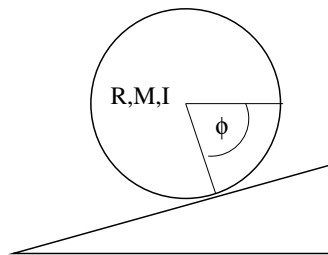


## F4120 — Teoretická mechanika

## 3 - Válec na nakloněné rovině

**Zadání**

Válec o hmotnosti  $M$ , poloměru  $R$  a momentu setrvačnosti  $I = \frac{MR^2}{2}$  se valí bez klouzání dolů po nakloněné rovině. Určete zrychlení válce.

**Obrázek****Energie a Lagrangián**

$$T = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \omega^2 + \frac{1}{2} M(R\dot{\varphi})^2$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M(R\dot{\varphi})^2$$

$$V = Mgh$$

$$V = Mg(\sin \alpha \cdot \varphi R)$$

kde  $\alpha$  je sklon nakloněné roviny.

$$L = \frac{1}{2} \frac{1}{2} MR^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M(R\dot{\varphi})^2 - Mg(\sin \alpha \cdot \varphi R)$$

**Řešení rovnice**

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} MR^2 \dot{\varphi} + MR^2 \dot{\varphi} \right) = -MgR \sin \alpha$$

$$\frac{3}{2} MR^2 \ddot{\varphi} = -MgR \sin \alpha$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{2g}{3R} \sin \alpha$$

Zrychlení odpovídá obvodovému zrychlení, proto

$$a = R \cdot \ddot{\varphi}$$

$$a = -\frac{2}{3} g \sin \alpha$$