

## Početni praktikum 1: druhá(a) písemka - podzim 2018

1. Řešte obyčejnou diferenciální rovnici (ODR) 1. řádu:  $xy' = y - e^{y/x}$ , jejím převedením na jednoduše separovatelný tvar, s počáteční podmínkou  $y(1) = 0$ . Určete definiční obor výsledné funkce. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = x \ln \left( \frac{x}{2x-1} \right), x \notin \left\langle 0, \frac{1}{2} \right\rangle$$

2. Řešte nehomogenní ODR 1. řádu:  $y' = 3y + x^3 e^{3x}$ , s počáteční podmínkou  $y(0) = 1$ . (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = \left( \frac{x^4}{4} + 1 \right) e^{3x}$$

3. Řešte homogenní ODR 2. řádu:  $y'' - 2y' + 10y = 0$ , s okrajovými podmínkami  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . Výsledek, včetně výpočtu příslušných konstant, vyjádřete v exponenciálním i goniometrickém tvaru. (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = \frac{3+i}{6} e^{(1+3i)x} + \frac{3-i}{6} e^{(1-3i)x} = e^x \left( \cos 3x - \frac{1}{3} \sin 3x \right), y = 0$$

4. Řešte ODR 2. řádu:  $y'' - 5y' + 4y = x e^x - \cos x$ . (2,5 bodu)

$$\text{Výsledek: } y = \left( C_1 - \frac{x^2}{6} - \frac{x}{9} \right) e^x + C_2 e^{4x} - \frac{3}{34} \cos x + \frac{5}{34} \sin x$$