

# Úloha č.5 - Meranie modulu pružnosti pevných látok

Vladimír Domček  
394013  
Skupina č.8

Astrofyzika  
2. semester  
12.4.2012

## Laboratórne podmienky:

Teplota: 25,2 °C  
Tlak: 98,20 kPa  
Vlhkosť: 48%

## 1 Postup

### 1.1 Meranie modulu pružnosti v ťahu priamou metódou z dĺžkového predĺženia drôtu

Pomocou digitálnych váh zväžíme hmotnosť použitých závaží. Dĺžku drôtu  $l$  zmeriame zvinovacím metrom, šírku  $d$  mikrometrickým meradlom. Nastavíme digitálnych uchytkomer na nulu a dávame pozor, aby meral výchilky vždy presne v strede závažia. Postupne pridávame závažie a zapisujeme si hodnoty. Tie vynesieme do grafu, preložíme nimi priamku a smernicu tejto priamky dosadíme do vzťahu (1), z ktorého dopočítame modul pružnosti v ťahu.

$$E = \frac{4gl}{\pi d^2 k} \quad (1)$$

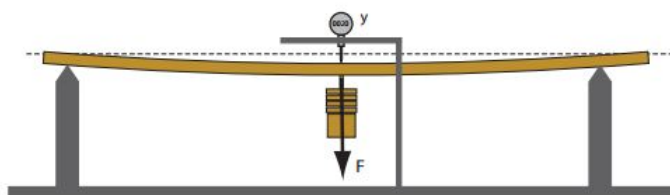


Obr.1 Priama metóda

## 1.2 Meranie modulu pružnosti v ťahu z priehybu plného obdĺžnikového nosníku

Zmeriame hrúbku  $a$ , šírku  $b$  nosníku pomocou dostupných meradiel tak, aby nám dali čo najmenšiu neistotu merania. Navlečieme na nosník strmeň a nastavíme ho na správnu polohu pod úchylkomer. Opäť si odvážime závažia, ktoré budeme používať a potom ich postupne prikladáme na nosník, pričom meriame jeho ohyb. Meranie opakujeme pre 4 rôzne druhy materiálov, pričom pri jednom z nich si zapisujeme aj hodnoty pri odoberaní závažia. Hodnoty vynesieme do grafu, preložíme nimi priamku a spočítame jej smernicu. Hodnoty dosadíme do vzťahu (2) a dopočítame Youngov modul pružnosti.

$$E = \frac{l^3 g}{4ka^3 b} \quad (2)$$

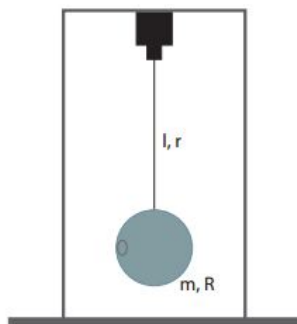


Obr.2 Priehyb nosníku

## 1.3 Meranie modulu pružnosti v šmyku dynamickou metódou

Dĺžku drôtu  $l$  a polomer gule  $R$  si zmeriame pomocou katétometra, na odmeranie šírky drôtu  $r$  použijeme mikrometrické meradlo. Na zmeranie hmotnosti gule  $m$  nemáme potrebné pomôcky, preto budeme veriť údajom, ktoré sú na nej vyrazené. Po zapísaní potrebných údajov nám stačí už len zistiť periódu kmitov a pomocou vzťahu (3) dopočítame modul pružnosti v šmyku. Periódu získame stopnutím 10 prechodov označenej časti gule nami zvolenou hranicou po jej otočení o uhol približne  $90^\circ$ .

$$G = \frac{16\pi m R^2 l}{5r^4 T^2} \quad (3)$$



Obr.3 Torzný oscilátor

## 2 Vyhodnotenie

### 2.1 Meranie modulu pružnosti v ťahu priamou metódou

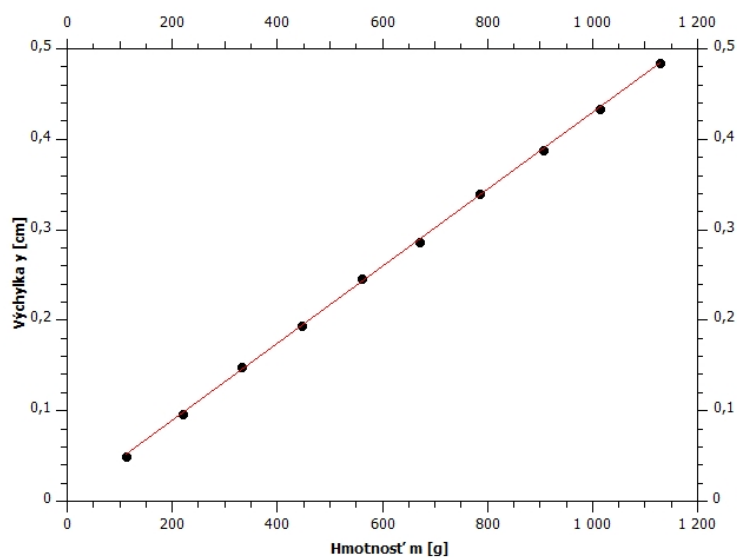
Závažie	1	2	3	4	5
m [g]	112,745	108,111	112,176	113,562	113,137

Závažie	6	7	8	9	10
m [g]	112,027	113,322	120,091	108,365	115,173

Tab.1 Hmotnosti použitých závaží

Hmotnosť závažia [g]	$\Delta y$ [cm]
112,745	0,050
220,856	0,097
333,032	0,149
446,594	0,194
559,731	0,246
671,758	0,286
785,080	0,340
905,171	0,388
1 013,536	0,434
1 128,709	0,484

Tab.2 Namerané hodnoty predĺženia drôtu



Obr.2 Graf závislosti predĺženia drôtu na hmotnosti závaže

$$k = (425 \pm 2)10^{-9} \text{cm.kg}^{-1}$$

$$l = (156,5 \pm 0,5) \text{cm}$$

$$d = (0,049 \pm 0,001) \text{cm}$$

$$E = \frac{4gl}{\pi d^2 k} = (192 \pm 8) \text{GPa}$$

## 2.2 Meranie modulu pružnosti v ťahu

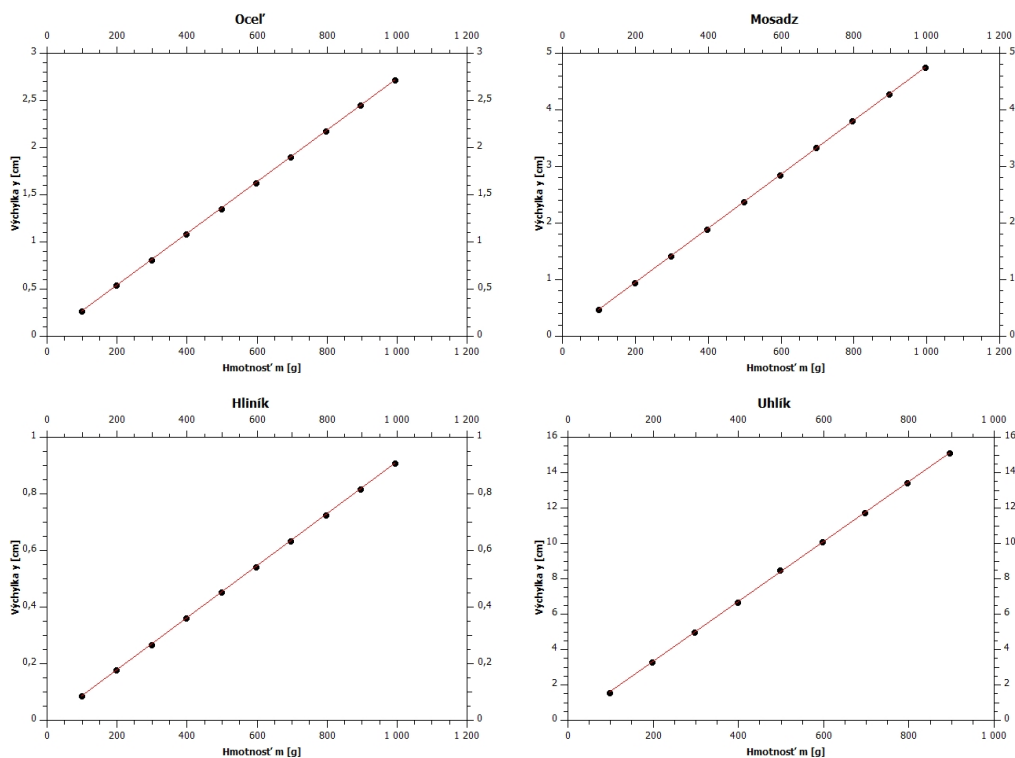
Závažie	1	2	3	4	5
m [g]	99,062	99,618	99,615	99,955	99,720

Závažie	6	7	8	9	10
m [g]	99,745	99,654	99,618	99,368	99,390

Tab.3 Hmotnosti použitých závaží

Hmotnosť závažia [g]	$\Delta y$ oceľ [cm]	$\Delta y$ mosadz [cm]	$\Delta y$ hliník [cm]	$\Delta y$ uhlík [cm]
98,062	0,265	0,470	0,085	1,561
197,680	0,540	0,945	0,177	3,287
297,295	0,811	1,422	0,268	4,990
397,250	1,082	1,893	0,360	6,656
496,970	1,354	2,376	0,452	8,486
596,715	1,629	2,851	0,543	10,088
696,369	1,900	3,327	0,633	11,754
795,987	2,172	3,802	0,725	13,409
895,355	2,446	4,277	0,816	15,090
994,745	2,716	4,750	0,907	

Tab.4 Namerané hodnoty výchyliek



Obr.3 Grafy závislosti prehybania nosníkov na hmotnosti závaží

### 2.3 Oceľ

$$k = \frac{\Delta y}{m} = (2733 \pm 1)10^{-9}\text{cm.kg}^{-1}$$

$$l = (90,0 \pm 0,1)\text{cm}$$

$$a = (0,4895 \pm 0,0005)\text{cm}$$

$$b = (2,860 \pm 0,002)\text{cm}$$

$$E = \frac{l^3 g}{4ka^3 b} = (195 \pm 1)\text{GPa}$$

### 2.4 Mosadz

$$k = (4775 \pm 2)10^{-9}\text{cm.kg}^{-1}$$

$$l = (90,0 \pm 0,1)\text{cm}$$

$$a = (0,5020 \pm 0,0005)\text{cm}$$

$$b = (2,824 \pm 0,002)\text{cm}$$

$$E = \frac{l^3 g}{4ka^3 b} = (104,8 \pm 0,5)\text{GPa}$$

### 2.5 Hliník

$$k = (9162 \pm 6)10^{-10}\text{cm.kg}^{-1}$$

$$l = (90,0 \pm 0,1)\text{cm}$$

$$a = (0,9855 \pm 0,0005)\text{cm}$$

$$b = (2,846 \pm 0,002)\text{cm}$$

$$E = \frac{l^3 g}{4ka^3 b} = (71,6 \pm 0,3)\text{GPa}$$

### 2.6 Uhlík

$$k = (1697 \pm 7)10^{-7}\text{cm.kg}^{-1}$$

$$l = (90,0 \pm 0,1)\text{cm}$$

$$a = (0,4975 \pm 0,0005)\text{cm}$$

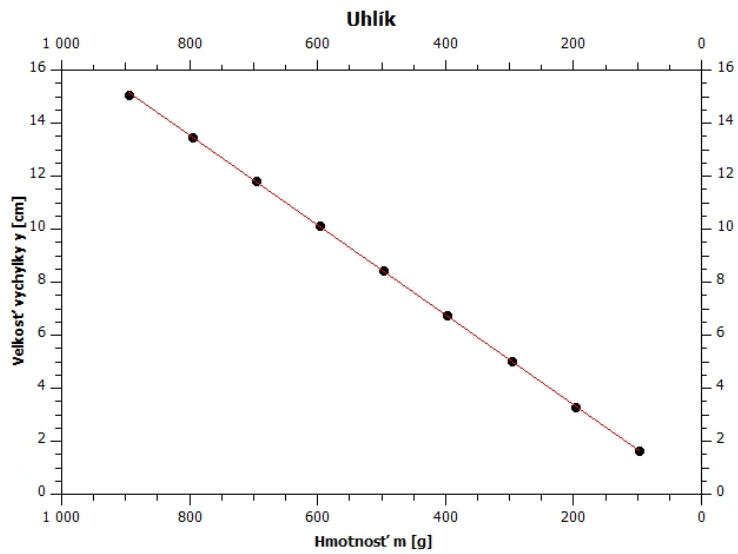
$$b = (1,5 \pm 0,002)\text{cm}$$

$$E = \frac{l^3 g}{4ka^3 b} = (5,70 \pm 0,04)\text{GPa}$$

### 2.7 Uhlík, odoberanie závažia

Hmotnosť závažia [g]	$\Delta y$ [cm]
895,355	15,056
795,987	13,483
696,369	11,833
596,715	10,144
496,970	8,430
397,250	6,751
297,295	5,017
197,680	3,280
98,062	1,628

Obr.4 Namerané hodnoty pri odoberaní závažia



Obr.4 Graf závislosti predĺženia drôtu na hmotnosti

$$k = (1694 \pm 7)10^{-7} \text{cm.kg}^{-1}$$

$$l = (90,0 \pm 0,1) \text{cm}$$

$$a = (0,4975 \pm 0,0005) \text{cm}$$

$$b = (1,5 \pm 0,002) \text{cm}$$

$$E = \frac{l^3 g}{4ka^3 b} = (5,70 \pm 0,04) \text{GPa}$$

## 2.8 Meranie modulu pružnosti v šmyku dynamickou metódou

$$l = (0,51760 \pm 0,00001) \text{m}$$

$$r = (0,00050 \pm 0,00001) \text{m}$$

$$R = (0,0513 \pm 0,0001) \text{m}$$

$$T = (3,959 \pm 0,001) \text{s}$$

$$m = 5,905 \text{ kg}$$

$$G = \frac{16\pi m R^2 l}{5r^4 T^2} = (82,5 \pm 6,6) \text{GPa}$$

### 3 Záver

Modul pružnosti ocele meraný priamou metódou predĺženia oceľového drôtu nám vyšiel  $E = (192 \pm 8)\text{GPa}$ . Neistota merania je veľká hlavne vďaka príspevku relatívnej neistoty merania šírky drôtu. Na meranie sme použili mikrometrické meradlo a teda sme použili najpresnejšie dostupné meradlo. Pre oceľ sa v tabuľkách udáva modul pružnosti v intervale  $(190 - 210)\text{GPa}$ .

Moduly pružnosti merané ohybom na nosníku nám vyšli nasledovne:

oceľ -  $(195 \pm 1)\text{GPa}$   
mosadz -  $(104,8 \pm 0,5)\text{GPa}$   
hliník -  $(71,6 \pm 0,3)\text{GPa}$   
uhlík -  $(5,70 \pm 0,04)\text{GPa}$

pričom pre uhlík sme merali počas pridávania aj odoberania závažia. Hodnota smernice nám vyšla len minimálne rozdielne a na výsledku sa naprejavila. V tabuľkách sme našli nasledujúce hodnoty:

oceľ -  $(190 - 210)\text{GPa}$   
mosadz -  $(103 - 124)\text{GPa}$   
zliatiny hliníka -  $69\text{GPa}$   
uhlík -  $150\text{GPa}$

Ako môžeme vidieť, namerané hodnoty sa nám okrem uhlíka približne zhodujú s tabuľkovými. Odlišná hodnota uhlíka je pravdepodobne spôsobená tým, že vzorka, ktorú sme merali nebola z čistého uhlíka. Tento fakt podporuje aj vizuálna podoba materiálu.

Modul pružnosti v šmyku oceľového drôtu nám vyšiel  $G = (82,5 \pm 6,6)\text{GPa}$ , pričom v tabuľkách udávaná hodnota je  $G = (79 - 89)\text{GPa}$ .