

Fyzikální sekce přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Měření parametrů zobrazovacích soustav

Jméno: **Petr Šafařík** Datum: **26.9.06**
Obor: **Astrofyzika** Ročník: **Druhý** Semestr: **Třetí** Test:

ÚLOHA č. 8

$T = 21,8 \text{ C}$

$p = 97,0 \text{ kPa}$

$\varphi = 34\%$

Fyzikální praktika 8

Měření parametrů zobrazovacích soustav

Petr Šafařík

26. září 2006

Obsah

1	Zadání	3
2	Teorie	3
2.1	Čočky	3
2.2	Besselova metoda	3
2.3	Rozptylky	4
2.4	Index lomu skla	4
3	Měření	5
3.1	Měření vlastností spojky	5
3.1.1	Přímá metoda	5
3.1.2	Besselova metoda	5
3.1.3	Ze zvětšení	6
3.2	Měření vlastností rozptylky	6
3.2.1	Přímou metodou	6
3.3	Index lomu	7
3.3.1	Spojka	7
3.3.2	Rozptylka	7
4	Závěr	8
5	Poznámky	8
5.1	Vzorce pro výpočet chyby	8
5.1.1	Výpočet absolutní chyby	8
5.1.2	Výpočet relativní chyby	9
5.1.3	Zákon šíření chyb	9

1 Zadání

- Změřte ohniskovou vzdálenost tenké spojky přímou a Besselovou metodou.
- Změřte ohniskovou vzdálenost tenké spojky ze zvětšení
- Změřte ohniskovou vzdálenost rozptylky přímou metodou.
- Určete index lomu skla měřením poloměrů křivosti lámavých ploch čoček.

2 Teorie

2.1 Čočky

V tomto měření byly určovány parametry čoček - spojky a rozptylky, tedy ohniskové vzdálenosti, poloměry křivosti a indexy lomu skla, z něhož byly zhotoveny. První měření se zabývalo spojkou. Základní vztah pro měření je zobrazovací rovnice:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}$$

V ní vystupují vzdálenosti vzoru a a obrazu a' od čočky, ohnisková vzdálenost je označena f . Je-li vzdálenost vlevo od čočky, je jí přiřazeno znaménko záporné, jinak kladné. Z tohoto vztahu můžeme přímo vyjádřit ohniskovou vzdálenost:

$$f' = \frac{a \cdot a'}{a - a'}$$

K určení ohniskové vzdálenosti je možné využít i příčného zvětšení $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}$, kde y, a je velikost a vzdálenost vzoru a y', a' velikost a vzdálenost obrazu.

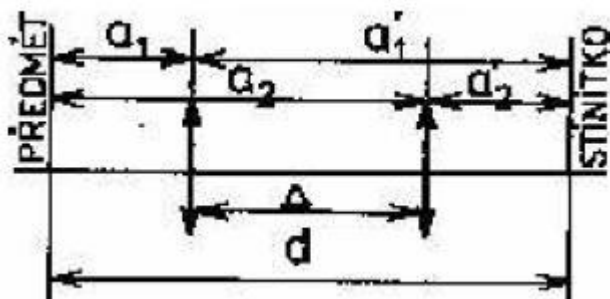
Dosadíme-li do předchozího vztahu $f' = \frac{a \cdot a'}{a - a'}$ dostaneme:

$$f' = \frac{a'}{1 - \beta} = \frac{a\beta}{1 - \beta}$$

2.2 Besselova metoda

Další možnost, jak určit ohniskovou vzdálenost, představuje Besselova metoda, která vychází z toho, že při pevné vzdálenosti vzoru a stínítka (obrazu) jsou dvě polohy čočky, v nichž vznikne ostrý obraz. Protože jsou si rovny vzdálenosti $a_1 = -a'_2$ a $a_2 = -a'_1$ součet vzdáleností vzoru a obrazu od čočky je vzdálenost obrazu a vzoru $d = |a_1| + |a'_1| = |a_2| + |a'_2|$ a vzdálenost mezi

polohami čočky je $\Delta = |a'_1| - |a'_2| = |a_2| - |a_1|$, obojí je vidět na obrázku,



tak lze několika úpravami získat tento vztah:

$$d^2 - \Delta^2 = |4a_1a'_1| = |4a_2a'_2|$$

To lze dosadit do prvního vztahu pro ohniskovou vzdálenost $f' = \frac{a \cdot a'}{a - a'}$ a vyjde:

$$f' = \frac{d^2 - \Delta^2}{4d}$$

2.3 Rozptylky

Dalším úkolem bylo určit ohniskovou vzdálenost rozptylky přímou metodou. Protože rozptylka vytváří pouze zdánlivý obraz, byla v soustavě ponechána spojka z předchozího měření. Využívá se toho, že rozptylka obraz posune dále od spojky.

$$a = A - R$$

$$a' = A' - R$$

$$f' = \frac{a \cdot a'}{a - a'}$$

2.4 Index lomu skla

Dále bylo za úkol určit poloměr křivosti lámavých ploch čoček. Měření bylo provedeno sférometrem, což je úchylkoměr, na němž je připevněn kruhový trychtýř. Nejprve byla na rovinném skle určena hodnota odpovídající nulové výchylce. Poté byl sférometr přiložen na obě strany každé z čoček. Sférometr tak vymezil na čočkách kulové vrchlíky s výškou h a pro poloměr křivosti čočky dostaneme:

$$r = \frac{z^2 + h^2}{2h}$$

Neboli:

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n - 1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 \cdot r_2}$$

pro tenkou čočku pak dostaneme pro výpočet indexu lomu:

$$n = \frac{1 + \frac{1}{f'}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

3 Měření

3.1 Měření vlastností spojky

3.1.1 Přímá metoda

Poloha čočky $\frac{a}{cm}$	Poloha stínítka $\frac{a'}{cm}$	Ohnisková vzdálenost $\frac{f}{cm}$
-24,5	48,4	16,512
-22,5	55,9	16,042
-24,2	49,8	16,285
-23,1	53,5	16,133
-22,6	57,1	16,191
-22,1	59,9	16,143
-23,8	50,7	16,196
-25,1	44,9	16,099
-24,4	48,6	16,244
-25,2	46,0	16,280
		$f' = 16,213$

Ohnisková vzdálenost změřená pomocí přímé metody se rovná $f' = (16,21 \pm 0,04) cm$ s relativní chybou 0,3%.

3.1.2 Besselova metoda

1.poloha $\frac{a_1}{cm}$	2.poloha $\frac{a_2}{cm}$	$\frac{d}{cm}$	$\frac{\Delta}{cm}$	$\frac{f}{cm}$
24,5	50,9	72,9	26,4	16,896
22,5	57,9	78,4	35,4	16,984
24,2	52,3	74,0	28,1	16,361
23,1	55,6	76,6	32,5	16,521
22,6	59,6	79,7	37,0	16,239
22,1	62,2	82,0	40,1	16,834
23,8	52,3	74,5	28,5	16,152
25,1	46,2	71,0	21,1	16,732
24,4	50,8	77,0	52,6	16,021
25,2	48,7	71,2	23,5	16,923
				$f' = 16,566$

Ohnisková vzdálenost změřená pomocí Besselovy metody se rovná $f' = (16,6 \pm 0,1) \text{ cm}$ s relativní chybou 0,6%.

3.1.3 Ze zvětšení

$y = 5 \text{ cm}$

Poloha $\frac{a'}{\text{cm}}$	Velikost $\frac{y'}{\text{cm}}$	β	$\frac{f}{\text{cm}}$
48,4	-9,4	-1,88	16,806
55,9	-11,8	-2,36	16,687
49,8	-9,8	-1,96	16,824
53,5	-11,1	-2,22	16,615
57,1	-12,0	-2,40	16,784
59,9	-12,9	-2,58	16,732
50,7	-10,1	-2,02	16,788
44,9	-8,5	-1,70	16,630
48,6	-9,4	-1,88	16,875
46,0	-8,6	-1,72	16,912
			$f' = 16,765$

Ohnisková vzdálenost změřená ze zvětšení se rovná $f' = (16,77 \pm 0,03) \text{ cm}$ s relativní chybou 0,2%.

3.2 Měření vlastností rozptylky

3.2.1 Přímo metodou

$\frac{A}{\text{cm}}$	$\frac{A'}{\text{cm}}$	$\frac{R}{\text{cm}}$	$\frac{a}{\text{cm}}$	$\frac{a'}{\text{cm}}$	$\frac{f}{\text{cm}}$
71,6	88,9	56,2	15,4	32,7	-29,11
72,8	86,7	57,8	15,0	28,9	-31,19
73,4	76,1	65,6	7,8	10,5	-30,33
74,3	95,8	57,8	16,5	38,0	-29,16
					$f' = -29,948$

Ohnisková vzdálenost rozptylky změřená přímo se rovná $f' = (-29,95 \pm 0,5) \text{ cm}$ s relativní chybou 1,6%.

3.3 Index lomu

3.3.1 Spojka

$\frac{h_1}{mm}$	$\frac{h_2}{mm}$	$\frac{2z}{mm}$	$\frac{z}{mm}$	$\frac{r_1}{mm}$	$\frac{f'}{cm}$
-1,821	-0,001	34,8	17,4	-84,040	16,57
-1,832	0,001	34,8	17,4	-83,547	16,57
-1,832	0,000	34,9	17,45	-84,023	16,57
-1,833	0,000	34,7	17,35	-83,028	16,57
-1,832	-0,001	34,9	17,45	-84,023	16,57

Hodnotu jsem převzal z měření pomocí Besselovy metody

$$r = (-83,7 \pm 0,2) \text{ mm}$$

Pro spojku pak platí: $n = 1 + \frac{r_1}{f'}$

Zákon šíření chyb pro hodnotu n s proměnnými f' , r :

$$\delta_f = \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(1 + \frac{r}{f'} \right) \right]^2 \cdot (\delta r)^2 + \left[\frac{\partial}{\partial f'} \left(1 + \frac{r}{f'} \right) \right]^2 \cdot (\delta f')^2}$$

$$\delta_f = \sqrt{\left[\frac{1}{f'} \right]^2 \cdot (\delta r)^2 + \left[\frac{-r}{(f')^2} \right]^2 \cdot (\delta f')^2}$$

$$\delta_f = \sqrt{0,02 \cdot 0,0396 + 0,09 \cdot 0,1}$$

$$\delta_f = 0,04$$

Index lomu spojky vychází $n = (1,50 \pm 0,04)$ s relativní chybou 2,7%.

3.3.2 Rozptylka

$\frac{h_1}{mm}$	$\frac{h_2}{mm}$	$\frac{2z}{mm}$	$\frac{z}{mm}$	$\frac{r_1}{mm}$	$\frac{r_2}{mm}$	$\frac{f'}{cm}$
0,509	0,508	37,2	18,6	340,097	338,938	-29,95
0,510	0,507	37,2	18,6	339,431	339,431	-29,95
0,511	0,508	37,1	18,55	336,950	340,765	-29,95
0,510	0,509	37,2	18,6	339,431	339,431	-29,95
0,510	0,509	37,2	18,6	339,431	339,431	-29,95

Hodnotu jsem převzal z přímého měření

$$r_1 = (339,0 \pm 0,5) \text{ mm}$$

$$r_2 = (339,6 \pm 0,3) \text{ mm}$$

Pro rozptylku pak platí: $n = 1 + \frac{r_1}{2f'}$

Chyba δ_n byla počítána pomocí zákona šíření chyb.

Index lomu rozptylky vychází $n = (1,63 \pm 0,09)$ s relativní chybou 5,8%.

4 Závěr

Shnutí Pro větší přehlednost zde uvádím přehled naměřených výsledků:

- Ohnisková vzdálenost změřená pomocí přímé metody se rovná $f' = (16,21 \pm 0,04) \text{ cm}$ s relativní chybou 0,3%.
- Ohnisková vzdálenost změřená pomocí Besselovy metody se rovná $f' = (16,6 \pm 0,1) \text{ cm}$ s relativní chybou 0,6%.
- Ohnisková vzdálenost změřená ze zvětšení se rovná $f' = (16,77 \pm 0,03) \text{ cm}$ s relativní chybou 0,2%.
- Ohnisková vzdálenost rozptylky změřená přímo se rovná $f' = (-29,95 \pm 0,5) \text{ cm}$ s relativní chybou 1,6%.
- Index lomu spojky vychází $n = (1,5 \pm 0,04)$ s relativní chybou 2,7%.
- Index lomu rozptylky vychází $n = (1,63 \pm 0,09)$ s relativní chybou 5,8%.

Diskuse Na základě postupů popsaných ve skriptech jsem naměřil výše uvedené hodnoty. Poté podle uvedených vztahů v odstavci teorie vypočítal požadované veličiny - ohniskovou vzdálenost spojky a rozptylky různými metodami a index lomu (rovněž pro spojku i rozptylku). Některé vypočtené veličiny měli velkou relativní chybu. Ta, podle mého názoru, byla způsobena dvěma faktory:

1. Vztahy ze kterých jsem vycházel jsou určeny pro ideální čočky.
2. Osobně jsem měl často problémy s odečítáním přesné polohy stínítka, neboť "interval polohy" ve kterém byl na stínítku ostrý obraz byl relativně velký.

Oba tyto faktory se bezesporu podílely na relativně vysoké nepřesnosti měření.

5 Poznámky

5.1 Vzorce pro výpočet chyby

5.1.1 Výpočet absolutní chyby

Absolutní chyba bude výsledkem tohoto vzorce:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum \Delta x_i^2}{n \cdot (n - 1)}}$$

5.1.2 Výpočet relativní chyby

Relativní chyba se získá jako poměr absolutní chyby a absolutní hodnoty x :

$$\delta_r x = \frac{\delta x}{x} \cdot 100\%$$

Výpočty střední kvadratické chyby (nikoli zákona šíření chyb) bylo provedeno pomocí programu Origin.

5.1.3 Zákon šíření chyb

Zákon šíření chyb pro hodnotu x s proměnnými a , b :

$$\delta_x = \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial a} (f(x))\right]^2 \cdot (\delta a)^2 + \left[\frac{\partial}{\partial b} (f(x))\right]^2 \cdot (\delta b)^2}$$