Metoda nejmenších čtverců

Zadání

Proložte přímku těmito daty a vypočtěte její parametry.
Pozn.: veškeré prokládání a zjišťování koeficientů bylo prováděno v programu Gnuplot.

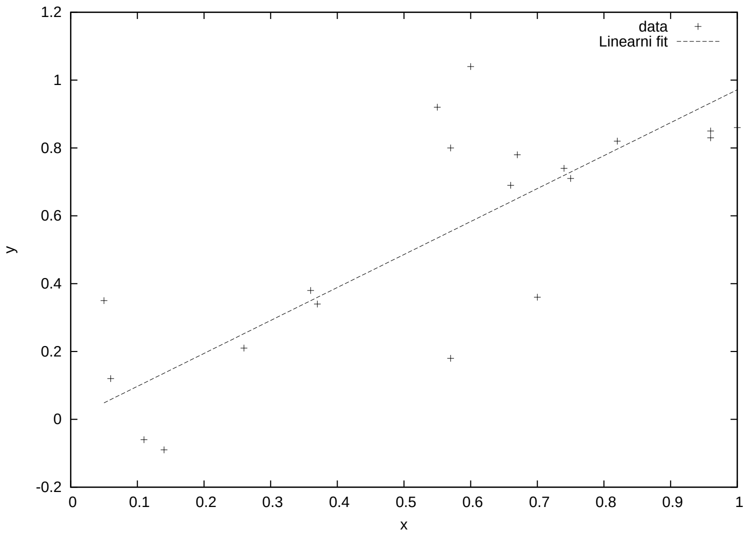
x	y	w
0.11	-0.06	1
0.66	0.69	2
0.37	0.34	3
0.14	-0.09	4
0.57	0.80	5
0.82	0.82	2
0.67	0.78	2
1.00	0.86	1
0.96	0.83	3
0.06	0.12	4
0.36	0.38	3
0.55	0.92	2
0.26	0.21	1
0.60	1.04	1
0.05	0.35	4
0.57	0.18	1
0.70	0.36	2
0.96	0.85	2
0.75	0.71	3
0.74	0.74	4

Úkoly

1. Tak aby procházela počátkem.
2. Obecnou přímkou, diskutujte přitom, zda je první případ lepší.
3. Zaměňte závislou a nezávislou proměnnou a výsledek poronejte. Dokažte, že poměr směrnic je za těchto okolností roven r^2.
4. Řeště vše pro situaci s vahami a bez nich. Výsledky porovnejte.
5. Zkuste proložit polynomem vyššího stupně a diskutujte oprávněnost tohoto modelu.
6. Vykreslete graf s body, proloženou přímkou a nejistotou proložení ($y_p \pm \delta y_p$)

1. úkol

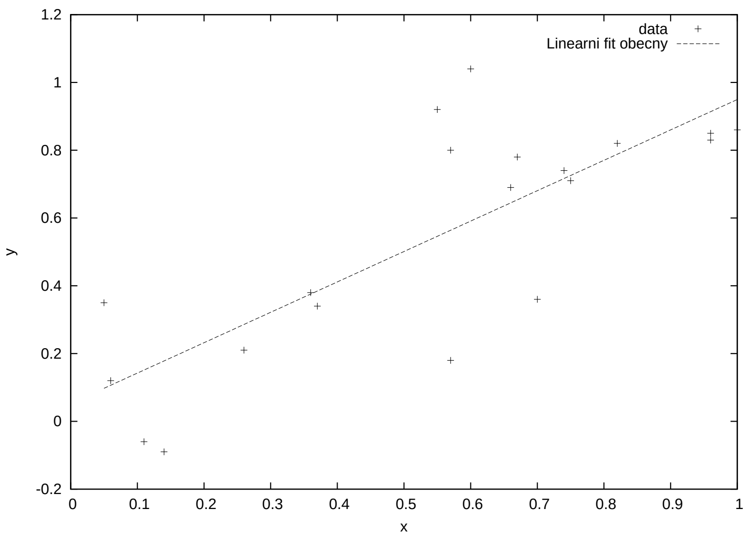
Prokládanou přímkou je $f(x) = ax$. Směrnice přímky po fitování vyšla $f(x) = (0.971657 \pm 0.07796)x$, $s = 0.216105$.



Obrázek 1: Lineární fit procházející počátkem

2. úkol

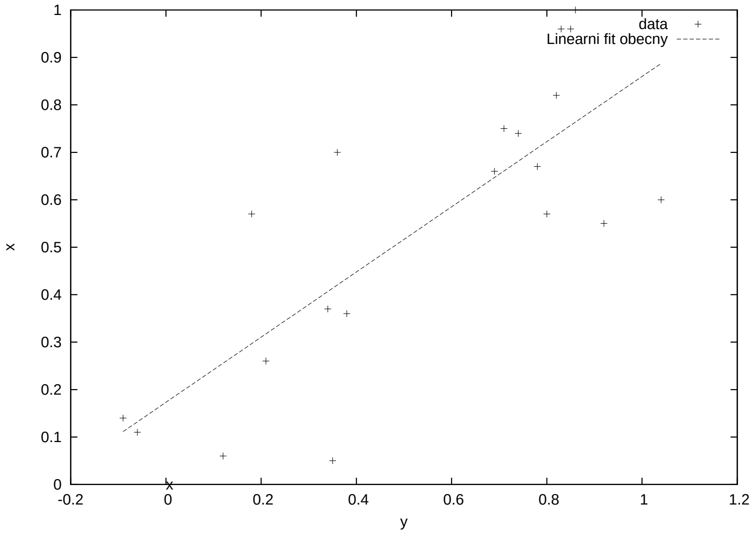
Prokládanou přímkou je $f(x) = ax + b$. Směrnice přímky po fitování vyšla $f(x) = (0.896984 \pm 0.1669)x + (0.0526439 \pm 0.1035)$, $s = 0.220448$, $r = 0.78484$. S kolegyní Matěchovou jsme prodiskutovaly, že chyba fitu u druhého případu je větší a je tedy vhodné k fitování použít přímku, která prochází počátkem.



Obrázek 2: Lineární fit obecnou přímkou

3. úkol

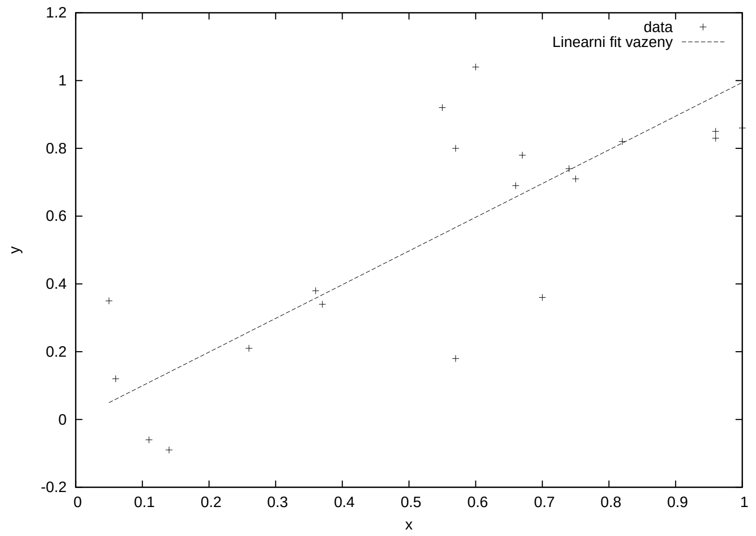
Provedla jsem záměnu závislých a nezávislých proměnných, směrnice přímky po fitování je $f(y) = (0.686721 \pm 0.1278)x + (0.173141 \pm 0.08155)$. Z minulého úkolu víme, že $r^2 = 0.616$, $k_{f(x)}k_{f(y)} = 0.616$. Shoda je tedy zjevná.



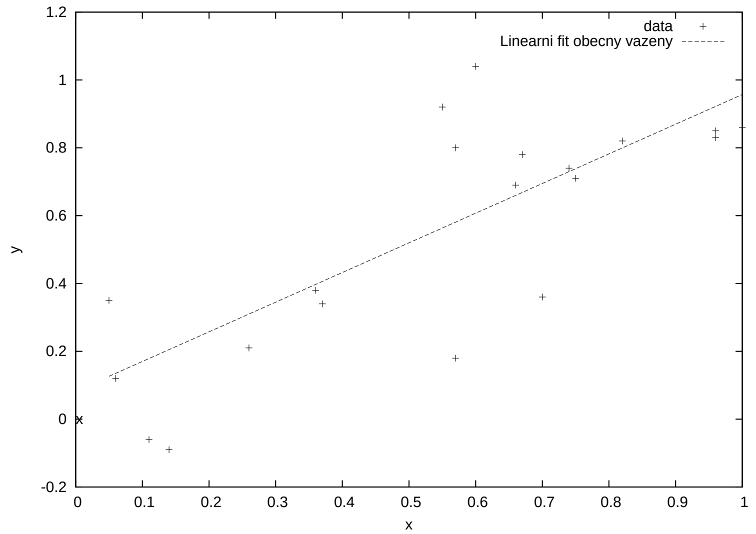
Obrázek 3: Lineární fit s prohozenými závislými a nezávislými proměnnými

4. úkol

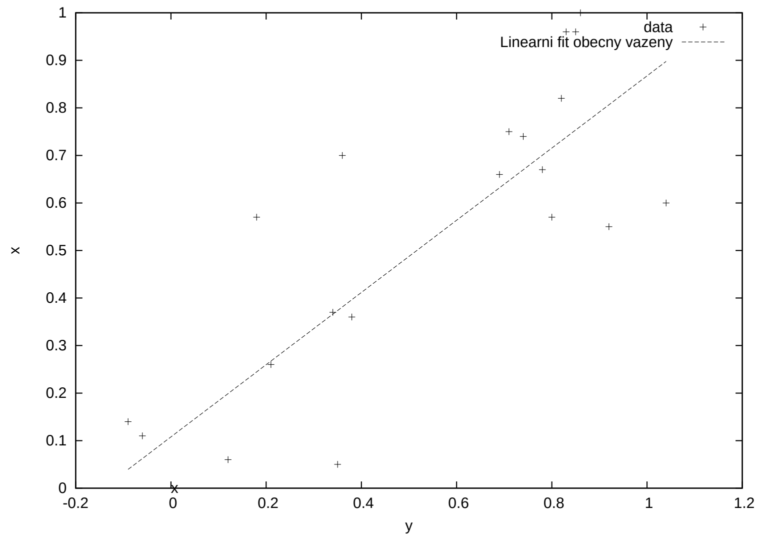
Pokud započítáme váhy je směrnice procházející nulou $f(x) = (0.994381 \pm 0.07487)x$ a $s = 0.313746$.
Pro obecný fit je směrnice $f(x) = (0.874422 \pm 0.1466)x + (0.0825686 \pm 0.08664)$, $s = 0.313746$ a $r = 81497$. Chyba u směrnice, kterou jsme získali proložením obecnou přímkou je větší, je tedy vhodnější použít první model, stejně jako v případě bez vah.
Prohodíme-li osy pak je fit $f(y) = (0.759559 \pm 0.1273)x + (0.107816 \pm 0.07877)$, $s = 0.292414$ a $r = 81497$.
Porovnáme-li směrnice jak v předchozím případě, zjistíme, že poměr je 0.66, což opět odpovídá hodnotě r^2.
Následují grafy s váženými hodnotami



Obrázek 4: Vážený lineární fit



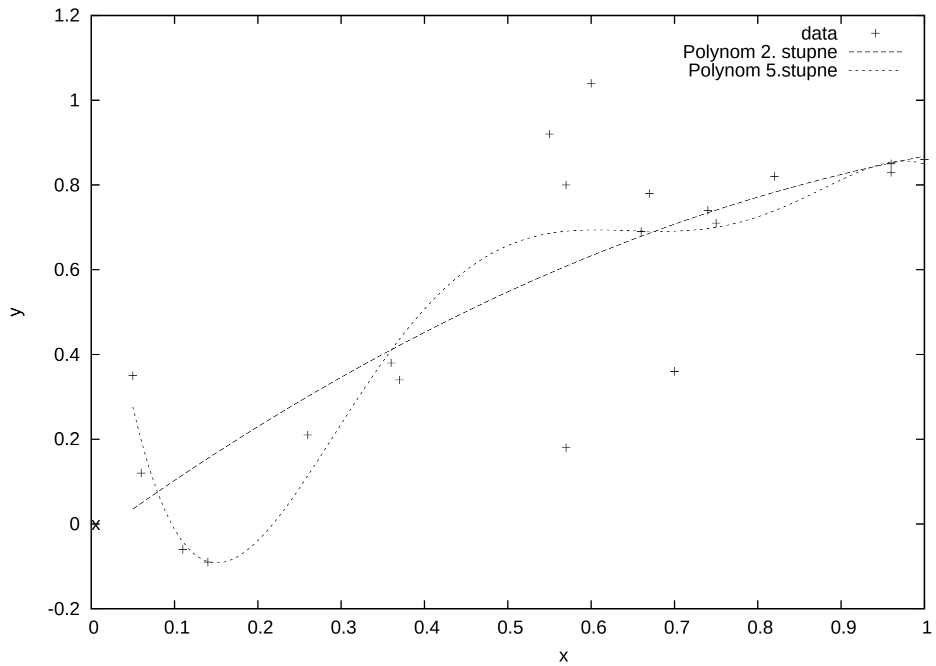
Obrázek 5: Vážený lineární fit obecnou přímkou



Obrázek 6: Lineární fit vážený s prohozenými závislými a nezávislými proměnnými

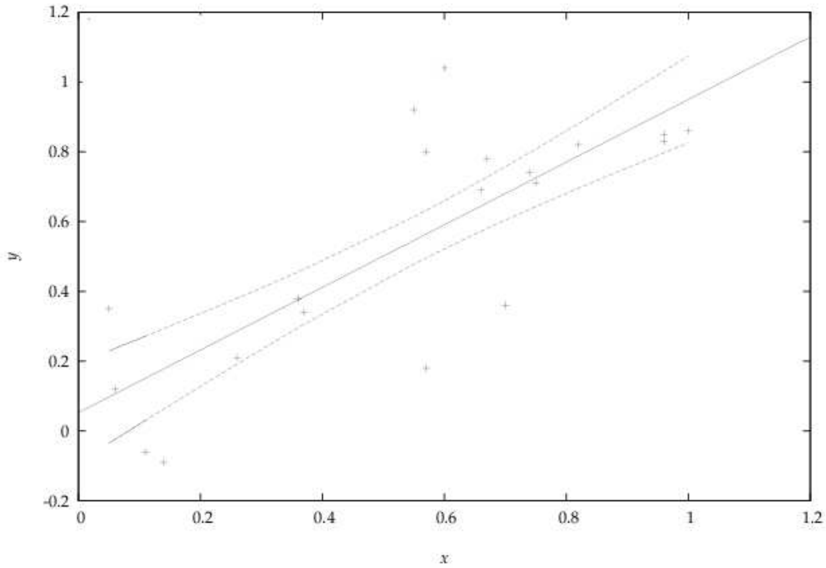
5. úkol

Data jsem fitovala polynomem druhého a pátého stupně $f(x) = (-0.525407 \pm 0.6018)x^2 + (1.42822 \pm 0.6312)x + (-0.0350103 \pm 0.1447)$ a $g(x) = (-51.5176 \pm 47.39)x^5 + (155.72 \pm 124.1)x^4 + (-173.236 \pm 118.6)x^3 + (84.7555 \pm 50.2)x^2 + (-15.7449 \pm 8.839)x + (0.872464 \pm 0.4523)$. V následujícím grafu jsou oba fity vykrelseny.



Obrázek 7: Fit polynomem druhého a pátého stupně

6. úkol



Obrázek 8: Nejistota