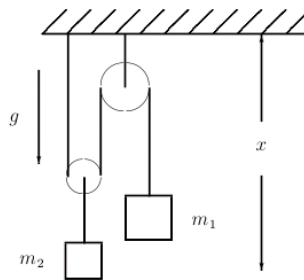


F4120 — Teoretická mechanika

2 - Dvě tělesa spojená přes kladky

Zadání

Určete zrychlení tělesa o hmotnosti m_1 pomocí Lagrangeových rovnic¹

Obrázek**Vazba**

Vazbu uděláme přes spojovací lanko a to úvahou: Když se těleso 1 sníží o x , tak těleso 2 se zvýší o $2y$ (souřadnice jsou rovnoběžné, stejně orientované, ale pro každé těleso zvlášť). Odtud tedy rovnice:

$$x = -2y$$

$$x + 2y = l$$

kde l je délka provázku, nebo můžeme říci, pevná vazba ν . Proměnnou tedy bude poze x

Časová derivace \dot{y} bude:

$$\dot{y} = -\frac{\dot{x}}{2}$$

Energie a Lagrangián

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x} + \frac{1}{2}m_2\dot{y}^2$$

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x} + \frac{1}{2}m_2\left(\frac{\dot{x}}{2}\right)^2$$

$$T = \dot{x}^2\left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2 \cdot 2^2}\right)$$

$$V = -m_1gx - m_2gy$$

$$V = -m_1gx - m_2g\left(\frac{l-x}{2}\right)$$

$$V = -m_1gx - \frac{1}{2}m_2gl + \frac{1}{2}m_2gx$$

¹Ačkoli toto vyřešil TomTyc na přednášce. . .

$$L = T = \dot{x}^2 \left(\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{8} \right) + m_1 g x + \frac{1}{2} m_2 g l - \frac{1}{2} m_2 g x$$

Řešení rovnice

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\dot{x} \left(m_1 + \frac{m_2}{4} \right) \right] = g \left(m_1 - \frac{1}{2} m_2 \right)$$

$$\ddot{x} \left(m_1 + \frac{m_2}{4} \right) = g \left(m_1 - \frac{1}{2} m_2 \right)$$

$$\ddot{x} = \frac{g \left(m_1 - \frac{1}{2} m_2 \right)}{m_1 + \frac{m_2}{4}}$$