

## Počtení praktikum 2

### 2. písemka - jaro 2021<sup>1</sup>

doba řešení - 90 minut

1. Pomocí Gaussovy věty vypočítejte tok  $\Phi$  vektorového pole  $\vec{F}(x, y, z) = \left(xz, yz, \frac{z^2}{2}\right)$  uzavřenou plochou, tvořící celý povrch tělesa:  $\mathcal{V} = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0, y \leq 0, z \in \langle 0, |y| \rangle\}$ . (2,5 bodu)

Výsledek:  $\frac{3\pi}{32}$

2. Pomocí Stokesovy věty určete práci síly  $\vec{F} = \left(yz, -xz, \frac{z^2}{2}\right)$  působící po plášti válce o poloměru  $R$  a výšce  $H$ , jehož osa prochází bodem  $(-R, 0, 0)$  a splývá s vektorem  $(0, 0, z)$ . Síla působí po uzavřené trajektorii z počátečního bodu  $(0, 0, 0)$  ve směru bodů  $(0, 0, H)$ ,  $(-R, -R, H)$ ,  $(-R, -R, 0)$ , a zpět do bodu  $(0, 0, 0)$ . (2,5 bodu)

Výsledek:  $HR^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

3. Pomocí Taylorova rozvoje spočítejte limitu funkce  $f(x) = \frac{\sinh(x^4) - x^4}{(x - \sin x)^4}$  pro  $x \rightarrow 0$ , kde funkce  $\sinh x$  (tzv. hyperbolický sinus) je definována jako  $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ . (2,5 bodu)

Výsledek: 216

4. Napište Taylorův polynom 2. stupně funkce  $f(x, y) = \sqrt{xy^3 - 1}$  v bodě  $(2, 1)$ . (2,5 bodu)

Výsledek:  $\frac{x}{2} + 3y - 3 - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{4} (x - 2)^2 + 3(y - 1)^2 \right]$

---

<sup>1</sup>Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.