

## Počtení praktikum 2

1. písemka - jaro 2021

doba řešení (cca) 90 minut

1. Určete souřadnice těžiště homogenní plochy  $S$  dané předpisem

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2}, \quad z \in \langle 0, 2 \rangle.$$

Přesný výsledek rovněž vyčíslete (přibližně nebo pomocí kalkulačky) a stručně diskutujte jeho reálnost. Zadanou plochu jednoduchým způsobem nakreslete. (2,5 bodu)

Výsledek:  $x_T = 0, y_T = 0, z_T = \frac{25\sqrt{5} + 1}{25\sqrt{5} - 5} \approx 1,12$

2. Určete moment setrvačnosti plochy  $S$  dané předpisem

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \quad z > 0,$$

jejíž plošná hustota  $\sigma = |z|$ , rotující okolo osy  $z$ . Výsledek vyjádřete pomocí hmotnosti dané plochy. (2,5 bodu)

Výsledek:  $J = \frac{243\pi}{2} = \frac{9M}{2}$

3. Vypočítejte tok vektoru  $\vec{F} = (x^2 + y^2, 2, z)$  částí plochy  $S$  z příkladu 1, pro kterou platí  $x > 0, y < 0$ . Zvolte takový směr normály dané plochy, aby tok byl kladný. (2,5 bodu)

Výsledek:  $\Phi = \pi - \frac{16}{15}$

4. Vypočítejte tok stejného vektoru  $\vec{F} = (x^2 + y^2, 2, z)$  rovinnou plochou  $S$  ve tvaru obdélníka, určeného vrcholy  $A = (0, 1, 0), B = (3, 2, 0), C = (3, 2, 3), D = (0, 1, 3)$ . Zvolte takový směr normály dané plochy, aby tok byl kladný. (Nápověda: zvažte, které směry volíte jako nezávislé.) (2,5 bodu)

Výsledek:  $\Phi = 2$