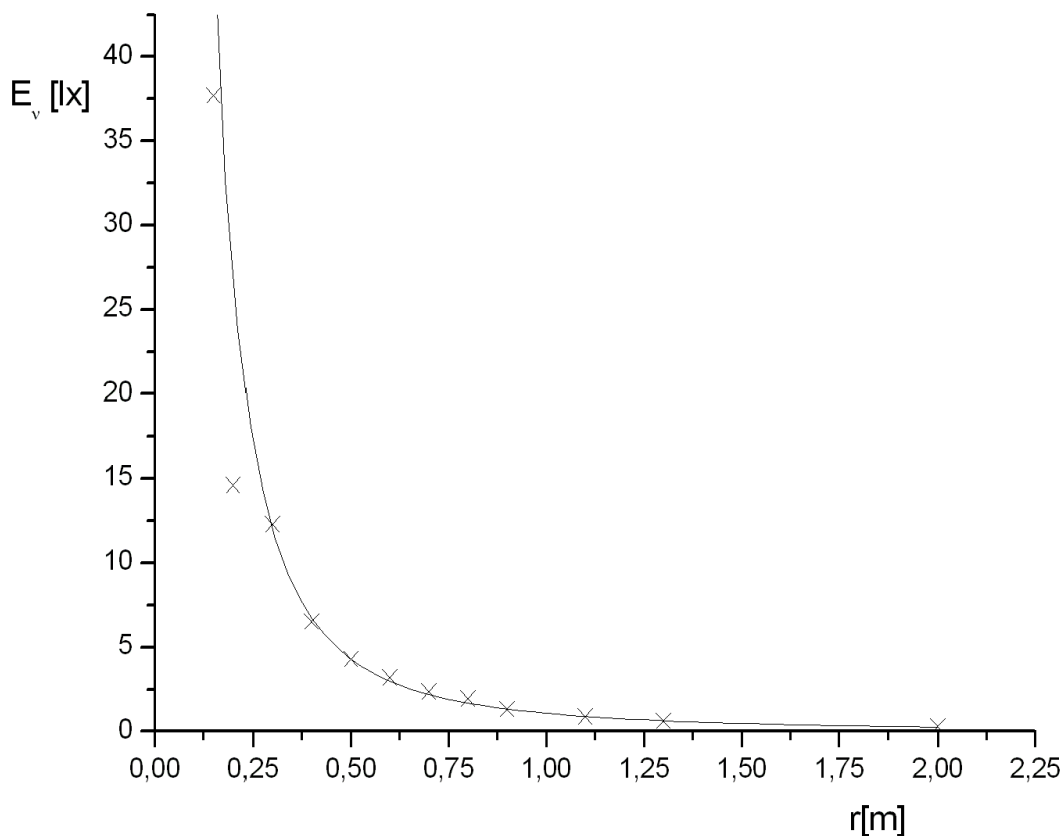


## Měření s luxmetrem

### Úkol:

S pomocí luxmetru ověřte na plamenu svíčky klesání intenzity osvětlení se čtvercem vzdálenosti a vypočtete energii vyzařenou svíčkou do stran ve viditelném oboru spektra. Výsledek vyjádřete v energetických jednotkách.

Osvětlení měříme pomocí luxmetru, který je citlivý ve stejném oboru elmag. spektra, jako lidské oko. Proměříme závislost osvětlení na vzdálenosti od svíčky.



Graf 1

Graf 1 ukazuje závislost osvětlení na vzdálenosti luxmetru od svíčky. Naměřenými hodnotami je proložena křivka  $y = \frac{1}{ax^2}$  (z výpočtu byly vypuštěny první tři body, protože jejich hodnoty osvětlení

byly zjištěny dost nepřesně). Máme tedy funkci  $E_v = \frac{1}{ax^2}$  a z rozměrové analýzy dostaneme

$lx = \frac{cd}{m^2} = \frac{1}{[a]m^2}$ , z čehož vidíme, že rozměr  $[a] = cd^{-1}$ . Z definice  $cd$  plyne, že je to svítivost

zdroje o zářivosti  $\frac{1}{683} \frac{J}{s sr}$  a frekvenci  $f = 540 \cdot 10^{12} Hz$ . Proložená závislost dává hodnotu

parametru  $a = (0,93 \pm 0,02) cd^{-1}$ , tedy  $a^{-1} = (1,08 \pm 0,03) \frac{J}{s sr}$ .

## Aperturní fotometrie

### Úkoly:

1. Odhadněte úroveň oblohy  $B_a$  na základě minimálně 30 pixelů dostatečně daleko od objektu.
2. Sečtěte signál od hvězdy  $D_{ij}$  v kruhovém okolí kolem nejjasnějšího pixelu hvězdy. Od měřené intenzity přitom odečítejte i úroveň oblohy ( $I_{ij} = D_{ij} - B_a$ ,  $I = \sum I_{ij}$ ). Použijte různě velké clonky.
3. Vypočtete instrumentální magnitudu:  $m = 25 - 2,5 \log_{10} I$  (kde  $I$  je signál od hvězdy s odečtenou úrovní oblohy). Proč závisí magnituda na velikosti clonky?

ad 1.

Úroveň oblohy byla určena z hodnot intenzity 80 pixelů po obvodu výřezu ze snímku.

$$B_A = (3118 \pm 5)$$

ad 2.

clonka	1	2	3	4	5	6	7
počet pixelů v clonce	221	145	85	61	41	25	13
$I$	8648	8915	9056	9123	9155	8881	8105
instrumentální magnituda	15,16	15,12	15,11	15,10	15,10	15,13	15,23

*Tabulka 1: Hodnoty intenzit pixelů uvnitř jednotlivých clonek a vypočtené instrumentální magnitudy*

*Pozn.:* Clonky jsou seřazeny podle velikosti od největší po nejmenší a jsou zobrazeny na přiloženém obrázku 1 (strana 6).

ad 3.

s použitím všech sedmi clonek  $j = (15,13 \pm 0,02) \text{ mag}$

s použitím pěti největších clonek  $j = (15,12 \pm 0,01) \text{ mag}$

*Kontrola pomocí programu MuniPack:*

Výpis instrumentálních magnitud dané hvězdy zjištěných programem MuniPack (prvních 9 clonek, v druhém řádku je uvedena chyba):

15.258	15.140	15.118	15.127	15.181	15.188	15.153	15.175	15.047
0.021	0.025	0.033	0.046	0.067	0.090	0.116	0.156	0.182

## Profilová fotometrie

### Úkoly:

1. Odhadněte pološířku profilu.
2. Metodou nejmenších čtverců odhadněte parametry  $G_0$  a  $B_p$ . Na jejich základě pak odhadněte celkový signál. Porovnejte se signálem získaným předchozí metodou.

Nejdříve proložíme daty následující profil:  $G_{ij} = G_0 e^{-\frac{(i-i_0)^2 + (j-j_0)^2}{2\sigma^2}} + B_p$ , kde  $G_{ij}$  je profil v bodě  $[i, j]$ ,  $[i_0, j_0]$  označuje střed hvězdy,  $B_p$  je úroveň oblohy a  $\sigma$  je pološířka profilu. Odhadneme pološířku profilu jako  $\sigma^2 = \frac{h_x^2 + h_y^2}{2}$ , kde  $h_x^2 = \frac{\sum I_{ij}(i-i_0)^2}{\sum I_{ij}}$ ,  $h_y^2 = \frac{\sum I_{ij}(j-j_0)^2}{\sum I_{ij}}$  a  $I_{ij} = D_{ij} - B_A$ .

Pro určení profilu zřejmě záleží na volbě velikosti matice, kterou použijeme, protože na ní závisí vypočtená pološířka profilu. K výpočtu intenzity v jednotlivých pixelech použijeme hodnotu pozadí

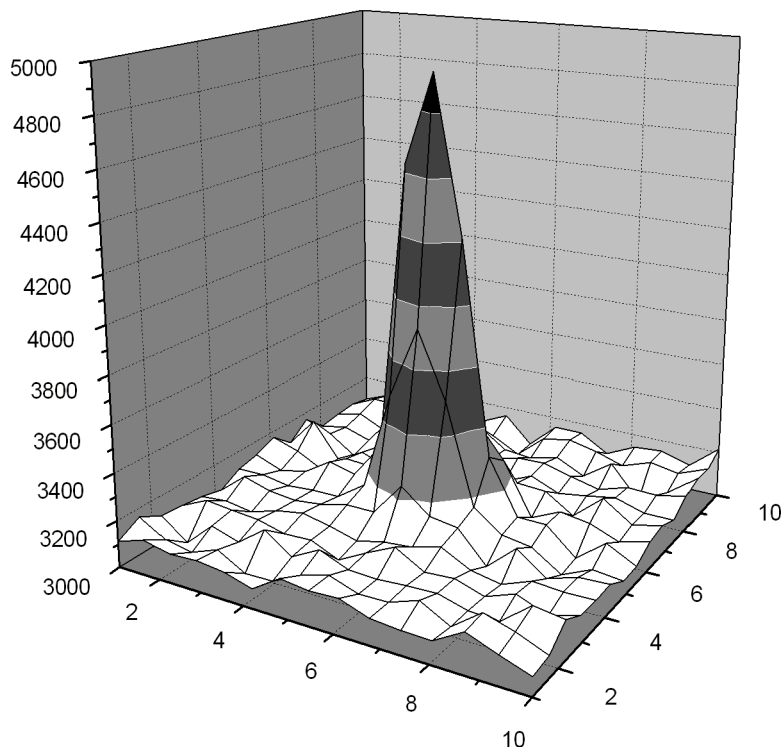
zjištěnou z aperturní fotometrie, pokud obdržíme po jejím odečtení zápornou hodnotu, nahradíme ji nulou. Tady se ukazuje, že velmi záleží na kladných odchylkách intenzity od hodnoty pozadí, a to tím více, čím dále jsou od centrálního bodu s nejvyšší intenzitou (to je patrné ze vzorců, pro určení  $h_x^2$  a  $h_y^2$ ). Metodou nejmenších čtverců určíme parametry:

$$B_p = \frac{\sum E_{ij} \sum E_{ij} D_{ij} - \sum D_{ij} \sum E_{ij}^2}{(\sum E_{ij})^2 - n \sum E_{ij}^2}, \quad G_0 = \frac{n \sum D_{ij} E_{ij} - \sum D_{ij} \sum E_{ij}}{n \sum E_{ij}^2 - (\sum E_{ij})^2}, \quad \text{přičemž } E_{ij} = e^{-\frac{(i-i_0)^2 + (j-j_0)^2}{2\sigma^2}}$$

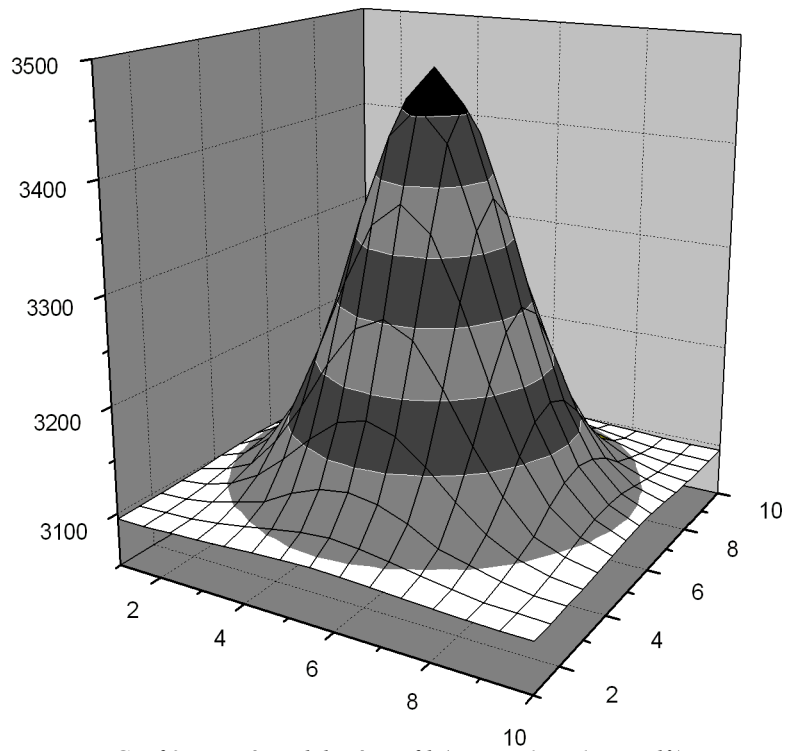
a  $n_1=15^2$ ,  $n_2=11^2$ ,  $n_3=9^2$  (při výpočtu jsem použil matice 15 x 15, 11 x 11 a 9 x 9 pixelů kolem nejjasnějšího pixelu). K výpočtu instrumentální magnitudy potom sečteme hodnoty intenzit určených z rovnice profilu pro danou velikost matice. Samozřejmě nezapomeneme odečíst hodnotu pozadí každého pixelu. V *tabulce 2* jsou uvedeny rovnice profilů, vypočtené hodnoty jednotlivých parametrů a výsledná instrumentální magnituda hvězdy. V následujících grafech jsou zobrazeny profily hvězdy – jednak pozorovaný, jednak modely pro různé velikosti matic.

velikost matice	profil	součet intenzit pixelů v matici	chyba	$\sigma^2$	$\sigma$	instrumentální magnituda	chyba
15 x 15	$G_{ij} = 387 e^{-\frac{i^2+j^2}{12,149}} + 3095$	14653	733	6,075	2,465	14,59	0,06
11 x 11	$G_{ij} = 839 e^{-\frac{i^2+j^2}{4,376}} + 3102$	11528	577	2,188	1,479	14,85	0,06
9 x 9	$G_{ij} = 1060 e^{-\frac{i^2+j^2}{3,048}} + 3120$	10149	508	1,524	1,234	14,98	0,06

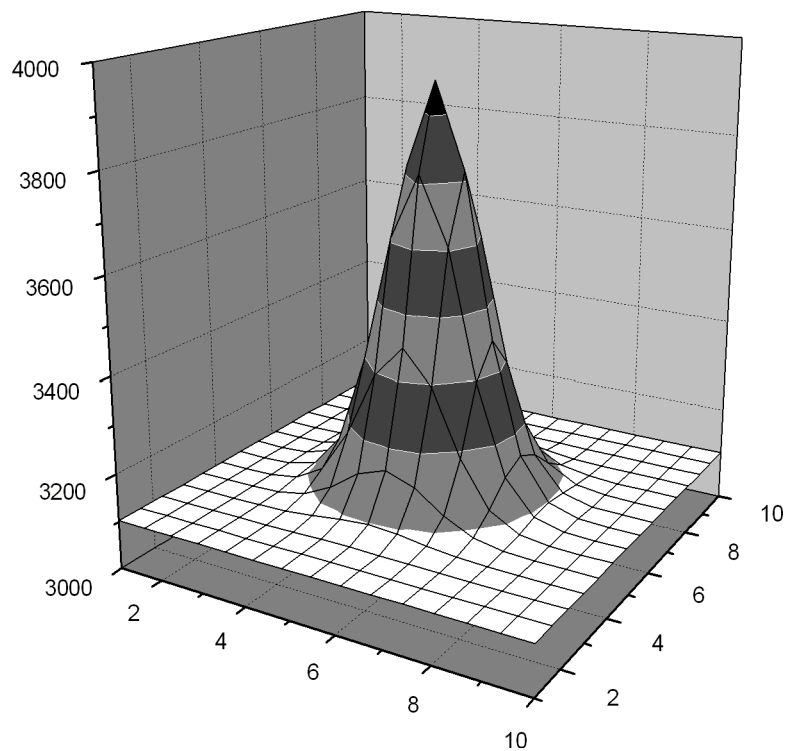
Tabulka 2



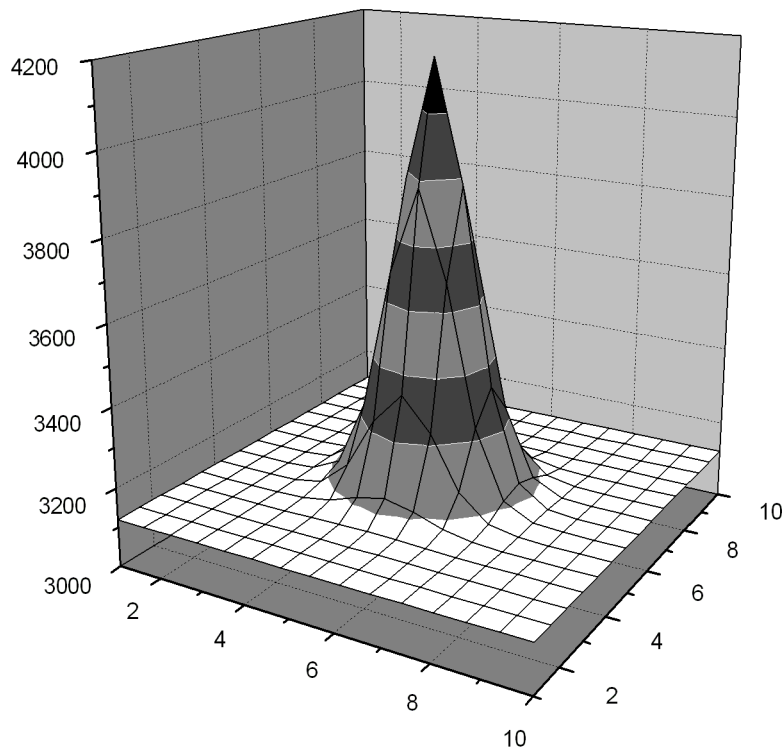
Graf 2: Profil hvězdy z pozorování



*Graf 3: První modelový profil (matice 15 x 15 pixelů)*



*Graf 4: Druhý modelový profil (matice 11 x 11 pixelů)*



Graf 5: Třetí modelový profil (matice 9 x 9 pixelů)

**Závěr:**

Hodnoty instrumentálních magnitud z aperturní a profilové fotometrie (matice 9 x 9 pixelů) vyšly následovně:

$$j_a = (15,12 \pm 0,01) \text{ mag}$$

$$j_p = (14,98 \pm 0,06) \text{ mag}$$

Hodnoty jsou docela podobné, byť se jejich chybové intervaly nepřekrývají. Chybu součtu intenzit v profilové fotometrii jsem odhadl na 5%. Hodnoty pozadí vyšly téměř shodně (chybu hodnoty pozadí v profilové fotometrii jsem odhadl na 1 %):

$$B_A = (3118 \pm 5)$$

$$B_P = (3120 \pm 32)$$

Jak už jsem psal výše, instrumentální magnituda zjištěná z profilové fotometrie závisí na volbě velikosti matice, ze které odhadujeme pološířku profilu, i proto jsou hodnoty instrumentálních magnitud zjištěné těmito metodami mírně odlišné.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	3175	3038	3093	3046	3144	3088	3071	3003	3115	3146	3176	3113	3068	3054	3146	3130	3131	3057	3064	3137	3129
2	3165	3130	3054	3141	3152	3063	3127	3098	3159	3092	3091	3095	3077	3147	3150	3109	3093	3128	3170	3157	3176
3	3159	3131	3150	3137	3154	3049	3106	3203	3129	3112	3073	3135	3185	3080	3137	3069	3132	3157	3096	3083	3050
4	3146	3119	3060	3113	3149	3125	3132	3118	3084	3160	3147	3150	3109	3098	3096	3168	3119	3078	3151	3094	3165
5	3087	3064	3151	3161	3097	3075	3118	3052	3055	3112	3148	3106	3111	3152	3088	3178	3140	3089	3117	3123	3164
6	3126	3136	3096	3112	3027	3131	3095	3180	3098	3161	3111	3108	3115	3119	3085	3081	3178	3162	3093	3055	3120
7	3197	3155	3148	3106	3157	3148	3134	3107	3112	3060	3124	3180	3111	3118	3082	3127	3076	3115	3090	3075	3104
8	3109	3138	3094	3092	3102	3083	3122	3143	3116	3086	3114	3124	3156	3094	3070	3119	3109	3112	3097	3104	3206
9	3135	3142	3175	3070	3161	3127	3115	3126	3155	3157	3297	3199	3181	3050	3160	3069	3109	3114	3024	3119	3099
10	3135	3132	3169	3117	3119	3099	3107	3110	3191	3610	3910	3635	3215	3127	3109	3025	3080	3066	3099	3082	3126
11	3163	3180	3131	3136	3092	3114	3188	3160	3315	4539	4912	4265	3380	3152	3149	3037	3135	3069	3112	3126	3086
12	3125	3063	3096	3172	3133	3072	3154	3147	3230	3433	3675	3462	3315	3093	3151	3132	3084	3117	3077	3092	3088
13	3119	3095	3135	3098	3228	3076	3133	3092	3122	3152	3206	3178	3166	3157	3080	3188	3102	3130	3152	3095	3036
14	3079	3085	3115	3165	3121	3044	3112	3163	3073	3174	3129	3095	3146	3097	3116	3136	3099	3100	3197	3124	3163
15	3143	3097	3116	3087	3108	3071	3204	3138	3086	3127	3121	3150	3157	3122	3093	3133	3128	3152	3224	3126	3141
16	3152	3094	3111	3098	3128	3076	3151	3043	3085	3196	3112	3104	3135	3073	3161	3020	3087	3180	3135	3141	3177
17	3075	3122	3121	3107	3161	3155	3088	3149	3124	3109	3044	3146	3167	3142	3102	3147	3123	3173	3134	3094	3064
18	3112	3094	3108	3089	3134	3162	3089	3150	3106	3162	3045	3157	3156	3084	3143	3152	3113	3216	3168	3083	3116
19	3119	3172	3062	3044	3119	3227	3097	3218	3161	3121	3070	3119	3023	3092	3056	3063	3125	3186	3136	3154	3123
20	3126	3156	3159	3181	3174	3138	3161	3112	3163	3166	3114	3129	3121	3163	3141	3111	3159	3158	3120	3152	3176
21	3073	3136	3142	3082	3102	3124	3094	3100	3099	3177	3148	3146	3173	3136	3070	3087	3172	3068	3074	3128	3097

Obrázek 1: Zobrazení clonek použitých pro výpočty v aperturní fotometrii