Fyzikální sekce přírodovědecké fakulty
Masarykovy univerzity v Brně

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

F4220 - Výběrové fyzikální praktikum

Zpracoval: Petr Šafařík **Naměřeno:**

Obor: ASTRO **Ročník:** II **Semestr:** III **Testováno:**

Úloha č. **:**

$T = 20,0°$C

$p =$
998 hPa

$\varphi = 25,5$ %

F4220 - Výběrové fyzikální praktikum
Vázané oscilátory

Petr Šafařík

Měřeno: 6. a 13. dubna 2007
Kompilováno: 3. května 2007

Abstrakt

Představte si napnutý tuhý drát, na kterém jsou ve vzdálenosti $d_{1,2} = d_i$ dvě stejná kyvadla — vyrobená ze stejného materiálu, ze stejné formy, se stejným tvarem, hmotností i objemem... se stejnými momenty J.

Co má toto společného s vodíkovým atomem? Pramálo, řeknete-si, leč zamyslíme-li se hlouběji, budeme překvapeni, jak moc jsme se zmýlili. Jakmile totiž náš model vyvedeme z rovnovážné polohy — rozkmitáme — byť jen jedno kyvadlo, energie se po drátě přenese na kyvadlo druhé, které se taktéž dá do pohybu. Vzájemně se tedy ovlivňují — v teoretických modelech s dokonalými kyvadly a s nulovým odporem prostředí či ztrát, by tento model kmital na věky věků. A co to má společného s naším vodíkovým atomem?

Místo kyvadel si představme jednorozměrnou vlnovou funkci Ψ v jednorozměrné potenciálové jámě, která má formálně stejný popis jako rovnice kmitů: $\Psi = A_0 \sin(\frac{n\pi}{L} x)$ — elektron obíhající okolo jádra. Nebudeme nyní rozebírat, že smysl má pouze vyjádření $\left|\Psi^2\right|$ či co vlastně vlnová funkce uvádí a co znamená, neboť na tomto se ještě neshodli ani přední fyzikové, ale pouze se zaměřme na to, že něco takového je. Takže nyní máme náhradu za kyvadlo. A oním 'drátem', který svazuje naše dvě 'kyvadla' — elektrony — bude elektrická síla.

Studiem svázaných oscilátorů tedy 'zkoumáme' i jevy, jenž se přímo zkoumají jen velice ztěží — interakce elektronů.

Obsah

1 Zadání

- Pro 5 hodnot vazebních koeficientů určit parciální frekvence $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, vlastní frekvence Ω_1 a Ω_2 a frekvenci rázů Ω_R
- Pro zvolený koeficient γ a odpovídající hodnotu ω vypočíst vlastní frekvence a frekvenci rázů.
- Porovnat teoretické hodnoty s měřenými
- Vynést graf závislosti $\frac{\Omega_1}{\omega} = f_1(\gamma)$, $\frac{\Omega_2}{\omega} = f_2(\gamma)$, $\frac{\Omega_R}{\omega} = f_3(\gamma)$.
- Odhadnout chybu měření

2 Teoretické minimum

Zde uvádím jen tzv. teoretické minimum — základní vztahy pro pochopení výpočtů. Pro plné pochopení matematiky s problémem související odkazuji na scripta [1].

2.1 Určení teoretických hodnot

Pohybové rovnice dvou spřažených oscilátorů je možné vyřešit pomocí Lagrageových rovnic II. druhu:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_i} \qquad i = 1,2 \tag{1}$$

Pokud chceme systém dvou spřažených torzních oscilátorů převést mimo rovnovážnou polohu o výchylky φ_1 pro první kyvadlo a φ_2 pro druhé, tak musíme vykonat práci, která je rovna kinetické energii soustavy E_k

$$E_k = \frac{1}{2}J_1\left(\frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2}J_2\left(\frac{\mathrm{d}\varphi_2}{\mathrm{d}t}\right)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}D_1\varphi_1^2 + \frac{1}{2}D_2\varphi_2^2 + \frac{1}{2}D_0\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)^2$$

Dosazením těchto dvou rovnic pro E_k a E_p do Lagrangeovy funkce L a jejím dosazením do systému (1) získáme po úpravě:

$$\begin{array}{c} \frac{\mathrm{d}^2\varphi_1}{\mathrm{d}t^2} + \frac{D_1}{J_1}\varphi_1 + \frac{D_0}{J_1}\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = 0 \\ \frac{\mathrm{d}^2\varphi_2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{D_2}{J_2}\varphi_2 + \frac{D_0}{J_2}\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = 0 \end{array} \tag{2}$$

kde $D_i = d_i$ je rovno délce úseku.

Řešením této soustavy rovnic jsou poté obecné rovnice pro pohyb každého jednoho oscilátoru.

2.2 Postup při výpočtu

Pro předem známé hodnoty ω a $d_1 = d_2$ a d_0 jsme s to spočít hodnoty Ω_i, kde $i = 1, 2, R$.

Prvně potřebujeme znát *těsnost vazby* γ

$$\gamma = \frac{d}{d + d_0} = \frac{d_1 + d_2 + d_0}{d_1 + d_2 + 2d_0}$$

Tuto hodnotu nyní jen dosadíme do vztahu pro vlastní kmity (3):

$$(\Omega^2)_{1,2} = \omega^2\left(1 \pm \gamma\right) \tag{3}$$

Ze znalosti periody rázů:

$$T_R = \frac{2\pi}{\Omega_2 - \Omega_1}$$

které dosadíme do vztahu (4) získáme frekvenci rázů.

$$\Omega_R = \frac{2\pi}{T_R} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\Omega_2 - \Omega_1}} = \Omega_2 - \Omega_1 \tag{4}$$

3 Měření

Všechny hodnoty, které jsem naměřil jsem zprůměroval a zanesl spolu s teoretickmi hodnotami do tabulek.

V první tabulce (1) jsou uvedené průměrné hodnoty včetně chyb pro jednotlivé těsnosti vazby (γ). Měřené veličiny byly:

- Parciální frekvence ω
- Vlastní frekvence Ω_1 a Ω_2
- Frekvence rázů Ω_R

V dalších tabulkách (2, 3 a 4) uvádím srovnání teoretických a naměřených veličin (pořadě: Ω_1/ω, Ω_2/ω a Ω_R/ω). Tyto jsem následně vynesl do grafů (1, 2 a 3) stranách 7 a 8.

4 Závěr

Měřil jsem úlohu vázaných oscilátorů. Ačkoli je tato úloha de facto jednoduchá co do provedení, má hluboký fyzikální podtext, jak zmiňuji v abstractu. Pro těsnost vazby $\gamma = 0.94$ jsem provedl dvě série měření, takže výsledná chyba je pro toto měření nejmenší, jak je vidět v grafech.

5 Dodatky

Reference

[1] Kolektiv autorů: Výběrové fyzikální praktikum — návody k úlohám; Ústav fyziky kondenzovaných látek, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Brno, 2004

[2] GNU Octave, version 2.1.72 (i486-pc-linux-gnu)

[3] http://physics.muni.cz/˜petos

[4] http://physics.muni.cz/˜petos/F4220

[5] http://physics.muni.cz/˜petos/F3190

Tabulka 1: Shrnutí měřených výsledků

γ	ω	$\pm$ Err(ω)	Ω_1	$\pm$ Err(Ω_1)	Ω_2	$\pm$ Err(Ω_2)	Ω_R	$\pm$ Err(Ω_R)
0,55	3,09318	0,01021	2,90082	0,01012	3,27181	0,00789	0,36406	0,02152
0,61	2,49858	0,0067	2,1608	0,0135	2,74903	0,01488	0,55091	0,0745
0,66	2,27866	0,0351	1,90547	0,09147	2,61364	0,07242	0,77418	0,09028
0,77	2,31997	0,02007	1,58686	0,01282	2,4554	0,07219	1,28844	0,07944
0,94	2,69422	0,0364	1,46053	0,05372	3,51694	0,01935	2,1013	0,06166

Tabulka 2: Tabulka závislosti Ω_1/ω naměřených, tak i teoretických hodnot.

γ	ω	$\pm$ Err(ω)	Ω_1	$\pm$ Err(Ω_1)	Ω_1/ω	$\pm$ Err(Ω_1/ω)	$\Omega_1 T$	$\Omega_1 T/\omega$
0,55	3,09318	0,01021	3,27181	0,00789	0,00327	0,77311	2,07497	0,67082
0,61	2,49858	0,0067	2,74903	0,01488	0,0054	2,22007	1,56036	0,6245
0,66	2,27866	0,0351	2,61364	0,07242	0,04014	2,06316	1,32868	0,5831
0,77	2,31997	0,02007	2,4554	0,07219	0,00553	3,59768	1,11262	0,47958
0,94	2,69422	0,0364	3,51694	0,01935	0,01994	0,5317	0,65995	0,24495

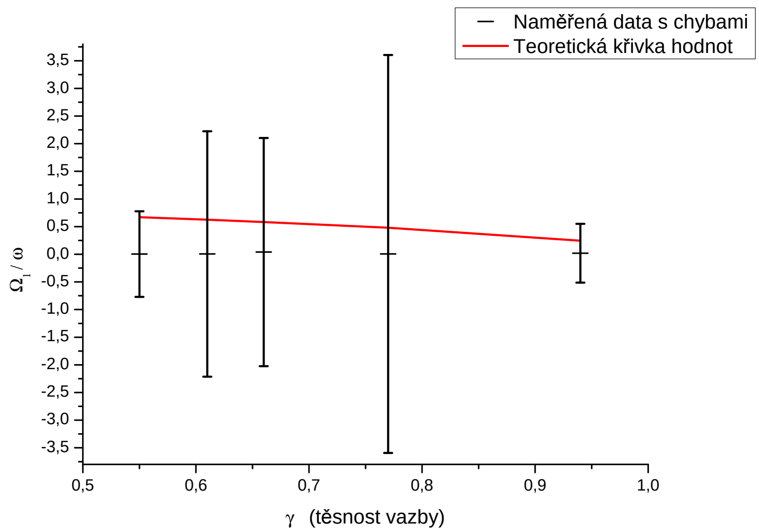
Tabulka 3: Tabulka závislosti Ω_2/ω naměřených, tak i teoretických hodnot.

γ	ω	$\pm$ Err(ω)	Ω_2	$\pm$ Err(Ω_2)	Ω_2/ω	$\pm$ Err(Ω_2/ω)	$\Omega_2 T$	$\Omega_2 T/\omega$
0,55	3,09318	0,01021	3,27181	0,00789	0,00327	0,77311	3,85098	1,24499
0,61	2,49858	0,0067	2,74903	0,01488	0,0054	2,22007	3,17035	1,26886
0,66	2,27866	0,0351	2,61364	0,07242	0,04014	2,06316	2,93585	1,28841
0,77	2,31997	0,02007	2,4554	0,07219	0,00553	3,59768	3,08652	1,33041
0,94	2,69422	0,0364	3,51694	0,01935	0,01994	0,5317	3,75261	1,39284

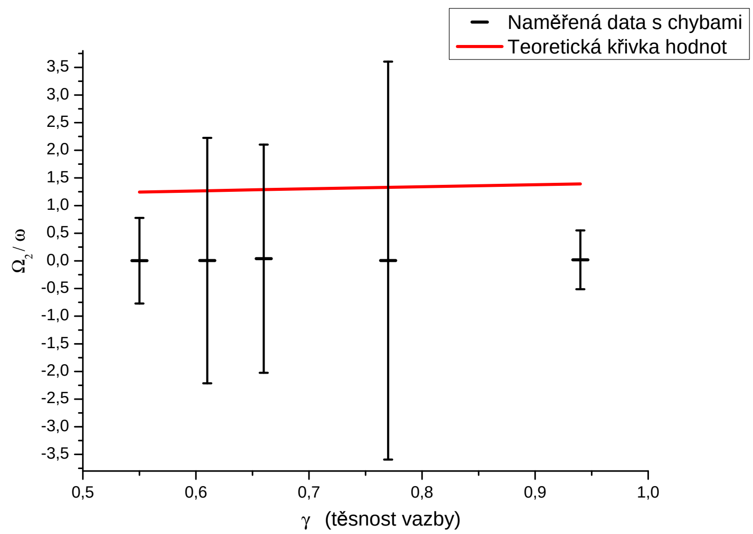
Tabulka 4: Tabulka závislosti Ω_R/ω naměřených, tak i teoretických hodnot.

γ	ω	$\pm$ Err(ω)	Ω_R	$\pm$ Err(Ω_R)	Ω_R/ω	$\pm$ Err(Ω_R/ω)	$\Omega_R T$	$\Omega_R T/\omega$
0,55	3,09318	0,01021	0,36406	0,02152	0,1177	0,03173	0,34254	0,11074
0,61	2,49858	0,0067	0,55091	0,0745	0,22049	0,0812	0,47642	0,19067
0,66	2,27866	0,0351	0,77418	0,09028	0,33975	0,12539	0,6839	0,30013
0,77	2,31997	0,02007	1,28844	0,07944	0,55537	0,09951	1,209	0,52112
0,94	2,69422	0,0364	2,1013	0,06166	0,77993	0,09806	2,03964	0,75704

Obrázek 1: Graf závislosti $\Omega_1/\omega = f_1(\gamma)$ s vynesenými chybami měření



Obrázek 2: Graf závislosti $\Omega_2/\omega = f_2(\gamma)$ s vynesenými chybami měření



Obrázek 3: Graf závislosti $\Omega_R/\omega = f_3(\gamma)$ s vynesenými chybami měření