

Fyzikální sekce přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Propustnost pevných látek a kapalin

Jméno: **Petr Šafařík**

Datum:

Obor: **Astrofyzika** Ročník: **Druhý** Semestr: **Třetí**

Test:

ÚLOHA č.: **12**

$T = 22\text{C}$

$\rho = 995$

$\varphi = 56\%$

Fyzikální praktika 12

Propustnost pevných látek a kapalin

Petr Šafařík

20. listopadu 2006

Obsah

1	Zadání	3
2	Teorie	3
2.1	Ověření platnosti Lambert-Beerova zákona	3
2.2	Určení indexu lomu skla z měření propustnosti	5
3	Měření	6
3.1	Kyveta č. 1, $t = 0,5\text{cm}$	6
3.2	Kyveta č. 2, $t = 10\text{cm}$	7
3.3	Kyveta č. 3, $t = 20\text{cm}$	7
3.4	Ověření platnosti Beerova zákona	7
3.5	Stanovení hodnoty absorpčního koeficientu dané látky v roztoku	8
3.6	Index lomu n	8
3.6.1	Skříčko	8
3.7	Určení materiálových konstant	10
4	Závěr	10

1 Zadání

- Stanovte spektrální závislost relativní propustnosti $\frac{T}{T_0}$ roztoku dané koncentrace v kyvetách různé délky.
- Stanovte spektrální závislost propustnosti řady destiček téhož materiálu s různými tloušťkami.
- Pomocí vztahu ověřte zda platí Lambertův zákon a určete absorpční koeficient dané látky za předpokladu, že nebereme v úvahu odrazy na rozhraních.
- Pomocí vztahu určete absorpční koeficient za situace, že rigorózně uvažujeme reflexe na obou rozhraních měřených látek.
- Stanovte spektrální závislost indexu lomu daného skla v zadaném spektrálním oboru z měření propustnosti.
- Určete materiálové konstanty a nakreslete disperzní křivku.

2 Teorie

2.1 Ověření platnosti Lambert-Beerova zákona

Absorbce světla při jeho průchodu látkou je charakterizována propustností (transmisí). Ta je definována vztahem $T = \frac{\Phi}{\Phi_0}$, kde Φ_0 je světelný tok na látku dopadající a Φ je tok látkou prošlý. Pokud se podíl daný tímto vztahem vztahuje pouze na ztráty světla uvnitř látky, hovoříme o vnitřní propustnosti. Spektrální závislosti propustnosti jsou měřeny proto, abychom se dověděli o procesech založených na existenci selektivní absorpce. Ta se projevuje tím, že daná látka absorbuje jen některé vlnové délky, širší pásy resp. celé rozsáhlé oblasti spektra. Tento jev je možné vysvětlit pomocí elektromagnetické teorie rezonancí elektrických dipólů obsažených ve zkoumané látce. Světelná vlna vyvolá v látce periodicky proměnnou polarizaci molekul. Molekuly přijímají tím větší energii, čím bližší je frekvence dopadajícího světla jejich vlastní frekvenci. Nejsilněji se předávání energie projevuje v případech rezonance, která se prozradí tím, že látka silně absorbuje frekvence odpovídající frekvenci volných kmitů nábojů na dipólech.

Ztráty světla mohou být také částečně způsobeny odrazy na rozhraních při vstupu světla do látky a při jeho výstupu z ní.

Uvažujeme-li o průchodu monochromatické světelné vlny homogenní vrstvou látky o tloušťce t , pak je propustnost dána Lambertovým zákonem:

$$T = e^{-\alpha t}$$

Kde α je koeficient absorpce světla, který je obecně závislý na vlnové délce dopadajícího elektromagnetického záření. Ověření platnosti Lambertova zákona lze provést jednoduše tak, že provedeme měření spektrální závislosti propustnosti $T(\lambda)$ ve vhodném intervalu vlnových délek na plan-paralelních destičkách téže látky s různými tloušťkami t . Z toho vyplývá:

$$\ln T = -\alpha t$$

Vyneseme-li závislost $\ln T$ na tloušťce vzorků dané látky pro určitou vlnovou délku, musíme v případě platnosti vztahu, dostat lineární závislost jejíž směrnici lze určit v prvním přiblížení koeficient absorpce α . Zanedbání reflexí na rozhraních vzorku se zásadně neprojevuje v ověření platnosti vztahu.

Je-li index lomu zkoumané látky n a index absorpce k uvažujeme vliv absorpce pouze při průchodu látkou tzn. že musí platit

$$(n - 1)^2 \gg k^2$$

Pak také platí, že

$$T_1 = 1 - R_1$$

Dopadá-li na vzorek světelný tok $\Phi_0 = 1$, pak v prošlém světle dostaneme pro propustnost jako výsledek součtu všech intenzit paprsků vzorkem prošlých

$$\frac{T_1^2 e^{-\lambda t}}{1 - R_1^2 e^{-2\lambda t}} = \frac{(1 - R_1)^2 e^{-2\alpha t}}{1 - R_1^2 e^{-2\alpha t}}$$

tento vztah dostaneme jako součet nekonečné geometrické řady s kvocien-tem $q = R_1^2 e^{-2\lambda t}$, přičemž ve vztahu lze za předpokladu znalosti reflexe jednoho rozhraní vzorku R_1 stanovit správně hodnotu absorpčního koeficientu λ aniž zanedbáváme odrazy na obou rozhraních vzorku.

Zavedením substituce $x = \exp(-\lambda t)$ lze ze vztahu převést na kvadratickou rovnici

$$-TR_1^2 x^2 - (1 - R_1)^2 x + T = 0$$

jejíž řešení je:

$$x_{1,2} = \frac{(1 - R_1)^2 \pm \sqrt{(1 - R_1)^4 + 4T^2 R_1^2}}{-2TR_1^2}$$

Kde T je naměřená celková hodnota propustnosti. Podle tohoto vzorce pak můžeme stanovit hledanou hodnotu absorpčního koeficientu α pro libovolnou hodnotu vlnové délky λ v intervalu, ve kterém byla závislost $T(\lambda)$ měřena.

Absorpční procesy v roztocích popisuje Beerův zákon. V tomto případě však musí být splněn předpoklad, který se týká koncentrace c vyšetřované látky v rozpouštědla. Koncentrace musí být dostatečně nízká, abychom mohli předpokládat, že nedochází k vzájemné interakci absorbujících molekul, ale pouze k interakci světelné vlny s těmito molekulami. Beerův zákon lze psát analogicky ve tvaru

$$T = \exp(-\alpha ct)$$

Při měření na roztocích lze poměrně jednoduše ověřit platnost Beerova zákona a stanovit velikost absorpčního koeficientu bez složitých výpočtů tak, že se provede měření propustnosti T vyšetřované látky v rozpouštědla a v téže kyvetě pak propustnost čistého rozpouštědla T_0 . Je-li splněn předpoklad o malé hodnotě koncentrace látky, můžeme předpokládat, že se její přítomností v rozpouštědla podstatně nezměnil index lomu rozpouštědla a poměrem $\frac{T}{T_0}$ v podstatě vyloučíme vliv reflexe na stěnách kyvety. Pak lze vztah přepsat do tvaru:

$$\frac{T}{T_0} = e^{-\alpha ct}$$

odkud lze bez problémů jednak ověřit platnost Beerova zákona, jednak stanovit hodnotu absorpčního koeficientu:

$$\alpha = \frac{\left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right]}{ct}$$

2.2 Určení indexu lomu skla z měření propustnosti

Dopadá-li světelná vlna na rozhraní dvou opticky různých prostředí, pak se z části energie odráží (intenzita I_r) a zbývající část energie prochází do druhého prostředí (I_t). Při průchodu světelné vlny ve druhém prostředí se může část energie absorbovat. Není-li tloušťka druhého prostředí příliš velká případně toto prostředí neabsorbuje, zbývající část světelné energie po odrazu na druhém rozhraní vystupuje ze zkoumané látky.

V optice se zavádí intenzitní veličiny odrazivost R , propustnost T a absorpce A , které při kolmém dopadu světla charakterizují z optického hlediska danou látku. Označíme-li symbolem I_0 intenzitu dopadající světelné vlny,

pak

$$R = \frac{I_r}{I_0}$$

$$T = \frac{I_t}{I_0}$$

a v soulase se zákonem zachování energie platí:

$$R + T + A = 1$$

Z měření propustnosti T tlusté vrstvy dané látky lze určit, za předpokladu, že daná látka je neabsorbující její index lomu. Tlustou vrstvou se rozumí taková tloušťka materiálu t , že platí $t \gg \lambda$, kde λ je vlnová délka dopadajícího světla. Vzhledem k tomu, že jde o neabsorbující látku, platí $A = 0$

Když se nám jedná o neabsorbující látku, platí :

$$T = \frac{(1 - \rho)^2}{1 - \rho^2}$$

což je po upravení rovno:

$$T = \frac{1 - \rho}{1 + \rho}$$

Pro odrazivost rozhraní vzduchu - neabsorbující látka, která je charakterizována indexem lomu n , dostáváme z Fresnelových koeficientů:

$$\rho = \frac{(1 - n)^2}{(1 + n)^2}$$

dosazením do vztahu dostaneme:

$$T = \frac{2n}{(n^2 + 1)}$$

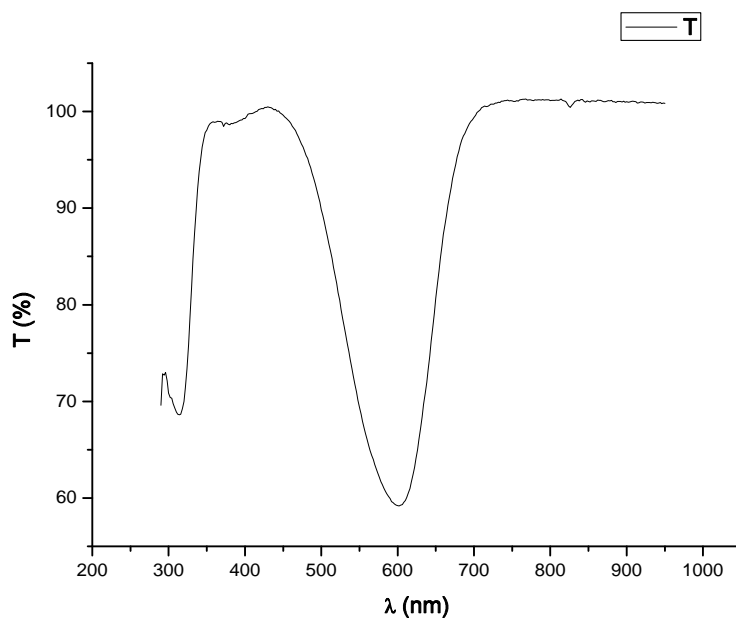
odkud lze již snadno stanovit hledaný index lomu neabsorbující látky.

Určíme-li hodnoty indexu lomu v dostatečně širokém intervalu vlnových délek, můžeme stanovit materiálové konstanty v Cauchyově vztahu pro index lomu vhodnou optimalizační metodou a vynést disperzní křivku $n = f(\lambda)$.

3 Měření

3.1 Kyveta č. 1, $t = 0,5\text{cm}$

Viz graf 1

Obrázek 1: Kyveta č. 1, $t = 0,5\text{cm}$

3.2 Kyveta č. 2, $t = 10\text{cm}$

Viz graf 2

3.3 Kyveta č. 3, $t = 20\text{cm}$

Viz graf 3

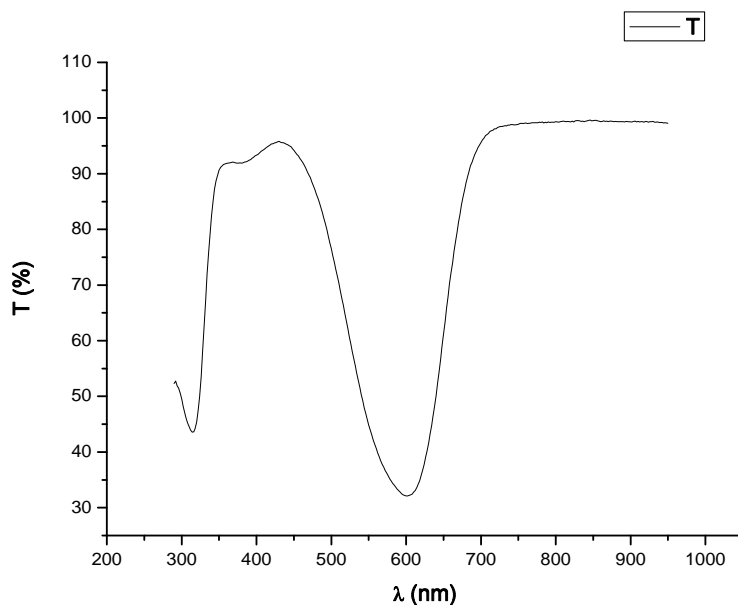
$$\frac{T}{T_0} = e^{-c\alpha t}$$

$$\ln \frac{T}{T_0} = -c\alpha t$$

$$\alpha c = \frac{\ln \frac{T}{T_0}}{t}$$

3.4 Ověření platnosti Beerova zákona

Všechna minima jednotlivých závislostí nastala při vlnové délce $\lambda = 602,00\text{nm}$

Obrázek 2: Kyveta č. 2, $t = 10\text{cm}$

3.5 Stanovení hodnoty absorpčního koeficientu dané látky v roztoku

Z rovnice regrese přidané spojnice tří bodů v grafu lze odečíst koeficient A :

$$A = 0,99966\text{cm}^{-1}$$

3.6 Index lomu n

3.6.1 Sklíčko

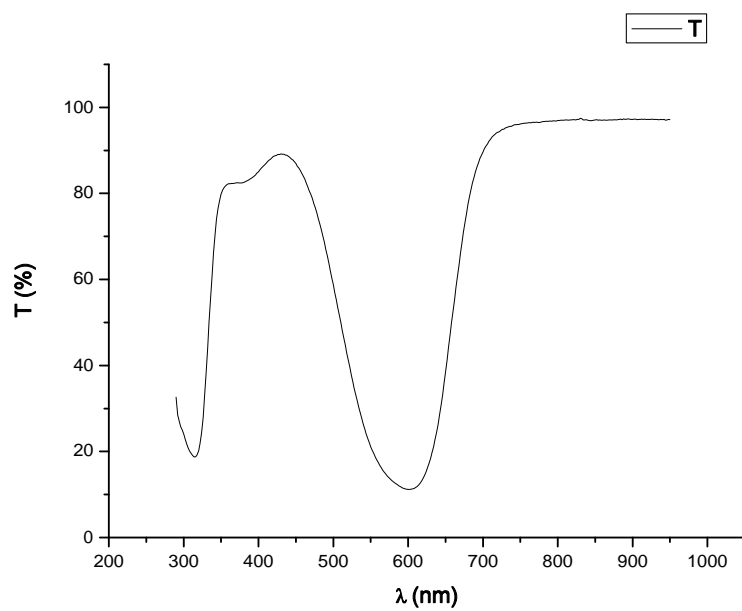
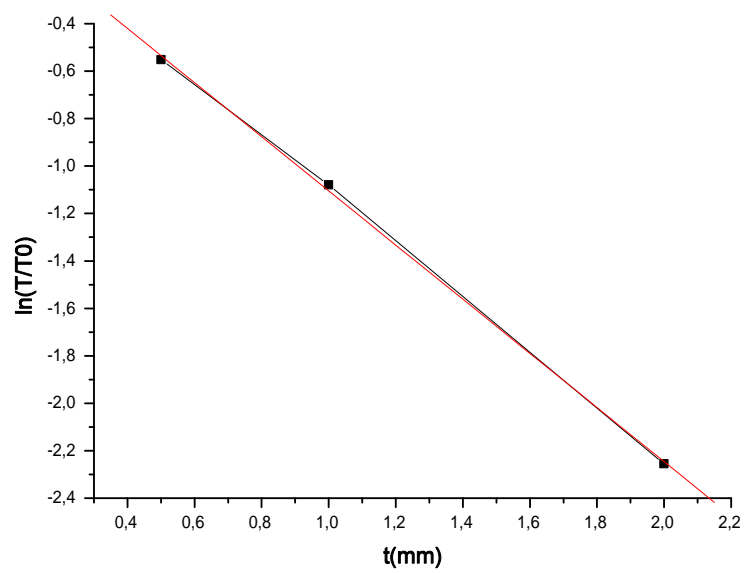
Střední hodnota indexu lomu skla vypočítaná z hodnot propustnosti podle vztahu:

$$T = \frac{2n}{n^2 + 1}$$

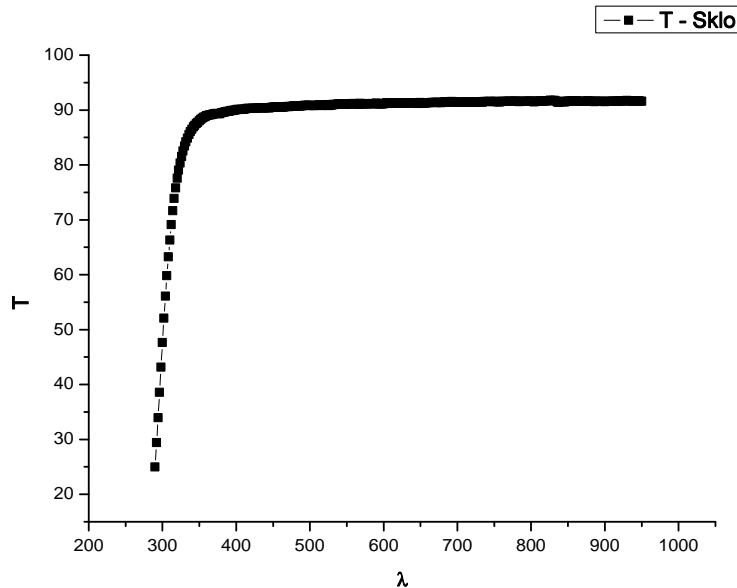
mi vyšla¹:

$$n = (1,55 \pm 0,02) \text{ s relativní chybou } 1,2\%.$$

¹Jelikož vztah $T=2n/(n^2+1)$ má smysl jen v případě, že se nejedná o absorbující látku (viz graf 6), budu k dalším výpočtům využívat dat z měření v rozmezí vlnových délek (500-950)nm.

Obrázek 3: Kyveta č. 3, $t = 20\text{cm}$ 

Obrázek 4: Ověření platnosti Beerova zákona



Obrázek 5: Propustnost T - čiré sklíčko

3.7 Určení materiálových konstant

$$n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2} + \frac{\gamma}{\lambda^4}$$

K určení materiálových konstant α , β a γ jsem použil data závislosti indexu lomu na vlnové délce v rozmezí (500-950)nm. Tuto závislost jsem fitoval v programu Origin Cauchyho polynomem, odkud jsem zjistil hledané konstanty:

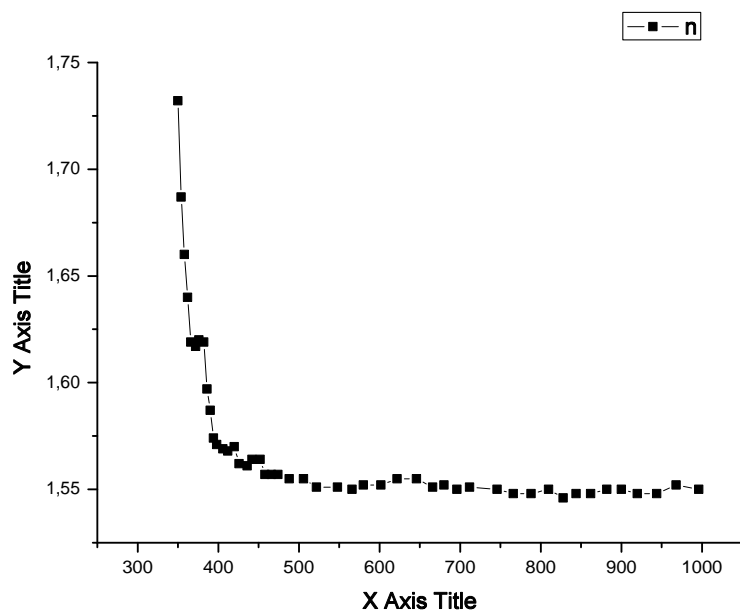
$$\alpha = 1,547$$

$$\beta = -202,223nm^2$$

$$\gamma = 456,791 \cdot 10^6 nm^4$$

4 Závěr

Konstanta A , v níž je zahrnuta absorpční konstanta α , byla vypočtena jako směrnice přímky ze závislosti propustnosti, při dané vlnové délce ($\lambda = 602,00nm$), na tloušťce kyvety: $A = 1,1414m^{-1}$. To, že všechny tři body tomto grafu ležely (téměř) na jedné přímce je ověřením Beerova zákona.



Obrázek 6: Index lomu - čiré sklíčko

Materiálové konstanty byly určeny jako
 $\alpha = 1,547$; $\beta = -202,223nm^2$; $\gamma = 456,791 \cdot 10^6nm^4$