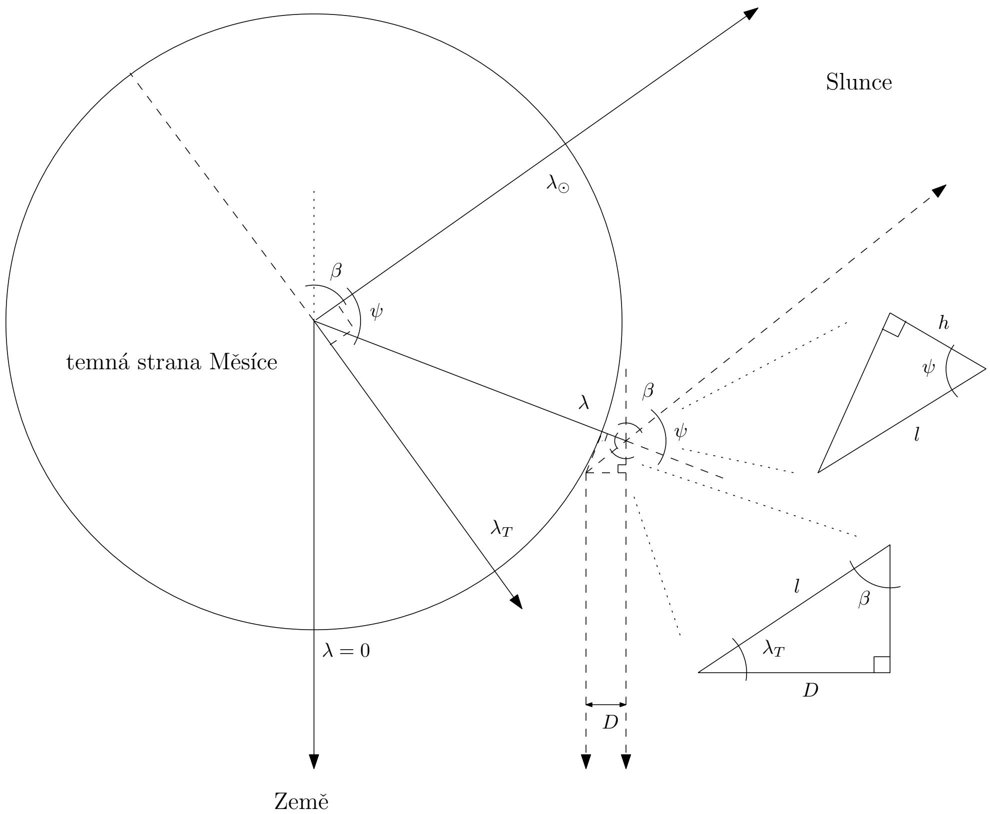
Výšky a hloubky útvarů na Měsíci

Náš vesmírný soused má na své tváři mnoho pozoruhodných útvarů, které při různém osvětlení poskytují velmi působivý pohled. Tato hra stínů má ale také svůj praktický význam – z délky stínu útvarů je totiž možné odhadnout jejich výšku nad okolním terénem. Může se zdát, že v době kosmických sond vybavených laserovými altimetry je tato metoda zastaralá. U mnohých těles sluneční soustavy jsou ale k dispozici jen snímky bez dodatečné informace a i hrubý odhad výšky útvarů na jejich povrchu je velmi užitečný.

Pro odvození vztahu pro výpočet výšky hory (valu kráteru apod.) na Měsíci poslouží obrázek (1). Přijměme tyto aproximace: útvar se tyčí kolmo k povrchu Měsíce, stín je vržen na vodorovný nezakřivený povrch a zanedbáváme měsíční librace.



Obrázek 1 K odvození vztahu pro výpočet výšky hor a kráterových valů na Měsíci.

To, co přímo měříme, je průmět délky stínu a výšky hory na snímek (v pixelech), na obrázku je označen D (vyjádření je možná trochu kostrbaté, ale z obrázku je myslím patrné, o co jde). Naším cílem je ale určení výšky hory h v délkových jednotkách. Pomocí měřítka snímku, které jsme vypočítali v úloze o astrometrii na CCD snímku, převedeme velikost stínu na úhlové jednotky. Potom z jednoduché geometrické úvahy a se znalostí vzdálenosti Měsíce od Země vypočteme tuto velikost v délkových jednotkách. Následujícími úvahami o dvou trojúhelnících a shodných úhlech dojdeme ke vztahu pro výšku hory ve stejných jednotkách jako délka stínu (tedy v metrech).

Obrázek znázorňuje všechny důležité úhly a délky, které budeme při výpočtu potřebovat. Úhly označené λ (s příslušným indexem) označují selenografickou délku terminátoru, objektu a Slunce v čase pozorování. Protože λ_T a $\lambda_\odot$ svírají pravý úhel, je zřejmé, že musí platit $\beta = 90° - \lambda_\mathrm{T}$.

Nyní pracujme s trojúhelníkem ABC: v něm díky předchozí úvaze známe úhel λ_T a také stranu s délkou D. Odsud snadno vypočteme, že:

$$l = \frac{D}{\cos\lambda_\mathrm{T}}. \tag{1}$$

V trojúhelníku XYZ zase známe úhel $\psi = \lambda_\odot - \lambda$, a to díky úvahám o souhlasných a vrcholových úhlech (příslušné rovnoběžky jsou v obrázku vyznačeny). Potom výšku útvaru h vypočteme takto:

$$h = l\cos(\lambda_\odot - \lambda) = l\cos(\lambda - \lambda_\odot) = l\sin(\lambda - \lambda_\mathrm{T}), \tag{2}$$

platí totiž $\lambda_\odot = \lambda_\mathrm{T} + 90°$. Po dosazení za l z rovnice (1) dostaneme výsledný vztah:

$$h = \frac{D\sin(\lambda - \lambda_\mathrm{T})}{\cos\lambda_\mathrm{T}}. \tag{3}$$

Výsledky

Snímek Měsíce jsme pořídili 28. 3. 2007, kdy byl několik dní po první čtvrti, colongitudo 28,8°. Tabulka (1) obsahuje údaje o útvarech jejichž výšku jsem na snímku měřil. Výše uvedeným postupem jsem dospěl k výsledkům, které shrnuje tabulka (2), kde jsou pro přehlednost použita číselná označení hor a kráterů z předchozí tabulky. Chyba byla vypočtena ze zákona šíření chyb, přičemž chyba určení délky stínu ze snímku byla odhadnuta na 0,5 px.

číslo útvaru	jméno útvaru	selenografická délka útv. [°]	délka stínu [px]
1	Mons Pico	−8,9	10,5
2	Plato (nejvyšší východní val)	−6,6	7,1
3	nejzápadnější vrchol Montes Recti	−21,3	9,5
4	Archimedes (nejvyšší východní val)	−2,5	6,3
5	Autolycus (nejvyšší východní val)	−2,3	9,0
6	Timocharis (východní val)	−12,4	9,2
7	Aristillus (nejvyšší východní val)	−2,4	11,0

TABULKA 1 Označení, názvy, selenografické délky a změřené délky stínů jednotlivých zkoumaných útvarů.

Číslo útvaru	1	2	3	4	5	6	7
výška (hloubka) [m]	2577	1934	894	2013	2896	1873	3527
její chyba [m]	245	272	94	319	322	204	321

TABULKA 2 Shrnutí výsledků měření.

Většina výsledků nabývá hodnot tisíců metrů, s chybami stovek metrů. Pro některé útvary se mi podařilo najít odhady jejich výšek a ty se s mými hodnotami přibližně shodují (byť v některých případech leží mimo chybový interval). Musíme si ale uvědomit, že chyba byla jen hrubě odhadnuta a ani samotná délka stínu nebyla měřena nijak exaktně. Naměřené hodnoty mají podle mě význam kvalifikovaného odhadu, který je konzistentní s dříve uváděnými hodnotami.