

F7070 — Statistická fyzika a termodynamika

1 – Dvě částice

Zadání

Uvažujme dvoučásticový systém; přičemž jednotlivé částice mohou nabývat tří kvantových stavů energie: 0 , ε a 3ε . Systém je v tepelném kontaktu s reservoárem o teplotě T .

- Napište výraz pro partiční sumu Z pro MB statistiku s rozlišitelnými částicemi
- Napište výraz pro partiční sumu Z pro BE statistiku
- Napište výraz pro partiční sumu Z pro FD statistiku

Řešení**Část a – MB statistika**

Pro partiční funkci Z pro rozlišitelný systém platí rovnice (1)

$$Z = \sum_r e^{-E_r/T}, \quad (1)$$

kde $E_r = \sum_i^r n_i \varepsilon_i$ a $N_r = \sum_i^r n_i$.

Rozepíšeme si tedy partiční sumu (1) a získáme tabulku 1

Částice A	Částice B	E
0	0	0
0	ε	ε
0	3ε	3ε
ε	0	ε
ε	ε	2ε
ε	3ε	4ε
3ε	0	3ε
3ε	ε	4ε
3ε	3ε	6ε

Tabulka 1: Tabulka pro MB statistiku

Z ní se dá dosadit hodnoty E do (1) a získat rovnice (2)

$$Z = 1 + 2e^{-\varepsilon/T} + e^{-2\varepsilon/T} + 2e^{-3\varepsilon/T} + 2e^{-4\varepsilon/T} + e^{-6\varepsilon/T} \quad (2)$$

Část b – BE statistika

Dvě částice můžou být na stejné energiové úrovni, ovšem částice jsou nerozlišitelné. Tabulka 2 tedy nebude obsahovat některé řádky tabulky 1.

0	0	2·0
0	ε	ε
0	3ε	3ε
ε	ε	2ε
ε	3ε	4ε
3ε	3ε	6ε

Tabulka 2: Tabulka pro BE statistiku

Z tabulky 2 tak získáme tak partiční funkci (3)

$$Z = 1 + e^{-\varepsilon/T} + e^{-2\varepsilon/T} + e^{-3\varepsilon/T} + e^{-4\varepsilon/T} + e^{-6\varepsilon/T} \quad (3)$$

Část b – FD statistika

Dvě nerozlišitelné částice řídící se Pauliho vylučovacím principem.

0	ε	ε
0	3ε	3ε
ε	3ε	4ε

Tabulka 3: Tabulka pro FD statistiku

Z tabulky 3 tak získáme tak partiční funkci (4)

$$Z = e^{-\varepsilon/T} + e^{-3\varepsilon/T} + e^{-4\varepsilon/T} \quad (4)$$