

Početní praktikum 2

Jaro 2024 - písemka 2¹

1. Vypočítejte tok Φ vektorového pole $\vec{F}(x, y, z) = (0, y^2, z)$ uzavřenou plochou, tvořící celý povrch tělesa: $\mathcal{V} = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0, y \leq 0, z \in \langle 0, |x| \rangle\}$. (2,5 bodu)

Výsledek: $\frac{1}{12}$

2. Pomocí Stokesovy věty určete práci síly $\vec{F} = (xz, -yz, xy)$ působící po plášti válce o poloměru R a výšce H , jehož osa prochází bodem $(0, -R, 0)$ a splývá s vektorem $(0, 0, z)$. Síla působí po uzavřené trajektorii z počátečního bodu $(0, 0, 0)$ ve směru bodů $(-R, -R, 0), (-R, -R, H), (0, 0, H)$ a zpět do bodu $(0, 0, 0)$. (2,5 bodu)

Výsledek: R^2H

3. Pomocí Taylorova rozvoje určete limitu (2,5 bodu)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + x^3 e^x} - 1}{\sin^3 x}.$$

Výsledek: $\frac{1}{3}$

4. Napište Taylorův polynom 2. stupně funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = \sqrt{3 - \frac{x}{y^2}}$$

v bodě $(2,1)$. (2,5 bodu)

Výsledek: $1 - \frac{1}{2}(x - 2) + 2(y - 1) + \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{4}(x - 2)^2 - 10(y - 1)^2 + 4(x - 2)(y - 1) \right]$

¹Ve výsledcích příkladů s geometrickými nebo fyzikálními veličinami nemusí být uvedeny příslušné jednotky.