F3170 - Obecná astronomie
Otázka 06
Transformace souřadnic. Vzájemný převod rovníkových souřadnic I. a II. druhu. Hvězdný čas.

Petr Šafařík

1 Transformace souřadnic

Translace kartézských souřadnic v rovině Posun počátku či celé souřadnicové sítě. Definujme si vektor posunití $\vec{R} = (X, Y)$. Nové souřadnice $\vec{r'} = (x', y')$ z původních $\vec{r} = (x, y)$ získáme vztahem:

$$\vec{r'} = \vec{r} - \vec{R}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

Rotace kartézských souřadnic v rovině Natočení os souřadnicové sítě. Definujme si úhel natočení φ. Nové souřadnice $\vec{r'} = (x', y')$ z původních $\vec{r} = (x, y)$ získáme vztahem:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Zrcadlení kartézských souřadnic v rovině Změna pravotočivé na levotočivou a naopak. $x' = x$; $y' = -y$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Rotace polárních souřadnic v rovině Natočení os souřadnicové sítě. Definujme si úhel natočení Ω. $r' = r$, ale $\varphi' = \varphi - \Omega$. Neexistuje vlastní matice natočení, ale musí se předefinovat úhly v argumentech funkcí sin a cos:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos(\varphi - \Omega) \\ r\sin(\varphi - \Omega) \end{pmatrix}$$

Zrcadlení polárních souřadnic v rovině $\varphi' = -\varphi$ a $r' = r$.

Translace kartézských souřadnic v prostoru Posun počátku či celé souřadnicové sítě. Definujme si vektor posunití $\vec{R} = (X, Y, Z)$. Nové souřadnice $\vec{r'} = (x', y', z')$ z původních $\vec{r} = (x, y, z)$ získáme vztahem:

$$\vec{r'} = \vec{r} - \vec{R}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Rotace kartézských souřadnic v prostoru Natočení os souřadnicové sítě. Definujme si úhel natočení okolo osy i jako φ_i. Postupným užitím rotančích matic okolo jednotlivých os lze každou soustavu libovolně otočit:

$$\text{Otočení kolem osy } x\text{:} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_x & \sin\varphi_x \\ 0 & -\sin\varphi_x & \cos\varphi_x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

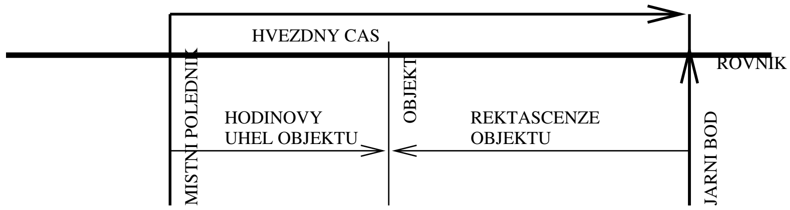
$$\text{Otočení kolem osy } y\text{:} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_y & 0 & \sin\varphi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_y & 0 & \cos\varphi_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{Otočení kolem osy } z\text{:} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_z & \sin\varphi_z & 0 \\ -\sin\varphi_z & \cos\varphi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Rotace sférických souřadnic v prostoru Nejjednodušší způsob:
sférické (r, φ, θ) → kartézské (x, y, z) → otočit kartézské (x', y', z') → zpět na sférické (r, φ', θ')

2 Hvězdný čas a vzájemný převod rovníkových souřadnic I. a II. druhu

Hvězdý čas je hodinový úhel jarního bodu. Značí se θ nebo S. Hodinový úhel t je úhel od místního poledníku k danému bodu na rovníku měřen po rovníku. Rovnoměrně narůstá — je odrazem rotace Země vzhledem ke hvězdám. Jeden hvězdný den = 23h 56m 04s.



Z obrázku vidíme, že platí jednoduchá rovnice:

$$\theta = \alpha + t$$

Výpočet hvězdného času pro daný okamžik Najdeme si θ pro minulou θ_1 a tuto θ_2 noc. Okamžitý hvězdný čas bude interpolací mezi nimi. Musíme přitom myslet na to, že hvězdný den má = 23h 56m 04s! Mj. z toho plyne, že za jeden sluneční rok Země udělá vůči hvězdám o jednu otočku víc vůči hvězdám. Časy se srovnají v podzimní rovnodennost, když kulminuje jarní bod.