

Praktická astrofyzika – astrometrie

Cílem úlohy je prozkoumat metodu určení nějakých univerzálních souřadnic (nejčastěji rovníkových 2.druhu) zkoumaného objektu pomocí poloh katalogových hvězd na snímku.

Prvním krokem bude výběr referenčních hvězd na snímku. Je rozumné naklást na hvězdy, které použijeme, určitá kritéria. Hvězdy by měli mít vhodnou jasnost - neměly by být ani moc jasné a tedy přetečené, ani příliš slabé (nízký poměr S/N). Dále by měly být přibližně symetricky rozložené vůči objektu na snímku. Posledním kritériem je výběr vhodného astrometrického katalogu – nabízí se např. USNO (A2.0 nebo B1.0), UCAC2, případně GSC.

Když máme výběr referenčních hvězd za sebou, je nutné zjistit jejich polohy na snímku. To se obvykle provádí metodou centroidů, která spočívá ve výpočtu těžiště intenzit pixelů z blízkého okolí odhadnutého středu hvězdy. Protože počátek souřadnic na CCD snímku bývá standardně umístěn v levém dolním rohu, je dobré přepočítat polohy hvězd k nově zvolenému středu, který určíme například pomocí aritmetického průměru poloh hvězd:

$$x_0 = \frac{1}{N} \sum x_i \quad y_0 = \frac{1}{N} \sum y_i$$

Nové souřadnice potom vypočteme jako (v dalším textu je ve značení kvůli přehlednosti vypuštěn index c):

$$\begin{aligned} x_c &= x - x_0 \\ y_c &= y - y_0 \end{aligned}$$

Dalším krokem je gnomonická projekce rovníkových souřadnic 2.druhu, které jsme zjistili z katalogu, na pravoúhlé souřadnice na snímku. Pokud označíme souřadnice středu projekce v soustavě sférických souřadnic α_0 , δ_0 , a souřadnice hvězdy potom u , v , α , δ , dají se tyto transformace v aproximaci zapsat jako:

$$\begin{aligned} u_i &= -c(\alpha_i - \alpha_0) \cos \delta_0 \\ v_i &= c(\delta_i - \delta_0) \end{aligned}$$

Rozměrová konstanta c se vypočte jako podíl transformovaných rovníkových souřadnic a pravoúhlých souřadnic na snímku:

$$c = \sqrt{\frac{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}{(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2}}$$

kde $\Delta x = x_i - x_j$ pro $i \neq j$. Pro větší přesnost je lépe, použít více hodnot Δx , tzn. odečítat nejdříve po sobě jdoucí hodnoty, pak hodnoty ob jednu apod. Podobně se potom postupuje při výpočtu Δy , Δu a Δv .

Nyní je nutné takto transformované souřadnice ztotožnit s pravoúhlými souřadnicemi hvězd na snímku. To se provede pomocí posunu středu snímku a jeho otočení kolem tohoto středu:

$$\begin{aligned} \bar{u}_i &= X_0 + Au_i + Bv_i \\ \bar{v}_i &= Y_0 - Bu_i + Av_i, \end{aligned}$$

kde $A = \cos \varphi$ a $B = \sin \varphi$. Koeficienty X_0 , Y_0 , A a B najdeme pomocí metody nejmenších čtverců, kterou minimalizujeme čtverce odchylek hledaných souřadnic \bar{u} a \bar{v} od souřadnic hvězd

na snímku. Dostaneme následující vztahy:

$$\mathbf{MX}=\mathbf{S}$$

$$M = \begin{pmatrix} cN & 0 & c \sum u_i & \sum v_i \\ 0 & cN & \sum v_i & -\sum u_i \\ c \sum u_i & \sum v_i & \sum (u_i^2 + v_i^2) & 0 \\ c \sum v_i & -\sum u_i & 0 & \sum (u_i^2 + v_i^2) \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ A \\ B \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} \sum x_i \\ \sum y_i \\ \sum (x_i u_i + y_i v_i) \\ \sum (x_i v_i - y_i u_i) \end{pmatrix}$$

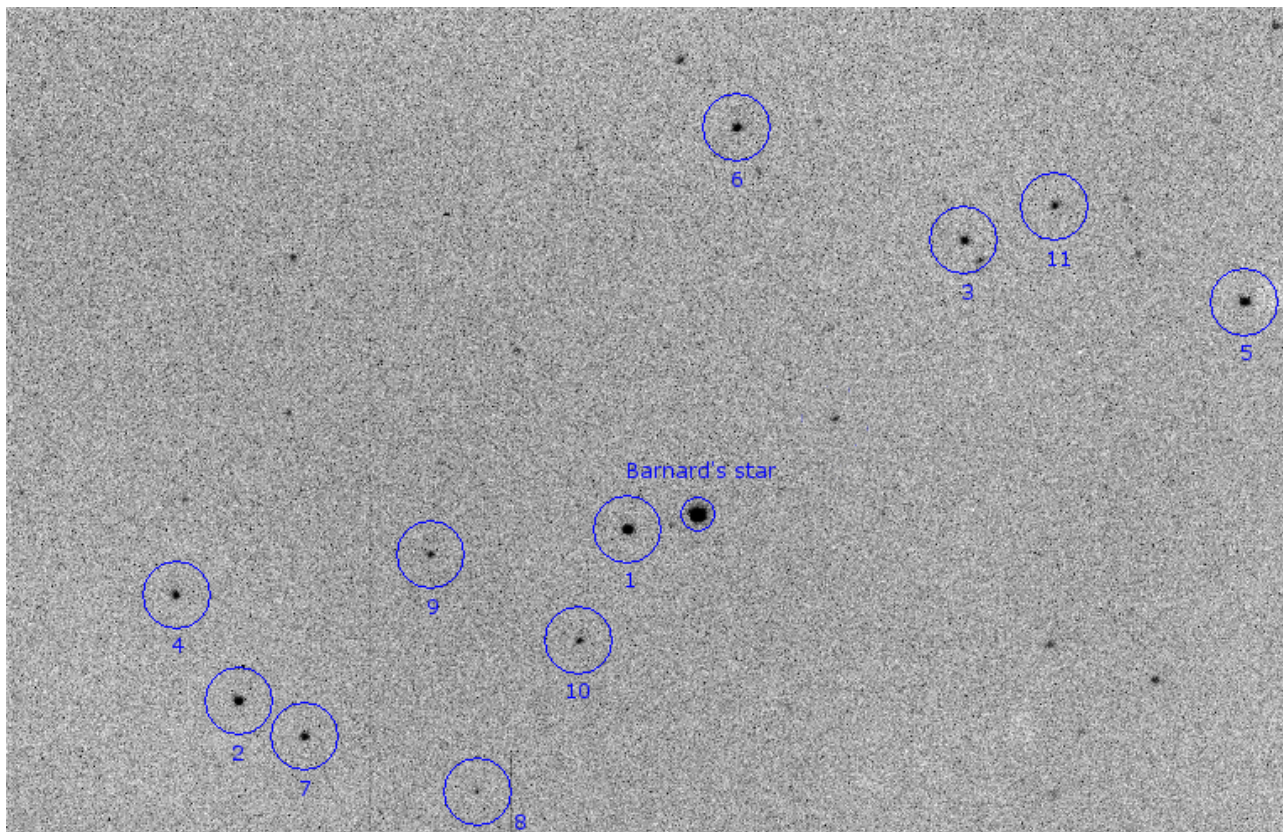
Hledané rovníkové souřadnice našeho objektu dostaneme zpětnou transformací:

$$u = \frac{A(x_c - X_0) + B(Y_0 - y_c)}{A^2 + B^2} \quad v = \frac{A(y_c - Y_0) + B(x_c - X_0)}{A^2 + B^2}$$

$$\alpha = \frac{u}{c \cos \delta_0} + \alpha_0 \quad \delta = \frac{v}{c} + \delta_0$$

Určení polohy Barnardovy hvězdy

Naším úkolem bylo nalézt rektascenzi a deklinaci Barnardovy hvězdy ze snímků, pořízených 16.6.2005 v pozorovatelně Masarykovy univerzity v Brně na Kraví hoře. Použil jsem k tomu 11 referenčních hvězd, jejichž souřadnice na snímku jsem zjistil pomocí programu AvisFits a souřadnice (α, δ) jsem získal z katalogu UCAC2 (UCAC2 Catalogue – Zacharias+ 2004) pomocí aplikace Aladin (CDS – Strasbourg). Všechny údaje o hvězdách jsou v *tabulce 1*, jejich polohy jsou označeny na *obrázku 1*.



Obrázek 1

	x	y	α	δ	x_c	y_c	u	v
barnard's star	410,93	198,26			45,19	-13,29		
1	369,53	189,79	269,466453	4,705614	3,79	-21,76	4,22	-21,92
2	138,01	88,00	269,553065	4,665351	-227,73	-123,55	-225,01	-128,85
3	569,92	361,77	269,392114	4,772165	204,18	150,22	200,97	154,81
4	100,52	150,86	269,567779	4,688756	-265,22	-60,69	-263,96	-66,69
5	736,59	325,47	269,328772	4,759905	370,85	113,92	368,62	122,26
6	434,66	428,89	269,443898	4,796289	68,92	217,34	63,92	218,88
7	177,31	66,73	269,538042	4,657676	-188,43	-144,82	-185,25	-149,23
8	279,55	33,93	269,499063	4,646521	-86,19	-177,62	-82,09	-178,85
9	252,33	175,06	269,510655	4,699153	-113,41	-36,49	-112,77	-39,08
10	341,01	123,91	269,476761	4,680600	-24,73	-87,64	-23,06	-88,35
11	623,66	382,59	269,371919	4,780530	257,92	171,04	254,42	177,03

Tabulka 1

Výsledky

Souřadnice nového středu snímku vyšly:

$$x_0 = 365,74$$

$$y_0 = 211,55$$

V rovníkových souřadnicích:

$$\alpha_0 = 269,468047^\circ$$

$$\delta_0 = 4,713869^\circ$$

Rozměrová konstanta c :

$$c = 2656 \pm 2 \text{ pixelů/}^\circ$$

Pro výpočet koeficientů použijeme následující matice:

$$M = \begin{pmatrix} 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 622987,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 622987,1 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 622390,8 \\ 13928,5 \end{pmatrix}$$

Po vynásobení příslušných matic dostáváme:

$$X_0 = 0$$

$$Y_0 = 0$$

$$A = 1,0011$$

$$B = 0,0224$$

Zpětnou transformací vypočteme gnomonické souřadnice našeho objektu:

$$u = 45,42$$

$$v = -12,25$$

A nakonec zjistíme jeho rovníkové souřadnice:

$$\alpha = 269,48521^\circ$$

$$\delta = 4,70926^\circ$$

Ve standardně používaných jednotkách:

$$\alpha = 17^{\text{h}}57^{\text{m}}56^{\text{s}}$$

$$\delta = 4^{\circ}42'33''$$

Závěr:

Astrometrie je podstatnou součástí astronomického výzkumu, zvláště pokud se jedná o nové objekty (GRB, supernovy, novy, vy, y) nebo objekty, které rychle mění svou polohu. Výše popsaná metoda je sice zjednodušená, nicméně dává docela dobré výsledky použitelné pro nalezení objektu našeho zájmu.