Úloha č.6 - Elektrický kalorimeter

Vladimír Domček
394013
Skupina č.8

Astrofyzika
2. semester
19.4.2012

Laboratórne podmienky:
Teplota: 23,1 °C
Tlak: 96,60 kPa
Vlhkosť: 48%

1 Teória

Elektrický kalorimeter je zariadenie, ktoré dovoľuje merať tepelnú kapacitu kvapalín aj pevných látok. Na rozdiel od kalorimetru zmiešavacieho dovoľuje jednoducho určiť mernú tepelnú kapacitu absolútne a nie len relatívne vzhladom ku kapacite inej látky. Elektrický kalorimeter je tepelne izolovaná nádoba s elektrickou výhrevnou špirálou, teplomerom a miešačkou. Energia, ktorú výhrevná špirála dodá do kalorimetra, sa určí jednoduchu z prúdu, napätia a času, počas ktorého špirála pracovala. Pokiaľ neuvažujeme tepelné straty, môžeme pre energetickú výmenu medzi špirálou a kalorimetrom s náplňou písať:

$$(mc + K)(t - t_p) = UI\tau \tag{1}$$

kde jednotlivé symboly majú štandardní význam:

m - hmotnosť náplne
c - merná tepelná kapacita náplne
K - tepelná kapacita kalorimetra
t - výsledná teplota
t_p - počiatočná teplota
U - napätie
I - prúd
τ - čas

Reálny elektrický kalorimeter je zaťažený tepelnými stratami, ktorých existencia nie je v rovnici zahrnutá.

1.1 Presné analytické riešenie

Dá sa očakávať, že tepelné straty budú závislé na rozdiele teploty okolia a okamžitej stále sa meniacej teploty kalorimetra. Aby sme tento efekt dokázali zohľadniť, musíme prepísať rovnicu (1) do diferenciálneho tvaru

$$(mc + K)dt + dQs = UId\tau \tag{2}$$

do ktorého sme doplnili tepelné straty kalorimetra dQs za infinitizimálne krátky časový interval $d\tau$. Predpokladajme, že tepelné straty sa dajú popísať tzv. Newtonovým zákonom ochladzovania, podľa ktorého tepelné straty sú priamo úmerné rozdielu teploty chladnúceho objektu t a teploty okolia t_0:

$$dQs = \beta(t - t_0)d\tau \tag{3}$$

kde β je konštanta úmernosti, ktorú nazývame koeficient chladnutia. Dosadením a postupnou úpravou rovníc sa dostaneme až k výslednému tvaru:

$$t = t_0 + \frac{UI}{\beta}\left(1 - e^{-\frac{\beta}{mc+K}\tau}\right) \tag{4}$$

1.2 Aproximatívne riešenie

Pri aproximatívnom popise tepelných strát sa chceme vyhnúť nutnosti riešiť diferenciálnej rovnice. V zhode s rovnicou (3) vyjadríme tepelné straty. Pritom predpokladáme, že počas ohrievania rastie teplota kalorimetru lineárne s časom podľa vzťahu

$$t = \alpha\tau + t_p, \quad \text{kde} \quad \alpha = \frac{t_v - t_p}{\tau_m} \tag{5}$$

Teplota teda rastie lineárne z počiatočnej hodnoty t_p do výslednej hodnoty t_v tak, že celková doba ohrievania je rovná τ_m. Predpoklad lineárneho rastu teploty je celkom určite nesprávny a na prvý pohľad je jeho použitie nelogické. Veď práve vďaka tepelným stratám teplota lineárne nerastie. Pokiaľ však sú tepelné straty len malé v porovnaní s výkonom vyhrievacej špirály, skutočný časový priebeh teploty sa od priamky príliš nelíši a jeho nahradenie lineárnou závislosťou je len malou chybou v malej oprave a teda chybou druhého rádu malosti. Musíme ale mať stále na pamäti, že tato aproximácia je tím lepšia, čím sú tepelne straty menej významné a nie je možné ním dostatočne presne popísať priebeh teploty v neobmedzenom časovom intervale, ako to dokáže analytický model. Ak predpokladáme priebeh teploty podľa rovnice (môžeme celkove tepelne straty za dobu ohrevu τ_m určiť ako:

$$Qs = \int_0^{\tau_m} \beta(t - t_0) d\tau \tag{6}$$

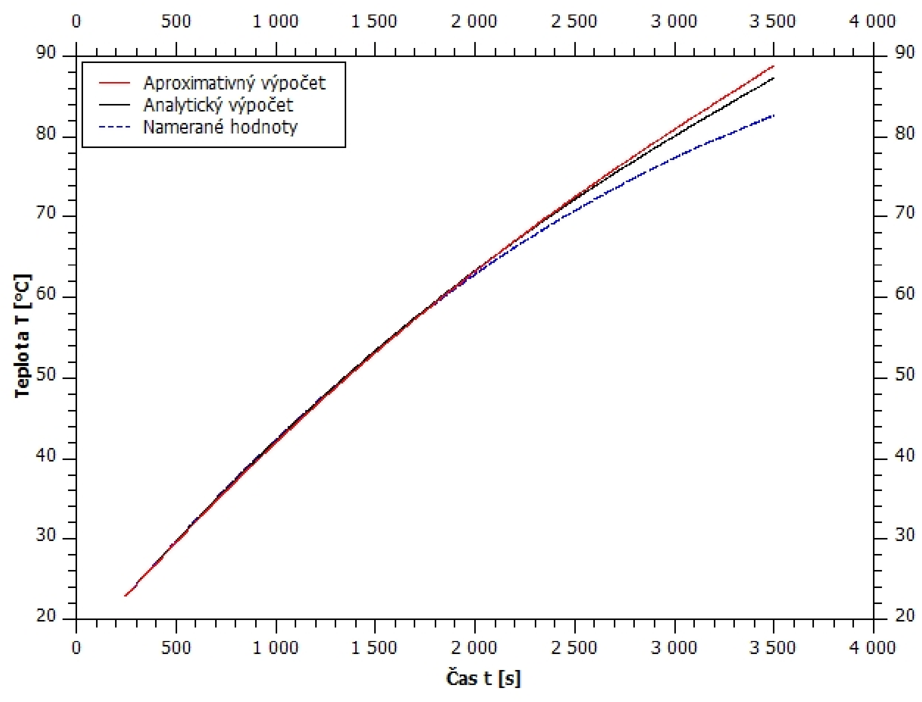
Postupným zintegrovaním a dosadením rovníc (5)(6) do rovnice (1) sa dostávame ku kalorimetrickej rovnici po započítaní tepelných strát aproximatívnou metódou:

$$(mc + K)(t_v - t_p) + \beta\tau_m \left(\frac{t_v + t_p}{2} - t_0\right) = UI\tau_m \tag{7}$$

Pokiaľ stotožníme výslednú teplotu t_v so závislou premennou t a celkový čas τ_m s nezavislou premennou τ, tak nám stačí už len algebricky vyjadriť časovú závislosť teploty t(τ):

$$t = \frac{\tau(UI + \beta t_0 - \frac{\beta}{2} t_p) + t_p(mc + K)}{mc + K + \frac{\beta\tau}{2}} \tag{8}$$

2 Vyhodnotenie



Obr.1 Graf

hmotnosť prázdnej nádoby: $(223,7 \pm 0,1)$g
hmotnosť nádoby s vodou: $(698,6 \pm 0,1)$g
hmotnosť vody:
m = $(474,9 \pm 0,1)$g
K = 200,768 J.K^{-1}
c = 4180 J.kg^{-1}.K^{-1}
U = 24,13 V
I = 2,495 A

3 Záver

Z výsledného grafu môžeme vidieť, že ku koncu merania sa nám začali namerané a vypočítané hodnoty mierne rozchádzať. Aj tak si ale môžeme všimnúť, že krivka získaná z analytického výpočtu sa drží bližšie k reálnym hodnotám ako krivka získaná z aproximatívneho výpočtu. Výraznejšie rozdiely by sa dali pozorovať, ak by sme predĺžili dobu merania, čo však z praktických dôvodov nebolo možné.