# SYMETRIE FYZ. ZÁKONŮ A JEJÍ DŮSLEDKY

- symetrie a zákony zachování (homogenita času, prostoru i izotropie) v klasické fyzice, -
- vztah mezi symetrií a invariancí pohyb. zákonů (princip relativity, Galileova a Lorentzova transf.)
- symetrie ~~[illegible]~~ fyz. systémů a degenerace vl. stavů, - symetrie v fyz. jevových polích

**Fyzikální symetrie** - translace v prostoru
-"- v čase
rotace o pevný úhel
pohyb. po přímce s const $\vec{v}$
inverze času
zrcadlové zobrazení
výměna stejných částic
změna kvantové mech. fáze
hmota na antihmotu

udělám něco s objektem a on zůstane stejný -

**Translace** v prostoru - přesunu aparaturu + okolní pole → bude stejné
čase - nezmění-li se aparatura a okolní pole → v čase zůstane stejný
atp.

Asymetrické je ovšem měřítko!
Inverze času - na mikroskop. úrovni jsou věci stejné [illegible]
Kv. mech. fáze - viz princip neurčitosti:

**Zrcadlová** - levo-pravá symetrie ALE! β-rozpad v magn. poli při nízkých T
souhlasně orientované magn. momenty vyletují e preferenčně 1 směru (proti $\vec{B}$)
elektron odnáší moment hybnosti orientovaný → levotočivý spin; ale antielektron by byl pravotočivý! - narušení symetrie

## Z variačního principu → symetrie

Lagrangeova rce - pohyb. rce 2. řádu v zobec. souřadnicích (Newtonovy jsou speciální v kartézských)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q}\right) = \frac{\partial L}{\partial q}$$

- platí zákon stejnosti polí.
- $L = L + \frac{df}{dt}$
- $\exists L$ je nutnou ale ne postačující podm. extremálnosti S

**Teorém Emy Noetherové** - s každou symetrií v přírodě souvisí nějaká zachovávající se veličina

**Cyklická souřadnice** - zobecněná souř., která se nevyskytuje v Lagr. rci → potom se nevyskytuje ani L. rce → je tím něco translaci v prostoru

Cyklická $q_k$ → $p_k = \frac{\partial L}{\partial \dot q}$ zobecněná hybnost

L. rce nezávisí explicitně na čase → $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$

$\exists$ zobecněná en. $E = \frac{\partial L}{\partial \dot q}\dot q - L$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{\partial L}{\partial q}\frac{dq}{dt} + \frac{\partial L}{\partial \dot q}\frac{d\dot q}{dt}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q}\right)$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q}\right)\frac{dq}{dt} + \frac{\partial L}{\partial \dot q}\frac{d\dot q}{dt}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q}\right)\dot q + \frac{\partial L}{\partial \dot q}\frac{d}{dt}(\dot q) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q}\dot q\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot q}\dot q_k - L\right) = 0 \rightarrow \text{konst.}$$

## Zákl. mechanické vlastnosti

homogenní prostor → zachování $\vec{p}$
izotropní prostor → -"- $\vec{L}$
homogenita v čase → -"- $E$

## Vztažné soust. a invariance

Galileo: nezávisle na pozorované poloze nebo rychlosti budou fyz. zákony stejné
$\vec{v} = 0$ → absolutní soustava, když je někde ve pohybu a s v = konst jsou inerciální → neexistuje preferovaná soustava

$\Rightarrow$ $\vec{r}(t) = \vec{u}t + \vec{r}^*(t)$
$\vec{v}(t) = \vec{u} + \vec{v}^*(t)$
$\vec{a}(t) = \vec{a}^*(t)$

www.kr-karlovarsky.cz
www.kvinfo.eu
www.kvpoint.cz

Galileovy transf. nejsou aplikovatelné na Maxwellovy rov. (c = konst)
c = konst ve všech inerciálních soust.

→ Lorentzovy transformace; dva objekty se míjí, relativně se pohybují konst. $\vec{v}$ $(v,0,0)$

$$t^* = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \qquad x^* = \frac{x - vt}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \qquad y^* = y \qquad z = z^*$$

označme polohu $\vec{X} = X(ct, x, y, z)$

$$\Lambda_x = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \Lambda_y = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & -\gamma\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \Lambda_z = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

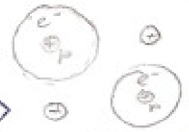
$$\begin{pmatrix} ct^* \\ x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix} = \Lambda_x \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

STR: zákony fyziky jsou ve všech inerciálních soustavách stejné
Rychlost světla je univerzální fyz. konstanta.

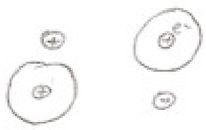
→ dilatace času $\Delta t^* = \gamma \Delta T$
kontrakce délek $\Delta l^* = \frac{\Delta l}{\gamma}$
skládání rychlostí $u^* = \frac{u-v}{1-\frac{uv}{c^2}}$

Symetrie kvantových systémů + degenerace vl. stavů

H iont - 2 stavy

$|1\rangle$
$|2\rangle$


zrcadlíme



Totožné → ∃ symetrie
$\hat{P}|1\rangle = |2\rangle \qquad \hat{P}|2\rangle = |1\rangle$

Matice $\hat{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Symetrie $\left.\begin{matrix} |1\rangle \to |1'\rangle \\ |2\rangle \to |2'\rangle \end{matrix}\right\}$ musejí být symetrické

Fyzikální kv. systém je symetrický pokud $\hat{Q}\hat{U} = \hat{U}\hat{Q}$ (komutace) $\hat{U}$ - čas. vývoj
Totožné stavy se mohou lišit fází $|\psi\rangle = \hat{P}|\psi_0\rangle$ $|\psi'\rangle = e^{i\varphi}|\psi_0\rangle$

Základ zákonů zachování v kv. fyzice - pokud se něco nachází ve stavu s určitou symetrií a jeho $\hat{H}$ je symetrický vzhledem k dané operaci symetrie, tak si stav zachová symetrii.

Symetrie x antisymetrie - fermiony a bosony
Pro nedegenerovaný stav s určenou hodnotou en. musí mít určenou paritu

$$\left.\begin{matrix} \hat{H}\hat{Q}|\psi\rangle = \hat{Q}\hat{H}|\psi\rangle \\ \hat{H}|\psi_0\rangle = E|\psi_0\rangle \end{matrix}\right\} \cancel{\hat{H}\hat{Q}} = E\hat{Q}|\psi_0\rangle$$

je jediný stav (daný určenou energií) platí $|\psi_0'\rangle = e^{i\varphi}|\psi_0\rangle$ $\quad e^{i\varphi} = \pm 1$

lze rozlišit ostatní vlast. stavy $\hat{H}$. Bez komutace se smísí

Zákony zachování a translace - změna fáze
rotace o úhel $\varphi$; posun v čase, v prostoru?

Pokud operátor nezávisí na čase a komutuje s $\hat{H}$ → zachovává se veličina
→ invariance $\hat{H}$ vůči transformaci $\hat{F}$

$$\boxed{[\hat{H}, \hat{F}] = 0}$$

časová homogenita $\hat{I} = \frac{\partial}{\partial t}$ (infinit. čas. vývoj)
prostorová homog. $\hat{I}(x_i) = -\frac{i}{\hbar}\hat{p}_i$
prostorová izotropie rotace kolem osy $\vec{n}$ $\hat{I}(\vec{n}) = -\frac{i}{\hbar}(\vec{L}\cdot\vec{n})$

Symetrie zapříčiňuje degeneraci?

## Symetrie v ... pevných látek

- uspořádaná vnitřní struktura (dána pevnými vazbami)

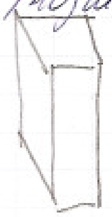
lokální uspořádání se opakuje i ve vzdál. oblastech látky → dl. vyhodnění

Uspořádaná forma pevné látky → krystal. - kovalentní
- iontové
- molekulové (velké jednotl. krystaly jsou tvořeny molekulami)
- kovové

Růst krystalu - náhodný proces, při kterém se (vybírají si) atomy nebo uspořádání → krystal. mřížka → základní opakovaná nejmenší jednotka ; do sebe musí zapadat.

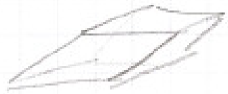
## Ve 3D 230 možných symetrií

trojklonná (inverze)



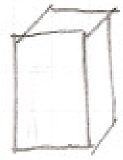
$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$

jednoklonná (inverze, rotace do roviny kolmé)



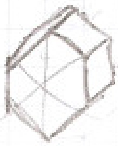
$\alpha \neq \beta = \gamma \neq 90°$

pravoúhlá (rotace o 180° c)

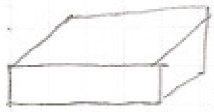


$a \neq b \neq c$
$90° = \alpha = \beta = \gamma$

šesterečná (rotace 60°, 90°, 120° kolem c)

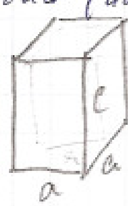


kosočtverečná (rotace 120° kolem 3 os)



$a \neq b \neq c$
$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

čtverečná (každá symetrie)




$a = b \neq c$
$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

krychlová (všechny sym.)

$a = b = c$
$\alpha = \beta = \gamma = 90°$

## Eulerova - Lagrangeova rce.

$S = \int_{t_0}^{t_1} L\,dt = 0 \qquad L = L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)$

$\delta\int_{t_0}^{t_1} L\,dt = 0$ posunutí o $\delta q = q_{skut}(t) - q_{nal}(t) \qquad \delta(t_0) = \delta(t_1) = 0$ okrajové body

$$\delta\int L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)\,dt = \int \delta L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t) = \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial L}{\partial q_k}\delta q_k + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\delta \dot{q}_k\right)dt = 0$$

$u = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \qquad v' = \delta \dot{q}$

$uv = \int uv' + \int u'v \qquad u' = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) \qquad v = \delta q$

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q}_k\,dt = \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta q_k\right]_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\delta q_k\,dt$$

$$\cancel{\int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\delta \dot{q}\,dt} = \delta\int_{t_0}^{t_1} L\,dt = \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial L}{\partial q_k}\delta q_k - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\delta q_k\right)dt = \int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)\right)\delta q_k\,dt = 0$$

www.kr-karlovarsky.cz
www.kvinfo.eu
www.kvpoint.cz