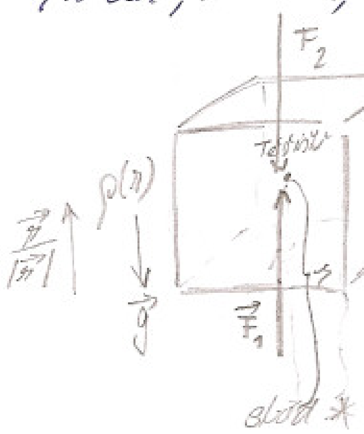
(1) Stavba hvězd

• definice hvězdy, • mech. rovnováha + vir. teorém, • stavba látky v nitru, • zdroje en. a nukleosyntéza, • přenos en. v nitru, Stavba Slunce, • rovnice ~~hv.~~ modelů, průřezy hvězdného vývoje, – zam. okolí

• hvězda – samostatné soudržné grav. vázané těleso o hmotnosti od 0.013 do několika set Sluncí.
0.013 – ~~[illegible]~~ hnědí trpaslíci (v nitru se neuskuteční ~~TNR~~ TNR $H \to He$, jen D a Li – ale ∃ samostatné – ~~[illegible]~~ odlišení od planet)
$\sim 100\, M_\odot$ na počátku vesmíru.

• Mechanická rovnováha – tzv. hydrostatická – výslednice grav. a všech ostatních mech. sil působících na elem. objem. uvnitř tělesa je nulová; jen gravitace → zhroucení => musí působit proti = gradient tlaku (hustota, ne tlak, ten není vektor)



$$F = m\vec{g}(\vec{r}) = \cancel{\rho S}\,\rho(\vec{r}) S \vec{g}(r)\Delta r \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = -\rho(r)\Delta r\, S\, \vec{g}(r)\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$\vec{g} \to g$ rovnoběžný jedn. vektor

Tlakové síly na stěny – v rovnováze
Tlak (tlačí i zdola) $\vec{F}_1$ ve směru $\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

$$\vec{F}_1 = S\cdot P\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\vec{F}_2 = -S\cdot P\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\vec{F}_{výsl} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = S\left[P\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right) - P\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)\right]\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cong S\left(P - \frac{dP}{dr}\frac{\Delta r}{2} - P(r) - \frac{dP}{dr}\frac{\Delta r}{2}\right) = \underline{-S\frac{dP}{dr}\Delta r\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}}$$

Rovnováha $\vec{F}_g = \vec{F}_{výsl}$

$$-\rho(r)\Delta r\, S\vec{g}(r)\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = -S\frac{dP}{dr}\Delta r\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \Rightarrow \frac{dP}{dr} = \rho(r)g(r) \to \boxed{\operatorname{grad} P = \rho(r)\vec{g}(\vec{r})}$$

=> tlak monotónně klesá: max. v centru, min na povrchu (v fotosféře – řádově tlak → 0)

P v centru $\frac{dP}{dr} = \frac{P_c - 0}{0 - R} = -\frac{P_c}{R}$, $\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3}$ $g\left(r\frac{R}{2}\right) \approx \frac{GM}{\left(\frac{R}{2}\right)^2}$ předpokládaná velikost

$$\Rightarrow P_c = \frac{3M}{\pi R^4}\cdot G$$ $\odot\ 3\cdot 10^{10}$ atm. (skutečnost větší – akumulace hmoty ve středu hvězdy)

~~Tlak v centru hvězd [illegible]~~
S rostoucí m je nutný vnitr. tlak (tedy ρ a $\vec{g}$) – ZZHm.

$$\frac{dP}{d\vec{r}} = -G\rho(\vec{r})\frac{M(\vec{r})}{r^2} \qquad M(\vec{r}) = 4\pi r^2\rho(\vec{r})$$

Vychýlení z rovnováhy => zrychlení elementu => rozpínání nebo smrštění
Expanze => klesá tlak => roste E_p (na úkor vnitřní) => chladnutí => brzdění
expanze => zastaví => rovnováha stabilní (labilní => pokračování expanze)

Míra pro expanzi

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 = \rho_0 (1-x)^{-3} \sim \rho_0 (1+3x)$$

$$g = g_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2 = g_0 (1-x)^{-2} \simeq g_0 (1+2x)$$

malé

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{g_0}{g} (1+5x) = (1-2x+x^2)(1+5x) = (1+5x-2x+10x^2+x^2+5x^3) = (1-3x)$$

$(1+x)^2$

$$P = K\rho^{\gamma} = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} = P_0 (1+3\gamma x) \qquad \frac{dr}{dr_0} = (1-x)$$

$$\frac{dP}{dr} = \frac{dP_0(1+3\gamma x)}{dr_0} \frac{dr_0}{dr} = \frac{dP_0}{dr_0}(1+3\gamma x)(1+x) \simeq (1+(3\gamma+1)x) \frac{dP_0}{dr_0}$$

$(1-x)^{-1} = (1+x)$ $\qquad = \rho g$

$$f = \rho a = -\frac{dP_0}{dr_0}(1+(3\gamma+1)x) - \rho_0 g_0 (1+5x)$$

$-\rho_0 g_0$

$$a = g_0 (3\gamma - 4) x \Rightarrow \gamma = \frac{4}{3} \text{ je mez} \qquad \gamma > \frac{4}{3} \text{ ~~stabilní~~ malé}$$

$\gamma > \frac{4}{3} \rightarrow$ zpět k hvězdě (komprese, hustota + tlak) $\Rightarrow$ stabilní

$\gamma < \frac{4}{3} \rightarrow$ od hvězdy, divergence $\Rightarrow$ odpovídá zhroucení

Rotující hvězda $\Rightarrow$ zploštění $\quad \phi = -G\frac{M}{r} - \frac{\rho^2\omega^2}{2}$ (ekvipot. plocha ϕ odpovídá elipsoid)

Viriálový teorém $\quad 2\langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle = 0$

Stř. hodnota kin. energie grav. vázaného systému za rovn. stavu je rovna

Celková energie gravit. vázaného systému za rovn. stavu je rovna polovině $\frac{1}{2}$ střední hodnoty E_p. (nebo $-\frac{1}{2}E_k$)

Def $\quad Q = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$ (ideál. soustava + interagující částice) $= \sum_i m \frac{dr_i}{dt} r_i = \frac{d}{dt}\sum \frac{1}{2} m_i (r_i)^2 = \frac{1}{2}\frac{d^2 I}{dt^2}$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_i \left(\frac{dp_i}{dt} r_i + \frac{dr_i}{dt} p_i\right)\right) = 2\sum \frac{1}{2} m v^2 + \sum (\vec{F}\cdot\vec{r}) = 2E_k + \sum_i (\vec{F}\vec{r})$$

$m\frac{dv}{dt}$ $\qquad v \cdot m \cdot v$

$F_{ij} = -F_{ji}$ $\qquad -G\frac{m_i m_j}{r_{ij}^3}(r_i - r_j)$

$$\sum F_i r_i = \sum_i \left(\sum_{j \neq i} F_{ij}\right) r_i = \frac{1}{2}\sum_i \left(\sum_{j \neq i} F_{ij} - F_{ji}\right) r_i = \frac{1}{2}\sum_i \sum_{j \neq i} F_{ij}(r_i - r_j) = -\frac{1}{2}\sum_i \sum_{j \neq i} \frac{G m_i m_j}{r_{ij}^3}(r_i - r_j)^2$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_i \sum_j \frac{G m_i m_j}{r_{ij}} = E_p$$

Tlaku - smršťují se ($E_p \downarrow$) $\rightarrow E_k$ roste $\rightarrow$ zahřívání termon. reakcí

$$\rightarrow \frac{1}{2}\frac{d^2 I}{dt^2} = 2E_k + E_p$$

$\rightarrow 0$ pro rovnovážný vývoj

Stav látky v nitru

Třeba znát stav. rov. p, T, ρ, atd. $\qquad$ LTE $\quad p = NkT$, $\quad E_k = \frac{3}{2}kT$

V nitru - termodyn. rovnováha (idealizovaná - není 100% izolovaná) $\qquad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \rightarrow v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$\rightarrow p = \frac{2}{3} n \langle E \rangle$ (z hyb + p) $\qquad$ střední hm. $\quad$ střední mol. hm.

Hustota $\rho = \sum_i m_i n_i = m_s \sum n_i = \mu_s m_H n \rightarrow n = \frac{\rho}{\mu_s m_H}$ $\qquad A_i = \frac{m_i}{m_H}$

$\odot$: $X_i = 0.7 \quad Z = 0.02$

$Y = 0.28 \quad A = 4$

X_i ... zastoupení prvku $\qquad \frac{1}{\mu_s} = \sum_i \frac{X_i}{A_i}$

ionizace $\quad \frac{1}{\mu_s} = \sum_i (1+Z_i)\frac{X_i}{A_i}$ $\qquad Z_i$ - at. číslo i-tého druhu atomu $(1+Z_i)/A_i \simeq \frac{1}{2}$

8250 Pa

Stavová rov. $\quad P = nkT = \frac{\rho k T}{\mu_s m_H}$ $\qquad m_H \downarrow \rightarrow \mu_s \uparrow \rightarrow p \downarrow \Rightarrow$ narušení rovnováhy

Je třeba brát v úvahu ionizaci, rekombinace atp.

Ve Slunci T_c

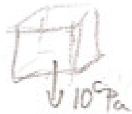
$P_g = \frac{\rho k T}{\mu_s m_H}$ $P_c \sim \frac{G M^2}{R^4}$ $\rho \sim \frac{M}{R^3}$

$T_{c\odot} = \frac{G \mu_s m_H}{k} \frac{M}{R} = 1.4 \cdot 10^7 K \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{R_\odot}{R}\right)$

Reálně $1.57 \cdot 10^7 K$

V $R_\odot/2$ ($3.48 \cdot 10^8 m$) krychle 1m (94% $M_\odot$ obsaženo zde)
$T = 3.4 \cdot 10^6 K$ (model)
$\rho = 1000\ kg\,m^{-3}$
$\mu_s = 0.62$
$n = 9.6 \cdot 10^{29}$
ionizace

$\frac{0.94}{(\frac{R}{2})^2} = 3.7 \times$ větší než na povrchu
$1.03 \cdot 10^3 m s^{-2}$ ($105 g_z$)
Na stěny krychle
$5.9 \cdot 10^{34}$ částic/s
$\Rightarrow 4.5 \cdot 10^{13} Pa$



grad $T = 0.019 K m^{-1}$
grad $p = 1.6 \cdot 10^{-8} m^{-1}$ } skoro LTE

Rozdíl v p na krychlích $2.2 \cdot 10^{-8}$ relativní ($10^6 Pa$).
Spodní strana bombardována o $1.1 \cdot 10^{27}$ částic víc jak vrchní $\langle v \rangle$ o $3.6 \cdot 10^0 m s^{-1}$
- stačí na stabilizaci
Rovnovážná vyzařování nahoru ku toky směru do centra, teplota je podružná (pro Θ nízko)

Zdroje en. a nukleosyntéza

Hvězdy září protože jejich povrch je zahřátý na tisíce K.
Je hrubá dodávka tepla zevnitř (tepelný spád) - bez tepelný zdroj umírá - TNR
Z Viriálového teorému - celková zářivost hvězdy - polovina en. jde na smršťování, druhá vyzáří vnitřní en. hvězdy (vyzáření en. nesoul poklesu/vzrůst T)
hvězda se smršťuje ($E_p \downarrow \to E_k \uparrow$) $-E_p = 2E_k$ $\to$ zahřívání $\to$ TNR
Smršťování $\to$ ohřátí $\to$ vyzáření L $\leftarrow$ něco musí to vyrovnat $\to$ TNR $\to$ teplo postupuje do hvězdy (vyšších vrstev) udržuje $T =$ konst
Ale Coulombovská interakce + malý účinný průřez - je třeba tunel. jev.

<u>H reakce</u> - en. nejvydatnější (z 1 kg H $6.4 \cdot 10^{14} J$, pro $L_\odot$ ($3.846 \cdot 10^{26} W$) - $6 \cdot 10^{11} kg$)

$$4\ ^1H \to {}^4He + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma \quad / \quad 4\ ^1H + e^- \to {}^4He + e^+ + 2\nu_e + 2\gamma$$

p-p řetězec
$^1_1H + ^1_1H \to {}^2D + e^+ + \nu_e$ pradlouhá 10^10 let
26.2 MeV pro $T = 10 - 18 \cdot 10^6 K$ závisí rychlost reakce na 4.-6. mocnině

Hmotnější hvězdy s T_0 vyšší $\to$ CNO cyklus 25.0 MeV, ale závislost 16.-18. mocnina
CNO katalyzátor
CNO kovový - konvektivní jádro - konvekce (u hmotných hvězd)

<u>He reakce</u> pokročilé stadium vývoje $^4He + ^4He \to {}^8Be$
$^8Be + ^4He \to {}^{12}C + \gamma$ 7.4 MeV Salpeterova r.
až po ^{40}Ca
nutná $10^8 K$, pak rychlost závisí na 30. mocnině
Další reakce - složitější jádra, klesá výtěžnost (každé en. se spotřebuje na narušení en.) $\to$ minimum Fe, pak se en. dodává

Nukleosyntéza – vznik prvků po vytvoření [illegible]

- ^4He – z p-p řetězce (ale nebyla vznikla $p+n \to {}^2H$, ${}^2H+n \to {}^3H$, ${}^3H+p \to {}^4He$)
- ^2D, Li, Be, B – po V. Třesku (nízká zap. teplota, snadno se likvidují (BD))
- ^{12}C, ^{16}O, ^{18}O, ^{22}Ne – při spalování ^4He jinak další a CNO cyklu
- těžší ze spalování C, O

e-proces – prvky skupiny Fe

s-proces – slow (záchyt neutronů lehkými prvky) Sr, Zr, Ba
ve srovnání s β rozpadu

r-proces – rychlý s proces → transurany

Přenos en. ve hvězdách

En. generace – co se uvolní to se vyzáří. Mezi jádrem a povrchem musí být přenos.

vyprodukovaná [illegible]

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)\,\varepsilon(r)$$

Obyčejně 94% v $0.2 R_\odot$, 35 % $M_\odot$

Jádro 10^7 K izolováno id. plynem o tloušťce 10^5–10^6 km, ale teplo prosakuje (vodivost) → TNR to vyrovnává

Zatím výkon není zodpovědný určen rychlostí TNR ale účinností odvodu tepla z centra

Regulace TNR – změny T_c a ρ_c (pro poz. fáze vývoje a jiné hvězdy)

Tepelný tok $\propto$ grad T a tepelná vodivost

Mechanismy přenosu tepla – makro – konvekce
mikro – částicová/zářivá difuze

Zář. difuze

účinnost na konc. nositelů a střední volné dráze (dlouhá dráha = efektivní difuze)

Částicová – v BT v el. deg. plynu, absolutní vodivost, izotermické

Opacita – souvisí se stř. volnou drahou $\varkappa = \frac{1}{\rho l_{fr}}$

$$d\psi = -\varkappa \rho \psi\, dr \qquad \frac{\varkappa\rho\psi}{c} = F$$

Tlak zář. $\frac{dP_r}{dr} = -\frac{\varkappa\rho\psi}{c}$

ACT $\frac{4\sigma}{3c}T^4 = P_r$

$$\frac{dP_r}{dr} = \frac{16\sigma}{3c}T^3\frac{dT}{dr} = -\frac{\varkappa\rho\psi}{c} \to \boxed{\frac{dT}{dr} = -\frac{3c}{16\sigma}\frac{\varkappa\rho}{T^3}\psi}$$ Rce zářivé rovnováhy

⇒ T↑ → ↑tok při daném tepl. gradientu (víc fotonů tu je) → vyšší L

ϰ↑ nebo ↑tok en. → vyšší grad T → konvekce

Opacita – foton + volný el. – Thompson
– fotoionizace (ve vnitř. části O) $\varkappa \propto \rho T^{-\frac{7}{2}}$
– neutr. vodík + ion. H s konc. [illegible] → [illegible]

Zář. tok $\psi = \frac{L}{4\pi r^2}$

L pro zaří. konovály $L \sim M^3$

vyšlou nezávisí na R. Srovnání * → T_{eff} nejvíce závisí $\sqrt{R}$

na H-R zprava dolení

☉ $L \sim M^{5.5} R^{-0.5}$

Konvekce

$\frac{dP}{dr} = -g\rho \rightarrow \frac{dT}{dr}$ nebezpečnější přenos tepla

CNO - en. z malého objemu s vysokou ρ, hustota en. vysoká ($\propto r^{-2}$) a vyšší rovné

+ další problém v podpovrch. vrstvách obl. hvězd - nedost. H a ionizace H v ionizaci - malá střední dráha → jen zaří. difúze → velký grad T

⇒ malé fluktuace → konvekce

Adiabatický děj (bez výměny en.)

Schwarzschildova podm. $\frac{d(\ln P)}{d(\ln T)} > \frac{\gamma}{\gamma - 1}$ 2.5 ⇒ stabilní, není konvekce

☉ uvnitř $\frac{\ln P}{\ln T} \cong 3$, $\frac{R}{2} \cong 5.2$ $0.7R_☉ \cong 2.5 \rightarrow$ konvekce

Overshooting - jsou, kde už konv. zóna potlačená s mel. → obrázek předtím

$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}$

konvekce - makroskopická difúze - volná dráha bublin - délka promíchávání

konvektivní oblasti - chem. homogenní

Rce stavby

Idealizované rce popisující $P(r), T(r), M(r), L(r)$

$\frac{dP(r)}{dr} = -G\rho \frac{M(r)}{r^2}$ ZZHyb

$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho$ ZZHmot

$\frac{dL(r)}{r} = 4\pi r^2 \rho \varepsilon$ ZZ tvorba en.

+ chem. složení

+ $\frac{d(\ln P)}{d(\ln T)} > \frac{\gamma}{\gamma - 1}$ $\frac{dT(r)}{dr} = -\frac{3\varkappa\rho L(r)}{64\pi\sigma T^3 r^2}$

jinak $\frac{dT(r)}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{T}{P}\frac{dP}{dr}$

+ okraj. podm. $r = R$: $P = 0$, $T = T_{ef}$, $M(R) = M$, $L(R) = 4\pi R^2 T_{ef}^{2}$ porovnejme

$r = 0$ $M(r) = 0$, $L(r) = 0$

Příčiny vývoje

Primární - 2* nejsou v tepelné rov. s okolím (září)

↳ vzniká s mechanismem uvolnění se např. smršťováním → ↓R, Teff...

- TNR → mění složení na objemu → klesá konstantní [illegible] → zahušťování → další jad. vývoj

+ výměna látky s okolím (2*), SNe, vítr...
↓
a 100% hmoty

Statické modely - aproximace ... [illegible] → výklad dalšími modely

Závěrečné fáze vývoje

BT: $M < 11 M_\odot \rightarrow$ BT ($M_{BT} < 1.4 M_\odot$)

$R \sim M^{-1/3}$ $R \rightarrow 0$ Chandrasekharova mez (el. deg plyn ultrarel.)

DA - atmosféry z H

DB —"— He

NH:

Hnědé trp. BD $M < 0.075 M_\odot$ ~~[illegible]~~ ne TNR s H → vodíkový černý trp.

$M \in (0.075, 0.5) M_\odot$ - nedošlo k zapálení He jádra (nepozorováno)

$M \in (0.5, 11) M_\odot$ - H v jádře, slupce, He → deg. C, O jádro, pokud $M_{jádra} > 1.4 M_\odot$

→ zapálí C, O, ... (nedojde)

→ BT (většina hvězd)

$M > 11 M_\odot$ → NH → grav. kolaps SN II a Ib (interakce mag. pole s ... rot. osa s ... → pulsary)

$M > 50 M_\odot$ → BH jádro $> 3 M_\odot$ → SN Ib nebo hypernova