 1 - x \quad \text{pro } x \ll 1$$

s jejíž pomocí dostaneme

$$U_o \left[\frac{R_0}{R_0 + R_2} \cdot (1 + \alpha\Delta t) \left(1 - \frac{R_0\alpha\Delta t}{R_0 + R_2} \right) - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U. \quad (29)$$

S využitím rovnice (26) a po roznásobení závorek dostaneme

$$U_o \left[\frac{R_0}{R_0 + R_2} \cdot (1 + \alpha\Delta t) \left(1 - \frac{R_0\alpha\Delta t}{R_0 + R_2} \right) - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U. \quad (30)$$

Třetí člen v závorce je druhého řádu malosti a můžeme jej vzhledem k prvním dvěma členům zanedbat. Dále algebraickými úpravami vyloučíme veličinu Δt

$$\Delta t = \frac{U}{\alpha U_o} \frac{R_3 + R_4}{R_3} \frac{1}{1 - \frac{R_3}{R_3 + R_4}} \quad (31)$$

a po odstranění složeného zlomku získáme výsledný vztah

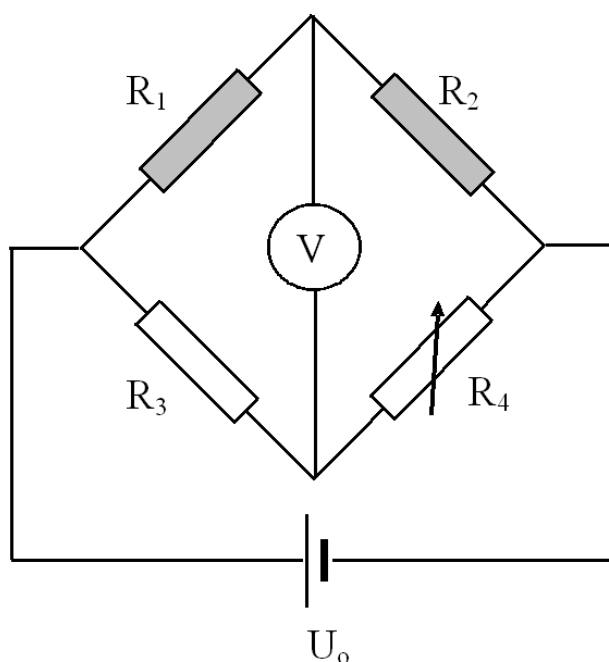
$$\Delta t = \frac{U}{\alpha U_o} \frac{(R_3 + R_4)^2}{R_3 R_4}. \quad (32)$$

Vidíme, že měřená teplota je přímo úměrná napětí na můstku; konstanta úměrnosti je určena použitým napájecím napětím a hodnotami odporů v můstku. Pokud použijeme symetrický můstek, pro který při vyvážení platí $R_0 = R_2 = R_3 = R_4$, rovnice se zjednoduší na

$$\Delta t = \frac{4U}{U_0 \alpha} \quad (33)$$

Je však třeba mít na mysli, že uvedený postup vedoucí k jednoduše přímé úměře mezi měřeným napětím a teplotou využil několika aproximací, které jsou tím lépe splněny, čím je teplotní rozdíl vzhledem ke srovnávací teplotě menší.

C Měření teploty s odporovými čidly v můstkovém zapojení – dvě čidla v můstku



Obrázek 15: Wheatstoneův můstek se dvěma odporovými čidly R_1 a R_2

Klasický Wheatstoneův můstek je na obrázku (16). Při vyvážení můstku (tj. když na voltmetru je nulové napětí) platí

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (34)$$

Pokud místo R_1 a R_2 zapojíme dvě odporová čidla, dostaneme

$$\frac{R_0(1 + \alpha t_1)}{R_0(1 + \alpha t_2)} = \frac{R_3}{R_4}, \quad (35)$$

kde R_0 je odpor čidla při jisté srovnávací teplotě a α teplotní odporový koeficient², odkud po jednoduchých úpravách s využitím aproximace

$$\frac{1}{1+x} \doteq (1-x) \text{ pro } x \ll 1$$

²Předpokládáme, že takto měříme malé rozdíly teplot, pro které můžeme vždy použít lineární vztah mezi teplotou a odporem.

získáme

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_3}{R_4} - 1 \right). \quad (36)$$

Pro praktické měření je ovšem výhodnější jiný postup. Před měřením vyvážíme můstek za situace, kdy jsou obě čidla na stejné teplotě. Přitom, použijeme-li shodných čidel, můžeme předpokládat, že při vyvážení bude $R_3 = R_4$. Při vlastním měření pak můstek nevyvažujeme, ale pouze měříme napětí voltmetrem v úhlopříčce můstku. Tento postup lze snáze automatizovat, protože měření napětí a sběr těchto dat počítačem je standardní a snadný úkol, zatímco automatické vyvažování můstku by byl experimentální problém.

Odvodíme potřebné vztahy. Pokud měříme napětí voltmetrem s velmi vysokým vnitřním odporem (a všechny digitální voltmetry nebo přídavné měřicí karty do PC tuto podmínku splňují), pak i v případě nevyváženého můstku poteče odpory R_1 a R_2 stejný proud (označíme I_1). Podobně symbolem I_2 budeme značit proud tekoucí odpory R_3 a R_4 . Zřejmě platí

$$(R_1 + R_2) I_1 = U_o \quad (37)$$

$$(R_3 + R_4) I_2 = U_o \quad (38)$$

Není-li můstek vyvážen, plyne z 2. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku vztah

$$R_1 I_1 = R_3 I_2 + U \quad (39)$$

kde U je napětí měřené na voltmetru v úhlopříčce můstku.

Odtud s použitím rovnic (37) a (38) dostaneme

$$\frac{R_1 U_o}{R_1 + R_2} = \frac{R_3 U_o}{R_3 + R_4} + U \quad (40)$$

V dalším použijeme již výše zmíněný předpoklad $R_3 = R_4 \equiv R$ spolu s vyjádřením teplotní závislosti odporu obou čidel ve tvaru

$$R_1 = R_0(1 + \alpha \Delta t_1), \quad (41)$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha \Delta t_2) \quad (42)$$

kde Δt_1 a Δt_2 jsou změny teploty obou čidel oproti teplotě, za které byl můstek vyvážen. Dosažením do rovnice (40) a po malých úpravách máme

$$U_o \frac{R_0(1 + \alpha \Delta t_1)}{R_0(1 + \alpha \Delta t_1 + 1 + \alpha \Delta t_2)} - \frac{R U_o}{R + R} = U \quad (43)$$

což lze převést na tvar

$$\frac{U_o}{2} \frac{1 + \alpha \Delta t_1}{1 + \frac{\alpha}{2} (\Delta t_1 + \Delta t_2)} - \frac{U_o}{2} = U \quad (44)$$

Podobně jako v předchozím odvození použijeme aproximaci

$$\frac{1}{1+x} \doteq (1-x) \text{ pro } x \ll 1,$$

s jejíž pomocí získáme vztah

$$\frac{U_o}{2} \left\{ 1 + \alpha \Delta t_1 - \frac{\alpha}{2} \Delta t_1 - \frac{\alpha}{2} \Delta t_2 - \left[\frac{\alpha^2}{2} \Delta t_1 (\Delta t_1 + \Delta t_2) \right] - 1 \right\} = U \quad (45)$$

Od začátku se snažíme najít vztah pro případ, kdy změny teploty jsou jen malé (tj. $\alpha \Delta t \ll 1$). V tom případě je člen v hranaté závorce druhého řádu malosti a můžeme jej zanedbat. Odtud již jednoduchými úpravami dostaneme výsledný vztah

$$\Delta t = \frac{4U}{U_o \alpha} \quad (46)$$

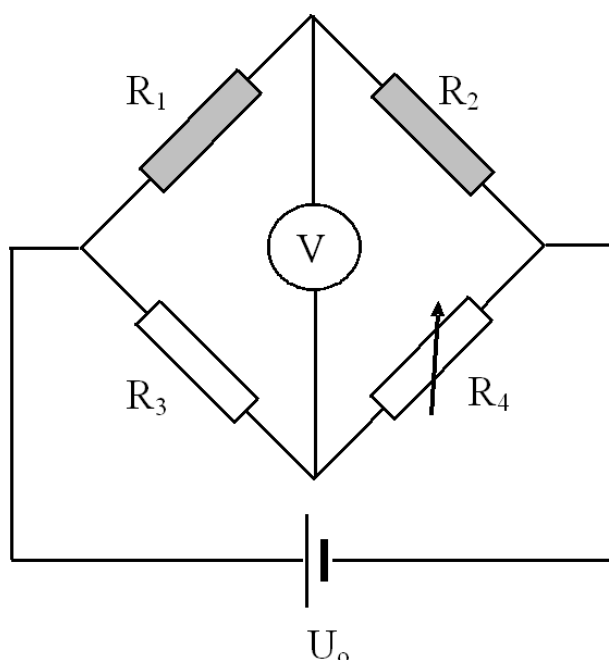
kde $\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2$ je rozdíl teplot mezi oběma čidly.

D Měření malých teplotních rozdílů

Teplotní rozdíl ve dvou místech prostoru můžeme samozřejmě vždy měřit tak, že změříme obě teploty samostatnými teploměry a pak tyto hodnoty od sebe odečteme. Tento postup je však nevýhodný a v případech, kdy měřený rozdíl teplot je malý, dokonce prakticky nepoužitelný. Uvážíme-li, že chyba běžných elektrických teploměrů (odporových či termoelektrických) je v řádu desetin °C, je zřejmé, že snaha takto měřit teplotní rozdíly stejného řádu bude jen velmi málo přesná³. Mnohem výhodnější je využít snímače, který je konstruován tak, aby měřil přímo teplotní rozdíl. Vyhnete se tak nutnosti měřit malou změnu veličiny na pozadí velké hodnoty, což je experimentálně vždy nevhodné.

Pro měření teplotního rozdílu lze využít dvou metod využívajících elektrická snímací čidla:

1. dvojitý termoelektrický článek,
2. dvě odporová čidla zapojená do můstku.



Obrázek 16: Wheatstoneův můstek se dvěma odporovými čidly R_1 a R_2

Zatímco termoelektrický článek je snímač, který v principu měří právě rozdíl teplot, dvojici odporových čidel zapojíme do můstku namísto rezistorů R_1 a R_2 (viz obr. 16). Čidla nejprve uvedeme na stejnou teplotu a můstek vyvážíme (při shodných čidlech $R_3 = R_4$). Potom při oddálení čidel nám rozladění můstku, tj. příčné napětí na můstku, indikuje rozdílnost teplot obou čidel. Při malém rozladění lze pro teplotní rozdíl Δt mezi oběma čidly odvodit vztah (viz příloha C)

$$\Delta t = \frac{4U}{U_o\alpha}, \quad (47)$$

kde U_o je napájecí napětí a α teplotní koeficient odporu.

³Příkladem situace, kdy co nejpřesnější měření teplotní rozdílu je velmi důležité, je měření vstupní a výstupní teploty topného média při vytápění objektů, jež je nutné pro měření odebraného tepla a následnou kalkulaci topných nákladů. K tomu se používají tzv. „párované snímače teploty“, což je dvojice snímačů tvořící samostatně kalibrovaný a neoddělitelný pár, viz např. <http://www.sensit.cz/>

Srovnání termoelektrických a odporových snímačů

Srovnáme nyní citlivost obou zmíněných metod. Měřený rozdíl teplot je v obou případech určen z měřeného napětí U : u dvojice odporových čidel podle vztahu (47) a pro dvojitý termoelektrický článek dle rovnice (9).

Teplotní rozdíl je vždy přímo úměrný měřenému napětí. Ze zákona šíření chyb pak plyne, že relativní chyba teplotního rozdílu bude v obou případech rovna relativní chybě měřeného napětí. Absolutní chyba $S_{\Delta t}$ je určena číselnou hodnotou multiplikační konstanty, tj.

$$S_{\Delta t} = \frac{4S_U}{U_o\alpha} \text{ (odporové);} \quad S_{\Delta t} = \frac{S_U}{\beta} \text{ (termoelektrický článek)} \quad (48)$$

Dosadíme-li typické číselné hodnoty [1] dostaneme

$$S_{\Delta t} = 1000 \cdot S_U \text{ (odporové);} \quad S_{\Delta t} = 25000 \cdot S_U \text{ (termoelektrický článek),} \quad (49)$$

kde jsme použili $U_o = 1V$.

Vidíme, že použití dvojice odporových čidel poskytuje mnohem vyšší citlivost. Chceme-li měřit teplotní rozdíl s chybou $1^\circ C$, stačí u odporových čidel měřit napětí s citlivostí 1 mV , zatímco termoelektrické články požadují desítky μV . Na druhé straně odporová čidla vyžadují přesný stabilizovaný zdroj napětí a navíc měření může být zatíženo systematickou chybou danou ohřevem snímače průchodem proudem⁴. Právě poslední skutečnost neumožňuje zvyšovat citlivost odporového můstku zvětšováním napájecího napětí $U_o = 1V$. Další výhodou termoelektrický snímačů je snadná dostupnost nezapouzdřených snímačů s malou tepelnou kapacitou, což je důležitý parametr omezující měření rychlých změn teploty v čase. Odporová čidla jsou běžně zapouzdřená a jejich tepelná kapacita je vyšší.

⁴Uvědomme si však, že případný ohřev odporového snímače je u relativní můstkové metody do značné míry kompenzován. Kompenzace řady systematických chyb je charakteristickou výhodou relativních měřících metod obecně.