

# F3170 - Obecná astronomie

## Otázka 13

Dráhové elementy planet. Pohyb družic planet.  
Určování hmotnosti těles ve sluneční soustavě.

Petr Šafařík

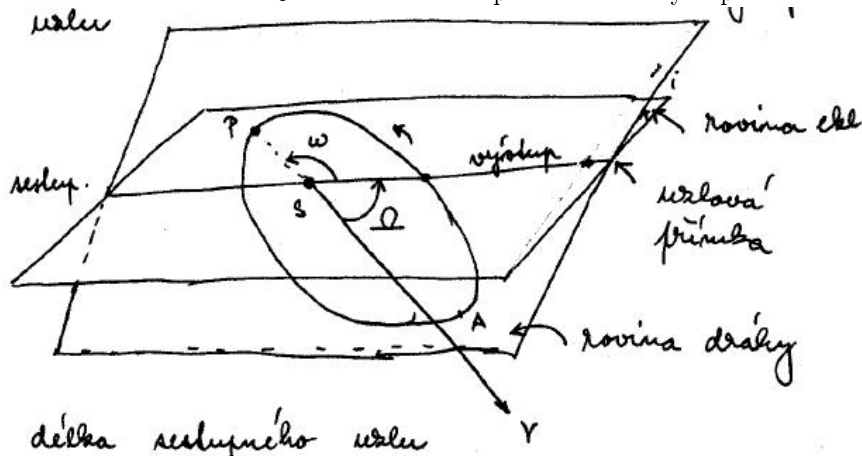
### 1 Dráhové elementy planet

Ke znalosti přesné polohy dráhy planety, je třeba znát celkem 6 parametrů:

**Těleso na dráze:** Velikost a tvar dráhy:  $a$ ,  $e$  + čas průchodu pericentrem  $T$ .

**Rovina dráhy:** Sklon osy  $i$  a délka výstupního uzlu  $\Omega \in (-180; 180)$ . Pro  $i < 90$  je pohyb souhlasný se Sluncem, pro  $i > 90$  je pohyb nesouhlasný se sluncem.

**Pericentrum v rovině:** Úhlová vzdálenost pericentra od výstupního uzlu.



### 2 Pohyb družic planet

**První kosmická rychlost:** kterou se pohybuje po kruhové dráze kolem centrálního tělesa v dané výšce těleso zanedbatelně malé hmotnosti.

$$v_I = \sqrt{G \frac{M}{R+h}}$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad v_{\text{I.}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$$

Na Zemi ( $h = 0$ ) je první kosmická rychlost rovna  $v_{\text{I.}} = 7,9 \text{ kmh}^{-1}$ .  
Počáteční rychlost si vyjádříme:

$$v_0^2 = GM \left( \frac{2}{r_0} - \frac{1}{a} \right)$$

Z úvah o elipse najdeme excentricitu  $e$  jako funkci závislou na vzdálenosti pericentra  $q$ , následně apocentrum  $Q$ :

$$e = 1 - \frac{q}{a}$$

$$Q = a(1 + e)$$

- $v_0 < v_{\text{I.}}$  — elipsa, kde  $Q < q \rightarrow$  může končit v Zemi
- $v_0 > v_{\text{I.}}$  — elipsa, kde  $Q > q$

**Druhá kosmická rychlost:** je nejnižší možná rychlost, při které těleso může definitivně opustit sféru gravitačního vlivu planety:

$$v_{\text{II.}} = \sqrt{2G \frac{M}{R+h}}$$

Je zřejmé, že po dosažení  $v_{\text{II.}}$  je  $Q \rightarrow \infty$ , trajektorie je tak parabolickou.

**Dynamika na oběžné dráze:** Ze vztahu  $v_0^2 = GM \left( \frac{2}{r_0} - \frac{1}{a} \right)$  si vyjádříme závislost  $\frac{1}{a}$ , následně úpravami dojdeme k závislosti:

$$\frac{\Delta a}{a} = 2 \frac{v_0^2}{GM} \cdot \frac{\Delta v_0}{v_0}$$

Důsledek: přidání rychlosti zvětší velkou poloosu elipsy = prodlouží periodu oběhu  $P$  a naopak.

### 3 Určování hmotnosti těles ve sluneční soustavě

Díky III. Keplerovu zákonu můžeme určit hmotnost centrálního tělesa, pokud toto má své satelity.

**Příklad Slunce — Země:** Hmotnost Země  $M_Z$  je možné proti hmotnosti Slunce  $M_{\odot}$  zanedbat  $M_Z \rightarrow 0$ :

$$\frac{a_Z^3}{P_Z^2} = M_{\odot} + M_Z \doteq 1$$