1 ÚVOD

1.1. Předmět, úkoly a disciplíny astronomie

Astronomie – přírodní věda
v současnosti aplikovaná fyzika
– věda o vesmíru a jeho součástech

Etymologie: astron – hvězda } řecky
nomos – zákon

→ hledání zákonitostí

Předmět: vesmír, jeho součásti – kosmické objekty, jejich vzájemné interakce

Úkoly astronomie:

1) Určit a předpovědět polohu a pohyb kosmických těles a) na obloze (starověk, středověk)
b) v prostoru (novověk)
nejstarší odvětví – vynuceno praktickými úkoly – určování času, zem. polohy, náboženské a astrologické úkazy

2) Určení fyzikální povahy dějů určujících vlastnosti a stavbu těles a jejich soustav
– řešeno aplikací fyz. zákonů na vesmír
~ astrofyzika

3) Vznik, vývoj a zánik vesmíru a jeho součástí – vychází z pochopení současné

stavby – pokročilá součást astrofyziky
– záležitost posledních desetiletí

Hlavní zdroj informací o vesmíru – **pozorování**
+ teoretický základ poskytovaný fyzikou

Disciplíny (obory) astronomie (dosti se překrývají)

1. Astrometrie – zabývá se určováním přesných poloh a pohybů neb. těles na základě měření jejich poloh na obloze

- sférická astronomie
  určování poloh na obloze + redukce těchto poloh o nepřesnější vlivy (refrakce, aberace, precese, paralaxa), určování času
- fundamentální astronomie
  - určování přesných poloh hvězd, tvorba katalogů poloh a pohybů hvězd – opěrné soustavy na hv. obloze
- praktická astronomie – teorie astronomických pozorování a měření + praktické využití astronomie např. určování polohy na Zemi (astronavigace), příp. čas, kalendář

2. Teoretická astronomie a) metodika určování trajektorií těles z pozorovaných dat. Výpočet efemerid podle známých elementů

- kosmická dynamika = nebeská mechanika
  aplikace zákl. pohyb. zákonů na pohyb kosmických těles v prostoru (planety, družice, komety, dvojhvězdy ...)

Vše se vztahuje k řešení 1. úlohy astronomie
teoretická astronomie – b) teorie stavby planet, hvězd a jejich atmosfér

~ odvětví astrofyziky – aplikace fyzikálních zákonů na astrofyz. objekty – úkolem zjistit stavbu, fyz. vlastnosti, chem. složení

- praktická astrofyzika – praktické metody astrofyz. pozorování, teorie konstrukce, funkce astrofyz. přístrojů (spektrografy, fotometry)
- teoretická astrofyzika – jak z pozorování odvodit informace o stavbě a vlastnostech kosm. objektů

Dělení podle předmětu studia, například:

a) planetologie – fyzika planet (družic)
b) fyzika a dynamika meziplanetární hmoty
c) hvězdná astronomie
d) hvězdná statistika
e) fyzika mezihvězdné (mezigalakt.) hmoty
f) dynamika Galaxie
g) stavba a vývoj – hvězd, hvězdných soustav, vesmíru
h) ~ kosmogonie
i) kosmologie – stavba a vývoj vesmíru

Rozdělení na obory není striktní, má jen pomocný význam. V současnosti mimořádný význam zejména výzkum v oblastech hraničních.

1.2 Vznik a hlavní etapy rozvoje astronomie

astronomie – jedna z nejstarších věd
První zápisy astr. pozorování, o kterých se nepochybuje ~ 8. stol. před n. l.

× astr. poznatky už ve starém Egyptě
4. tisíciletí – předpověď nilských záplav při heliakickém východě Síria → ten určoval počátek roku – jeho délka stanovena na 365 dní

2000 př. n. l. Stonehenge – hlavní zámečné přímky – kultovní místo + observatoř

na vzd. východě rozvinutá astronomie ještě dříve – záznamy (?) o slunečních zatměních – datování až k roku 4000 př. n. l
je známo, že císař Hoang-Ti postavil observatoř 2061 př. n. l., aby sebral data ke zpřesnění čínského kalendáře
– objev 19 letého cyklu (saros) opakování podobných slunečních zatmění

čínští astronomové měli za povinnost předvídat astr. jevy × jinak popraven
Ho a Hi za císaře Tchong-Kang (nepředpověděli zatm. ⊙)

Číňané – zvěrokruh s 28 souhvězdími
(× Babyloňané, Řekové 12)
délka roku $365\frac{1}{4}$

1100 př. n. l. – sklon ekliptiky k rovníku

I když na nás neměla čínská astronomie přímý vliv – dnes důležité záznamy událostí na obloze (supernova z r. 1054) (první návraty Halleyovy ☄)

Staří Mayové – na území dnešní Guatemaly + poloostrov Yucatan – výtečný kalendář – hieroglyfy v kameni
+ tabulky předpovědí slunečních a měsíč. zatmění
~ dlouhodobá pozorování ~ začátek snad 400 - 500 př. n. l.

Indiáni Sev. Amerika
- i zde záměrné směry (medicine wheel)
~ Stonehenge
Arizona ~ kresby sup. z roku 1054
 – zpochybněno – Měsíc + Venuše

někdy chybí písemné zápisy, ale praktické znalosti museli mít např. Polynésané – navigace při cestování od ostrova k ostrovu

V zásadě vždy, když stupeň kultury dosáhl jisté úrovně, rozvinula se i astronomie, astronomická pozorování ~ projev kulturnosti

Na náš kulturní (a astr. vývoj) bezprostř. vliv

babylonská astronomie
(Mezopotámie – dnešní Irák) – system. astronomická pozorování
⇒ vývoj až k moderní astronomii
už před 3000 př. n. l. – zavedení slunečního kalendáře
- důležité pro vyvinuté zemědělství
planety, ☉, ☾ – zbožštění
→ základ astrologie → nutnost sledovat tato tělesa nepřetržitě – předpovídání vzájemné polohy (záznamy poloh – přesné)
⇒ dráha ☉ mezi hvězdami – <u>ekliptika</u>

nalezli souvislost mezi a) ročními dobami
b) místy vých. a záp.
c) polohou ☉ na ekl.

→ důležitý: jarní bod

Babyloňané – též vlastnosti ☾ – fáze
– lunisolární kalendář – Mezopotámie
Planety – pohyb podél ekliptiky,
odhalení retrográdního pohybu
Pojmenovali souhvězdí
hlavně 12 zvířetníkových – ty jsme převzali
(600 let př. n. l. – Chaldejci)
dokázali předp. polohy dalších těles – planet
– ovlivnění lidských osudů → <u>astrologie</u>
– součást babyl. náboženství

Řecká astronomie

- společnost mající úctu k vědění a poznávání rychle přebírali znalosti jiných národů – uchovávali je

Pokrok ~ jiná filosofie

pro Egypťany a Babylóňany nebeská tělesa = bohové, kteří se hýbali dle vlastní vůle – pochybný ~~xxx~~ startovací bod

× úspěchy v prakt. astr.

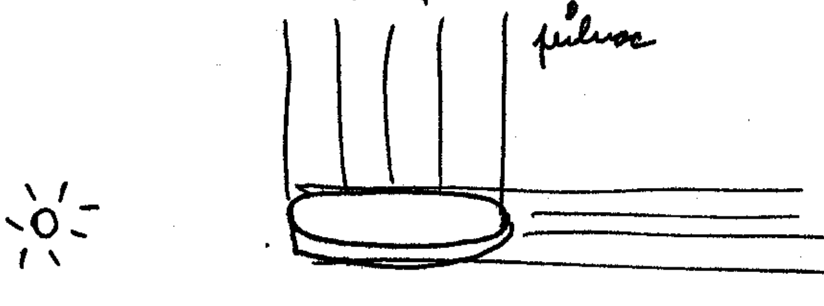
× Řekové: myšlenka – lze odhalit povahu věcí jejich pozorováním a analýzou
Odmítli doktrínu, že vše už bylo poznáno a že není třeba poznávat nové věci
Řekové zahájili „věk rozumu"

Řekové mnohé přejali od Chaldejců (včetně astrologie), začali analyzovat i staré záznamy
(V. stol. př. n. l.) Anaxagoras → správné vysvětlení střídání měs. fází
prostor. dráha ☾ → přirozené vysvětlení slunečních a měs. zatmění
- do té doby problematické – překrývání těles na jediné sféře

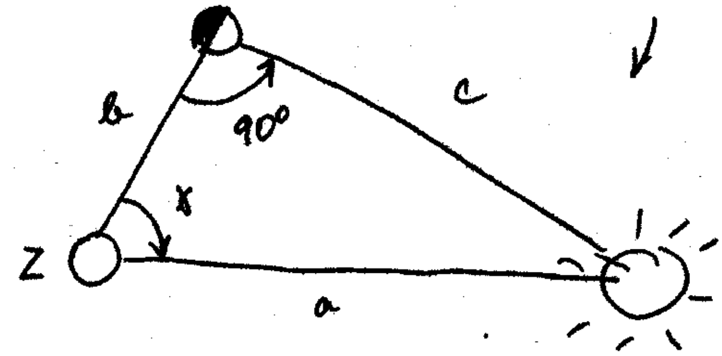
⇒ zatmění Měsíce → tvar Země – koule

× původní představa zeměkoule jako plochý

Aristotelův důkaz kulatosti



Aristarchova metoda určení vzdálenosti ☾



↓ poloha ☾ v okamžik první čtvrti
poslední

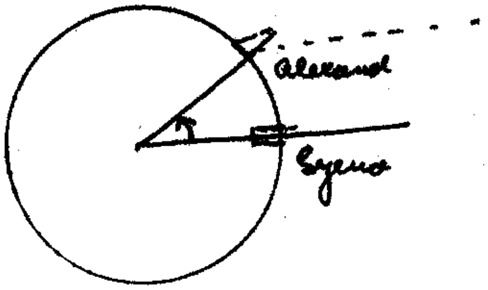
Slunce mnohem dál než Měsíc

úhel stanovil 87° = γ, moderní měření 89°50', Měsíc je tak relativně ještě 19krát blíž

Stejné úhlové velikosti → poměr velikostí Měsíce / Slunci

Ze zatmění Měsíce → poloměr Země ⇒
Slunce ≫ Země ! důležitý poznatek

Lineární rozměry zeměkoule



Eratosthenes → poloměr Země, velmi blízký skutečnosti

Hipparchos (epicykly)

Nový koncept světa – Ptolemaiova soustava
– výhodná → předpovědi poloh

– v souladu s aristotelovskou fyzikou
– dokonalé – zastavil se tím rozvoj astronomie na řadu století

<u>Arabská astronomie</u>

× v Evropě úpadek věd a racionality

středověk ~ období temna
× arabský svět přejal a přeložil díla řeckých učenců, vynikající astronomové
Al Batani (850 - 929)
Biruni (973 - 1048)
Ulgbek (1394 - 1449)

Požadavky astronavigace, určování času, zámořské objevy → oživení evropské astr.
překlady z arabštiny - navazána kontinuita

Evropský novověk

M. Koperník (1473 - 1543)
J. Kepler (16
G. Galileo
I. Newton
} klasické úlohy astronomie

19. století - astrofyzika - fyz. povaha, stavba + vývoj těles

1.3 Význam astronomických pozorování a astronomických přístrojů

Člověk - tvor vybavený zrakem -
může spoustu astr. jevů pozorovat přímo, bez pomůcek
× brzy shledána, že tyto soudy subjektivní ⇒ dějiny astronomie - minimalizace subjektivního faktoru

pozorování s pomůckami – astronomickými přístroji – zde několik přelomových dat ~ 1609 použití dalekohledu

spektroskopie

radioastronomie

1957 družice a sondy

Pozorování – hlavní zdroj vědomostí
každá nová poz. metoda → spousta nečekaných objevů
(nová pozorovací okna atd.)

2. SOUŘADNICOVÉ SOUSTAVY. TRANSFORMACE SOUŘADNIC. APLIKACE

- základní úloha astronomie – určení okamžité polohy tělesa na základě pozorování problematická z řady důvodů
  a) pozorování ze Země – vypovídá jen o směru – vzdálenost neznáme
  b) pozorování se děje na pohybující se Zemi, obvykle při povrchu → zkreslení nejpřesnějšího druhu
  c) rychlost světla je konečná → informace o směru je zpožděná

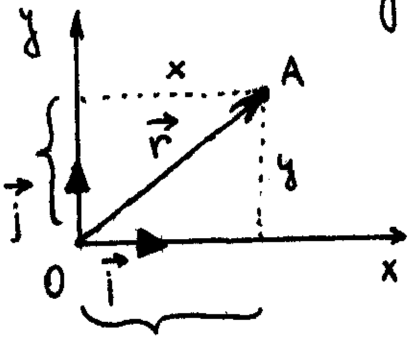
Všechny efekty je třeba dobře pochopit, popsat a provádět redukce

Poloha bodu – vztahuje se k určité zvolené souřadnicové (vztažné) soustavě
- předpoklad: plochý, euklidovský prostor

nejobvyklejší souřadnicovou soustavou kartézská soustava
určena: počátkem a polohou tří (dvou) os navzájem kolmých, existují i jiné soustavy (sf., vál.)

2.1. Souřadnice bodu v rovině

- dvourozměrný svět – poloha určena uspořádanou dvojicí čísel – vektorem



poloha bodu A vzhledem k počátku O dána <u>polohovým vektorem</u> $\vec{r}$

Směr os (x a y) souř. kartézské soustavy určen dvojicí navzájem kolmých jednotkových vektor $\vec{i}$ a $\vec{j}$

$\vec{i}\cdot\vec{i} = 1 \quad \vec{j}\cdot\vec{j} = 1 \quad \vec{i}\cdot\vec{j} = 0$ skalární součin = 0

(x, y) - průměty vektoru $\vec{r}$ do osy x, y

$$x = \vec{r}\cdot\vec{i} \quad , \quad y = \vec{r}\cdot\vec{j}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

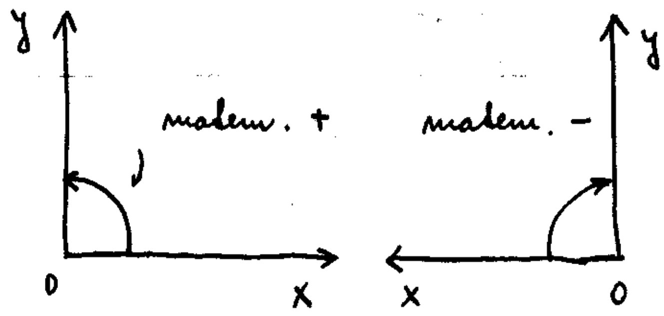
Výhodné je užívat maticový (vektorový) formalismus

$$\vec{r} = (\vec{i} \;\; \vec{j}) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{pmatrix} (x\vec{i} + y\vec{j})$$

Běžné operace s vektory - součet →
28.9. součet složek v matici atd.

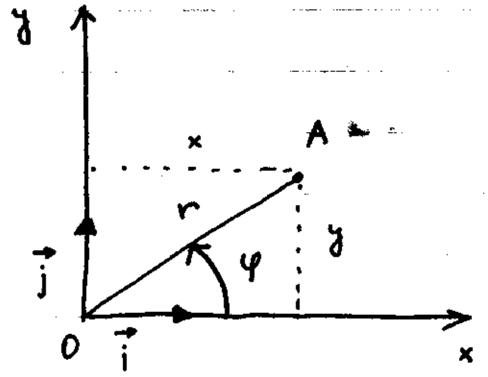
Kartézská soustava určena počátkem
základním směrem
\+ orientací soustavy
(smysl osy y)



pravotočivá levotočivá

soustava

Polární souřadnice - vyjádření



$x = r \cos \varphi$

$y = r \sin \varphi$

r - radius - v délce

φ - argument - v úhl. míře

a) ve ° $(0 \div 360°;\ -180° \div 180°)$

b) v radiánech

c) v časových jednotkách

$$2\pi \text{ radiánů} = 360° = 24^h$$

$$15° = 1^h$$

$$1° = 4^m$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos\varphi \\ r \sin\varphi \end{pmatrix} \qquad r = \mathrm{abs}(\vec{r}) = \mathrm{abs}(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arg(x, y)$$

funkce arg(ument):

$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$ $x > 0$

$\varphi = \pi + \mathrm{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$ $x < 0$

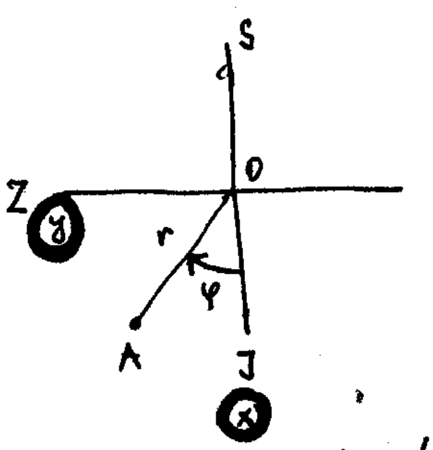
$\varphi = \frac{\pi}{2}$ $x = 0$; $y > 0$

$\varphi = \frac{3\pi}{2}$ $x = 0$; $y < 0$

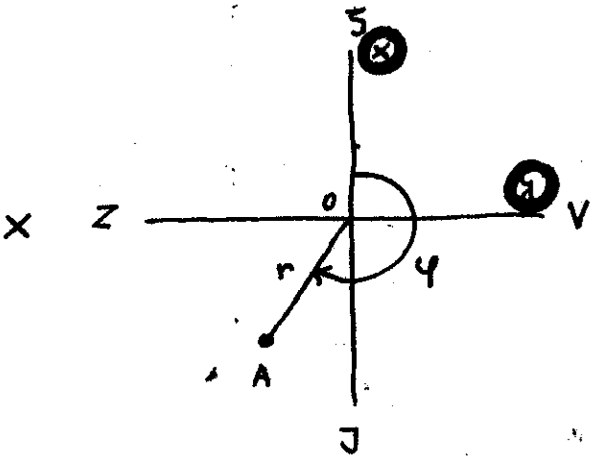
Příklad převodu : $x = -5$, $y = -12$ $\Leftrightarrow$ $r = 13$, $\varphi = -112{,}62°$

Použití v astronomii a jinde

a) horizontální rovina - větrná růžice < astron. ; geometrická, navigační



astronomická

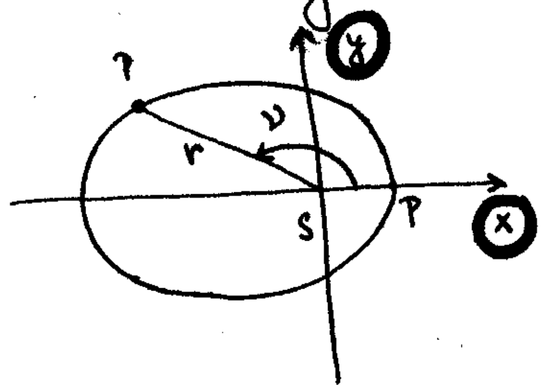


zeměpis., navig.

φ - azimut

osa x - na jih | x na sever
y - na západ | y na východ
levotočivý | levotočivý

b) Rovina dráhy tělesa ve sluneční soustavě



r - vzdálenost od Slunce

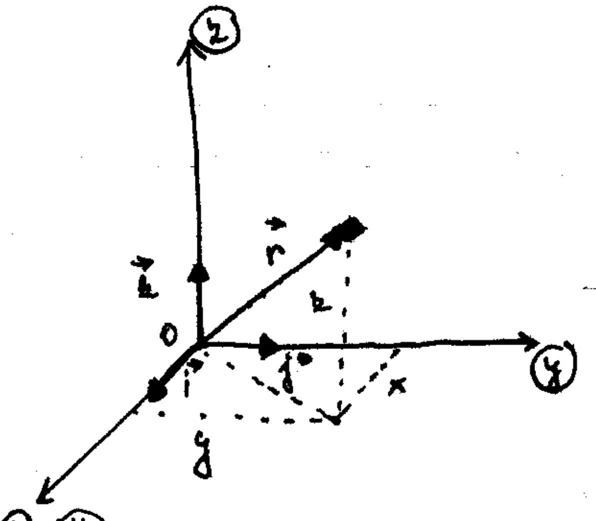
v - pravá anomálie

x - průvodič - Slunce, perihelium

orientace pravotočivá

2.2 Souřadnice bodu v prostoru

Kartézská soustava určena
a) počátkem O
b) zákl. rovinou x, y osy
c) zákl. směrem x osa
d) orientací



P - L

Trojice ~~ortogonální~~ ortonormálních vektorů $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

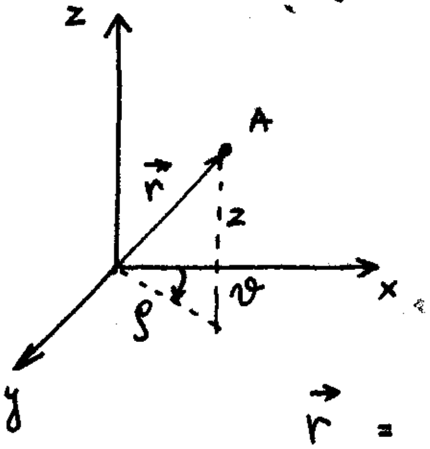
$$\vec{r} = (\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} \vec{i}\vec{r} \\ \vec{j}\vec{r} \\ \vec{k}\vec{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} (\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} (\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ jednotková matice 3×3

Válcová soustava

- užívá se v případě, je-li válcová symetrie
- kombinace polární soustavy v x, y a kartézské



(ϱ, ϑ, z) určena opět stejně jako kart. s.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$x = \varrho \cdot \cos\vartheta$$
$$y = \varrho \cdot \sin\vartheta$$

$$\begin{pmatrix} \varrho\cos\vartheta \\ \varrho\sin\vartheta \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{abs}(\vec{r}) = \sqrt{\vec{r}\vec{r}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{\varrho^2+z^2}$$

$$\varrho = \mathrm{abs}(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\vartheta = \arg(x,y)$$

Použití v astronomii - v Galaxii

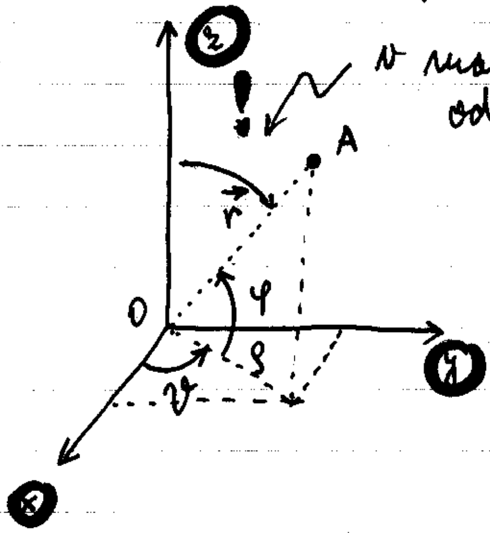
- počátek ve ⊙, osa x na galakt. střed

y – v rovině Galaxie ve směru malem. kl.
z – kolmo na rovinu – (v kpc)
resp. možno střed přemístit do středu Galaxie
souřadnice : (ρ, l, z)

Sférická souřadnicová soustava

- typická pro astronomii
  směr k objektu známe z přímého pozorování, o vzdálenosti se dohadujeme nepřímo

v matematice od osy z



určena počátkem O
zákl. rovinou x, y – vektor $\vec{k}$ k pólu soustavy
zákl. směr – osa x

dvě úhlové souřadnice udávají směr (ϑ, φ) (délka, šířka)
r – vzdálenost

$$\rho = r\cos\varphi \qquad \begin{aligned} x &= r\cos\varphi\cos\vartheta \\ y &= r\cos\varphi\sin\vartheta \\ z &= r\sin\varphi \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \varphi &= \arcsin\frac{z}{r} \\ \vartheta &= \arg(x, y) \\ r &= \sqrt{x^2+y^2+z^2} \end{aligned}$$

$$\vec{r} = r\left(\vec{i}\cos\varphi\cos\vartheta + \vec{j}\cos\varphi\sin\vartheta + \vec{k}\sin\varphi\right)$$

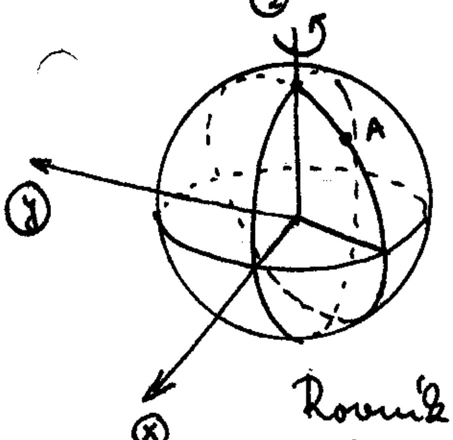
$$\begin{pmatrix} r\cos\varphi\cos\vartheta \\ r\cos\varphi\sin\vartheta \\ r\sin\varphi \end{pmatrix}$$

důležité vědět, jak je soustava orientována

2.3. Zeměpisné souřadnice a geometrie na kouli

na tělesech kulového tvaru, pokud se pohybujeme po povrchu – výhodné rovněž zavést sf. soustavu s počátkem uprostřed, zákl. rovina ≡ rovina rovníku (⊥ k rot. ose) proch. počátkem

nejznámější souřadnice na zeměkouli
– ta je důležitá i z hlediska astronom. většina pozorování z povrchu Země



rotační osa protíná idealiz. zem. kouli ve dvou pólech

Zemský rovník dělí zeměkouli na dvě polokoule < severní / jižní

Rovník – jedna z hlavních kružnic

Hlavní kružnice – průsečnice koule s rovinou jdoucí středem (počátkem)

Vedlejší kružnice – průsečnice koule s rovinou neprocházející počátkem

rovnoběžky – roviny ∥ s rovníkem
délka rovnob. < délka rovníku

zvláštní vedlejší kružnice
a) polární kruhy $\varphi = \pm 66^\circ 33'$
b) obratníky $\varphi = \pm 23^\circ 27'$

– na Zemi tři klimatické oblasti
polární – mírné – tropické

Hlavní kružnice (půlkružnice) procházející póly – poledníky
– význačný ⊖ hlavní, nulový, základní greenwichský poledník

hlavní směr – průsečnice roviny nulového poledníku s rovinou rovníku

Zeměpisné souřadnice – sférická soustava
– počítá se kladně na západ od Gr.
$\Rightarrow$ osa y v mat. záp. směru !
levotočivá soustava

Místní zeměp. poledník, zeměp. délka, šířka, vzdálenost od středu koule (nadm. výška)

φ $\langle -90°; 90° \rangle$ $\lambda < 0$ západní délka

λ $\langle -180°; 180° \rangle$ $\lambda > 0$ východní délka

Délka ve ° ′ ″, h m s

význam časových souřadnic
o kolik času vrcholí
☉ dříve než na 0. pol.

Praha	14° 23′ 57,0″ $0^h\,57^m\,34{,}9^s$	50° 04′ 56″	327 m.n.
Brno	16° 35′ 18,0″ $1^h\,06^m\,21{,}2^s$	49° 12′ 15″	310 m.n.
Úpice	16° 00′ 43,5″ $1^h\,04^m\,02{,}9^s$	50° 30′ 27″	416 m.n.

Zeměkoule – idealizovaná koule o stejném objemu
$R = 6371$ km

1° na hlavní kružnici $1° \sim \frac{6371 \cdot 2\pi}{360°} = 111$ km

$1' \sim 1{,}85$ km
$1'' \sim 30{,}9$ m

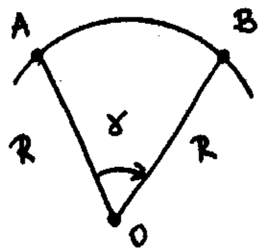
délka rovnoběžky $2\pi R \cdot \cos\varphi$

brněnská $1^\circ \doteq 73\ \text{km}$

$1' \doteq 1{,}2\ \text{km}$

$1'' \doteq 20{,}2\ \text{m}$

Vzdálenost dvou bodů na zeměkouli



- dvěma body proložíme hlavní kružnici
- úhel γ udává délku

$$R\cdot\gamma \quad \text{resp.} \quad R\,\frac{2\pi\gamma}{360^\circ}$$

= tzv. délka ortodromy

Úhel γ lze vypočítat jako úhel mezi vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ AO, BO

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = R^2\cdot\cos\gamma$$

$$\vec{a} = R\,(\vec{i}\cos\varphi_A\cos\lambda_A + \vec{j}\cos\varphi_A\sin\lambda_A + \vec{k}\sin\varphi_A)$$

$$\vec{b} = R\,(\vec{i}\cos\varphi_B\cos\lambda_B + \vec{j}\cos\varphi_B\cos\lambda_B + \vec{k}\sin\varphi_B)$$

$$\Rightarrow \quad \cos\gamma = \cos\varphi_A\cos\varphi_B\cos(\lambda_A-\lambda_B) + \sin\varphi_A\sin\varphi_B$$

---

jde-li o relativně blízké body $\vec{a} \doteq \vec{b}$

$$\left.\begin{aligned} \varphi_A &= \varphi + \frac{\Delta\varphi}{2} & \varphi_B &= \varphi - \frac{\Delta\varphi}{2} \\ \lambda_A &= \lambda + \frac{\Delta\lambda}{2} & \lambda_B &= \lambda - \frac{\Delta\lambda}{2} \end{aligned}\right\}\ \text{po členy 2. řádu}$$

$$1-\frac{\gamma^2}{2} = \cos\left(\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\cos\left(\varphi-\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\cos\Delta\lambda + \sin\left(\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2}\right)\sin\left(\varphi-\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$$

$$= 1 - 2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)^2 - \cos^2\varphi\left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2$$

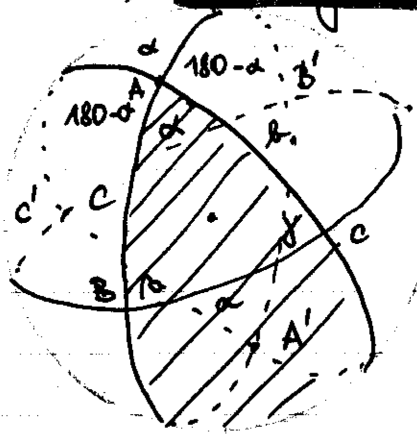
$$\Rightarrow \quad \underline{\gamma = \sqrt{(\Delta\varphi)^2 + \cos^2\varphi\,(\Delta\lambda)^2}}$$

rozvoj platí dobře, pokud jsou vzdálenosti malé

Geometrie na kouli

Pojmy ze sférické trigonometrie

a) sférický dvojúhelník



- omezen dvěma hlavními kružnicemi

dělí sféru na 4 díly o ploše celkové 4π steradiánů

- plocha dvojúhelníka

$P = 2\alpha$ (α - v radiánech)

$P = 2R^2\alpha$ v m^2

b) sférický trojúhelník - omezen třemi hlavními kružnicemi

$\alpha + \beta + \gamma > 180^\circ$ (π)

tři roviny vytínají $2^3 = 8$ trojúhelníků

$$P_{ABC} + P_{A'BC} = 2\alpha R^2$$

$$P_{ABC} + P_{AB'C} = 2\beta R^2$$

$$P_{ABC} + P_{ABC'} = 2\gamma R^2$$

$$2P_{ABC} + P_{ABC} + P_{A'BC} + P_{AB'C} + P_{ABC'} = R^2 2(\alpha+\beta+\gamma)$$

$$\underbrace{P_{AB'C} = P_{A'BC'} \qquad P_{A'B'C} = P_{ABC'}}$$

$$2P_{ABC} + 2\pi R^2 = 2R^2(\alpha+\beta+\gamma)$$

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - \pi$$

Sférický exces $\Rightarrow$

$$P_{ABC} = R^2 \varepsilon$$

$\Rightarrow$ plocha trojúhelníku souvisí s excesem sf.

Velikost excesu trojúhelníku rovnostr. o ~~ploše~~ hraně 300 km 10^{-3} rad asi 3′ odchylky v případě běžné trigonometrie jsou zanedbatelné

$P \rightarrow 0{,}5\,\pi R^2$ (osminka koule) $\quad \varepsilon = \frac{\pi}{2} = 90°$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180° + 90° = 270°$$

2.4 Astronomické souřadnicové soustavy

- zpravidla sférické nebo kartézské

dělit je lze podle dvou hledisek

a) Podle počátku soustavy

1. Topocentrické s. – v místě pozorování
2. Geocentrické s. – v těžišti ♁
3. Heliocentrické s. – v těžišti ☉
4. Barycentrické s. – v těžišti sl. s.
5. Planetocentrické s. – v těžišti planety

b) Podle základní roviny a zákl. směru

1. Horizont + místní poledník – horizontální s. obzorníková, levotočivá
2. 1. rovníková s. – rovník + místní poledník levotočivá
3. 2. rovníková s. – rovník + jarní bod – pravot.
4. Ekliptikální s. – ekliptika + jarní bod – pravot.
5. Galaktická s. – rovina G + centrum G – pravot.
6. Orbitální s. – rovina dráhy + výst. uzel – prav.

Podrobněji

A) Obzorníková (horizontální) soustava

$\vec{r} \sim \begin{pmatrix} r\cos h \cos A \\ r \cos h \sin A \\ r \sin h \end{pmatrix}$

základní rovina – místní horizont, základní směr (směr osy x) – průsečnice horizontu a místního poledníku. Osa y směřuje k západnímu bodu obzoru – soustava je tudíž levotočivá. Souřadnice délková – azimut (A), šířková – výška nad obzorem (h), resp. zenitová vzdálenost z, $z = 90° - h$. Azimut i výšku počítáme ve °, zenit. vzdálenost od 0° do 180°. Osa z ~~...~~ míří k zenitu

B) Rovníková (ekvatoreální) soustava 1. druhu

$\vec{r} \sim \begin{pmatrix} r\cos\delta\cos t \\ r\cos\delta\sin t \\ r\sin\delta \end{pmatrix}$

zákl. rovina – rovina světového rovníku, zákl. směr – průsečnice rovníku s místním poledníkem (osa x), osa y průsečnice roviny rovníku a místního horizontu – směrem na západ. Souřadnice délková – hodinový úhel t, souřadnice šířková δ – deklinace. $t \; \langle 0^h \div 24^h \rangle$, $\delta \; (-90° \div 90°)$ obdoba zenitové vzdálenost – pólová distance $90° - \delta$. Osa z ke sv. pólu

C) Rovníková (ekvatoreální) soustava 2. druhu

$\vec{r} \sim \begin{pmatrix} r\cos\delta\cos\alpha \\ r\cos\delta\sin\alpha \\ r\sin\delta \end{pmatrix}$

zákl. rovina – rovina svět. rovníku, zákl. směr – průsečnice rovníku s ekliptikou – směr osy x k jarnímu bodu. Osa y v zákl. rovině 90° proti otáčení oblohy (na východ) pravotoč. systém.
Souřadnice délková – rektascenze α $(0^h - 24^h)$
souřadnice šířková – deklinace $\delta \; (-90° \div 90°)$
Rozdíl oproti soustavě 1. druhu – opačně orientovaná, rotuje s hvězdami. Osa z k sv. pólu

D) Ekliptikální soustava

základ. rovina – ekliptika (dráha Země), základ. směr – směr k jarnímu bodu, osa y ve směru proti otáčení hvězdné oblohy. Pravotočivá soustava. Souřadnice délková – ekliptikální, astronomická délka λ, astronomická, ekliptikální šířka β $(0^\circ \div 360^\circ)$, $(-90^\circ$ až $90^\circ)$. Osa z směřuje k pólu eklipt. v Drakovi

$i = 23^\circ 27'$

$$\begin{pmatrix} r\cos\beta\cos\lambda \\ r\cos\beta\sin\lambda \\ r\sin\beta \end{pmatrix}$$

E) Galaktická soustava

rovina Galaxie – svírá s rovinou sv. rovníku úhel $i = 62{,}6^\circ$, zákl. směr ke galaktickému centru – definitoricky $\alpha = 17^h 42{,}4^m$, $\delta = -28^\circ 55'$ (1950). Pravotočivá soustava. Souřadnice: galaktická délka l a galaktická šířka b. Vyjadřují se ve °. Osa z míří ke sev. galakt. pólu – ve Vlasu Bereniky

$$\begin{pmatrix} r\cos b\cos l \\ r\cos b\sin l \\ r\sin b \end{pmatrix}$$

Důležité: rozlišovat < hvězdná obloha / obloha !

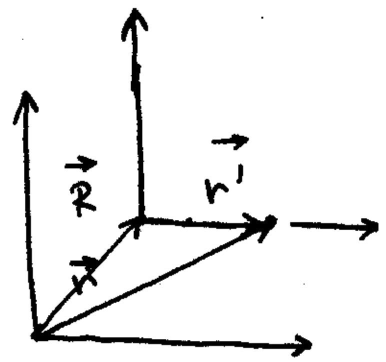
pro polohu na obloze – horizont. nebo rovníkovou 1. druhu, pro polohu na hvězdné obloze – ostatní
obloha (hvězdná obloha) – množina směrů vázaná na horizont místní (k poli *)

2.5 Transformace souřadnic

~~POLÁRNÍ~~ SOUŘADNICE V ROVINĚ
– nezbytná podmínka pro jejich užívání

a) transformace kartézských souřadnic v rovině

1) posun počátku

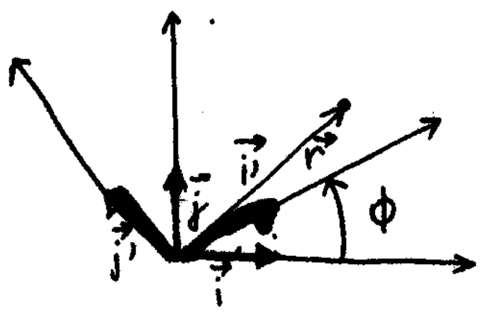


$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{R}$$

$$\vec{R} \,..\, \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

2) Otočení



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \end{pmatrix} (\vec{i}\ \vec{j}) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

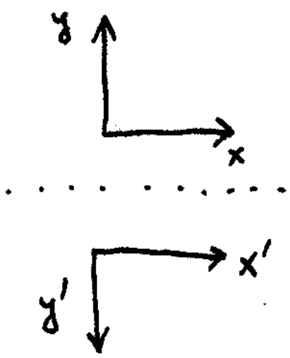
$$= \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{i}' \cdot \vec{i} & \vec{i}' \vec{j} \\ \vec{j}' \cdot \vec{i} & \vec{j}' \vec{j} \end{pmatrix}}_{} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

<u>matice otočení</u> – prvky směrové kosiny

$$\vec{i}' \cdot \vec{i} = \cos\phi$$
$$\vec{i}' \cdot \vec{j} = \cos(90 - \phi) = \sin\phi$$
$$\vec{j}' \cdot \vec{i} = \cos(90 + \phi) = -\sin\phi$$
$$\vec{j}' \cdot \vec{j} = \cos\phi$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\cos\phi + y\sin\phi \\ -x\sin\phi + y\cos\phi \end{pmatrix}$$

3) Zrcadlení – změna pravotoč. ↔ levotoč.



$y' = -y$ → <u>matice zrcadlení</u>

$x' = x$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

přechod od jedné soust. ke druhé – posun, otočení, příp. zrcadlení

b) polární soustava v rovině

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\varphi \\ r\sin\varphi \end{pmatrix} \quad \underline{\text{otočení}} \text{ o } \phi \rightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r'\cos\varphi' \\ r'\sin\varphi' \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{matrix} \varphi' = \varphi - \phi \\ r' = r \end{matrix}} \qquad \underline{\text{zrcadlení}} \qquad \boxed{\begin{matrix} \varphi' = -\varphi \\ r' = r \end{matrix}}$$

Pozn.: matice otočení $O(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = O(\phi) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = O(-\phi) \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

$$O(\phi) \cdot O(-\phi) = I \quad \text{- jednotková}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) kartézské souřadnice v prostoru

1) posun o vektor $\vec{R}\ (X, Y, Z)$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}$$

2) otočení obecné:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} \vec{r} = \begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \\ \vec{k}' \end{pmatrix} (\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$O = \begin{pmatrix} \vec{i}'\vec{i} & \vec{i}'\vec{j} & \vec{i}'\vec{k} \\ \vec{j}'\vec{i} & \vec{j}'\vec{j} & \vec{j}'\vec{k} \\ \vec{k}'\vec{i} & \vec{k}'\vec{j} & \vec{k}'\vec{k} \end{pmatrix}$$

nejsou nezávislé
– dají se vyjádřit 3 parametry!

↖ směrové kosiny

odpovídá to otočení kolem tří os

Matice otočení kolem osy $\underline{z}$ o úhel ϕ

$$O(\phi) = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$z = z'$
$\vec{k} = \vec{k}'$

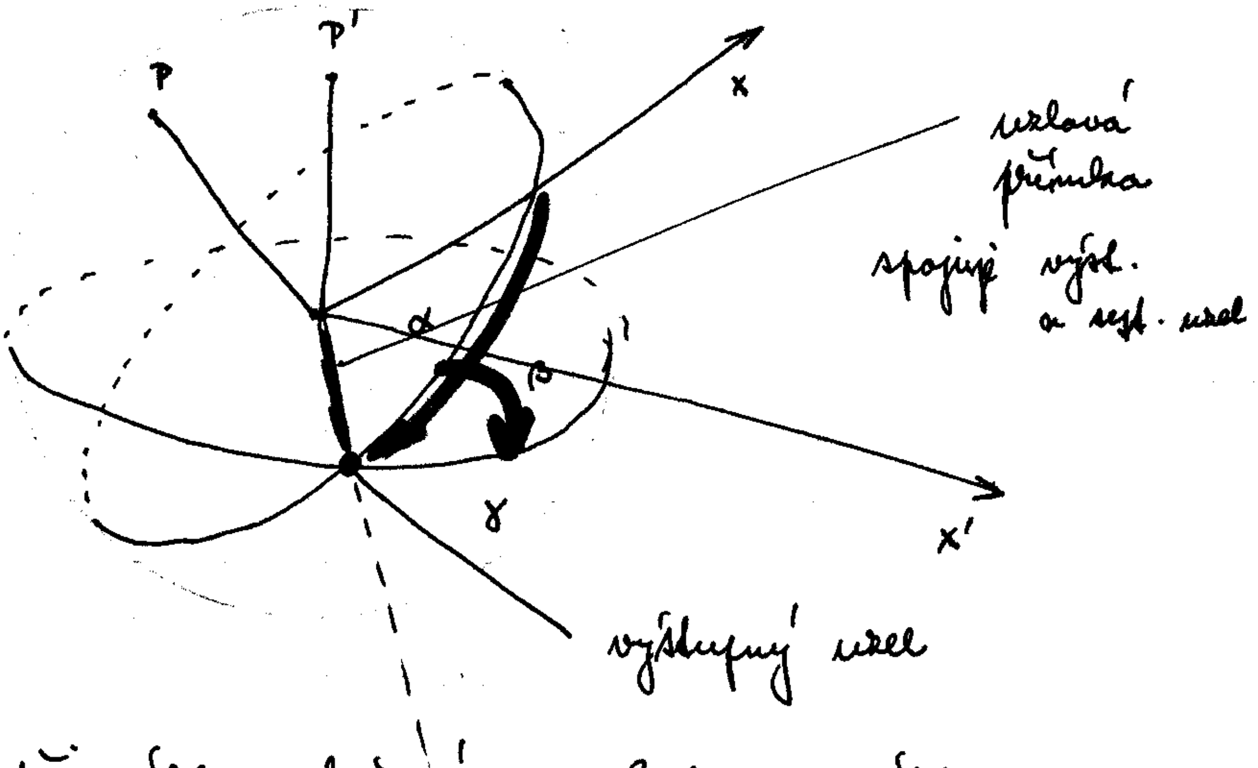
otočení kolem osy y o úhel Θ

$$O(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ +\sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{pmatrix}$$

otočení kolem osy $\underline{x}$ o úhel Ψ

$$O(\Psi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Psi & \sin\Psi \\ 0 & -\sin\Psi & \cos\Psi \end{pmatrix}$$

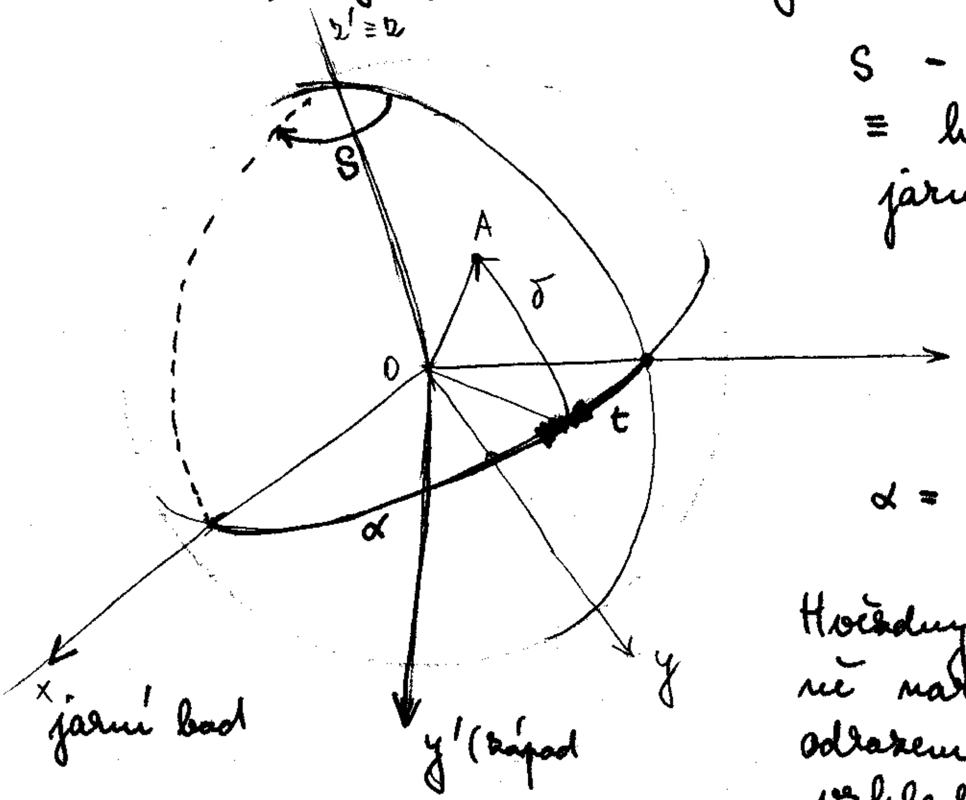
Postupným užitím lze každou soustavu otočit



tři úhly otočení - Eulerovy úhly

převod sférických souřadnic :
dosazení za složky sférických souřadnic →
tři rovnice o 2 neznámých

2.6 Vzájemný převod rovníkových souřadnic 1. a 2. druhu



S – hvězdný čas
≡ hodinový úhel
jarního bodu

$\alpha = S - t$

Hvězdný čas – rovnoměrně narůstá – je odrazem rotace Země vzhledem ke hvězdám

~ perioda – siderická doba otočky

1 hvězdný den ~ $\frac{365,244}{366,244} = 0,99727$ stř. sl. dne

23^h 56 min 04 s

Výpočet hvězdného času pro daný okamžik
– hvězdný čas pro půlnoc ~~###~~ předcházející
– uvedené v ročence 0^h SČ
a další půlnoc – lineární interpolací

$\downarrow$ T | $\downarrow$

S1 S2

$T \cdot 1,002738 + S1$

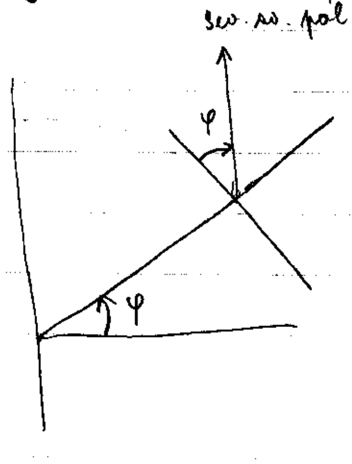
↑ v středním slunečním čase

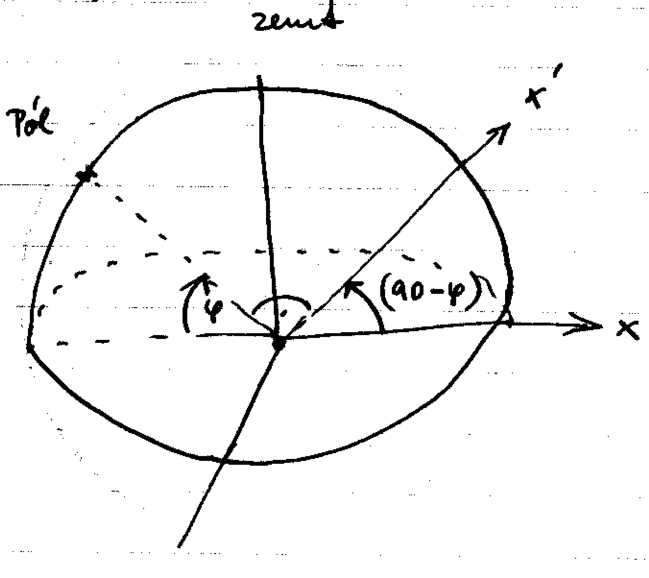
Vždy o 3 min 56 s více každý den - do roka 1 den navíc ~ za rok učiní Země vůči hvězdám o 1 otočku víc

Kdy se běžné a hvězdné hodiny srovnají
- v den ~~[illegible]~~ podzimní rovnodennosti
$\odot$ má $\alpha = 12\,h$
v dolní kulminaci o půlnoci, tehdy kulminuje jarní bod $\Rightarrow$ $S = 0\,h$

2.7. Vzájemný převod rovníkových souřadnic 1. druhu a obzorníkových souřadnic. Pohyb hvězd po obloze

- Výška pólu nad obzorem





přechod obzorníkové → rovníkové
~ otočení kolem y o úhel
$\Theta = 90° - \varphi$

$$\begin{pmatrix} \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos h \cos A \\ \cos h \sin A \\ \sin h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta \cos t \\ \cos\delta \sin t \\ \sin\delta \end{pmatrix}$$

$$\sin\varphi\cos h\cos A + \cos\varphi\sin h = \cos\delta\cos t$$
$$\cos h\sin A = \cos\delta\sin t$$
$$-\cos\varphi\cos h\cos A + \sin\varphi\sin h = \sin\delta$$

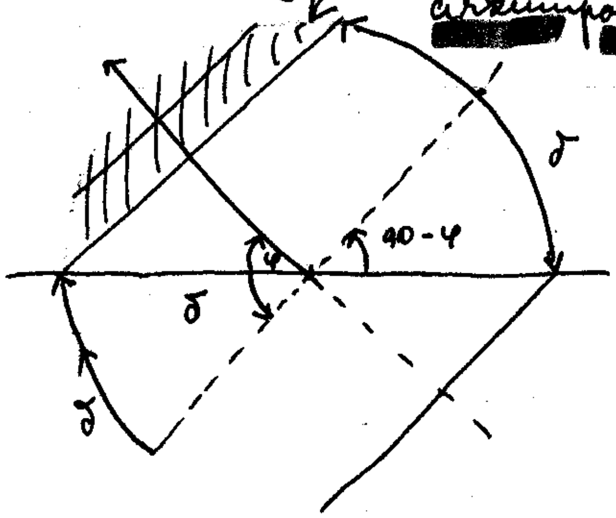
obrácené k rovníkovým na obzorníkové
- otočení o $-\phi$

$$\begin{pmatrix} -\sin\varphi & 0 & -\cos\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos\varphi & 0 & +\sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos t \\ \cos\delta\sin t \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos h\cos A \\ \cos h\sin A \\ \sin h \end{pmatrix}$$

$$\sin\varphi\cos\delta\cos t - \cos\varphi\sin\delta = \cos h\cos A$$
$$\cos\delta\sin t = \cos h\sin A$$
$$\cos\varphi\cos\delta\cos t + \sin\varphi\sin\delta = \sin h$$

Důsledky - aplikace

cirkumpolární, obtočnové hvězdy



$$\delta_{cirk} + \varphi = 90^\circ$$

$\delta > 90^\circ - \varphi$ - hvězdy cirkumpolární

$\delta < \varphi - 90^\circ$ - hvězdy neviditelné

délka denního oblouku $+2t_{MAX} \sim h = 0$

$$\cos\varphi\cos\delta\cos t_{MAX} + \sin\varphi\sin\delta = 0$$

$$\cos t_{MAX} = -\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\delta$$

$\delta = 0$ $t_{MAX} = 90^\circ$ - oblouk 180°

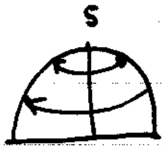
pro $\delta > 90° - \varphi$ není cos definován −
hvězdy obtočnové $\qquad \varphi = 0$ všechny oblouky 12 h

- Na jakém azimutu zapadá těleso o deklinaci δ?

$$h = 0$$
$$\sin\delta = -\cos\varphi \cos A \quad \Rightarrow$$
$$\cos A = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi} \qquad \delta = 0 \qquad A = 90°$$

- Výška hvězdy v horní a dolní kulminaci?

$$h_{MAX} = 90° - \varphi + \delta$$ hvězdy jdoucí zenitem $\delta = \varphi$
$$h_{MIN} = \delta + \varphi - 90°$$

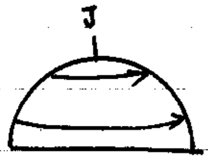


Závislost pohybů hvězd po obloze na zem. šířce

$\varphi = 90°$ − rovnoběžná soustava − hvězdy v mat. záp. smyslu
jen sev. zenit ≡ pól
zleva doprava

$\varphi = 0°$ − přímá soustava − všechny denní oblouky
obě polokoule kolmé k obzoru
oba póly na obzoru

$\varphi = -90°$ − rovnoběžná soustava − hvězdy obíhají v
jen jižní pól. mat. kladném smyslu
zenit ≡ jižní sv. pól



extrémní případy

2.8. Vzájemný převod ekliptikálních a rovníkových souřadnic. Pohyby Slunce, Měsíce a planet po obloze.

Pozorováním bylo zjištěno, že deklinace Slunce během roku osciluje $-23°27'$ do $23°27'$, změny vzhledu naznačují, že v průběhu roku rektascen-

že monotonně narůstá 0^h do 24^h
V pravou místní půlnoc kulminují hvězdy, jejichž $\alpha = \alpha_\odot \pm 12\,h$
⇒ postupně tak kulminují hvězdy se stále vyšší rektascenzí
– důsledek ročního pohybu ⊙ mezi hvězdami
dráha ⊙ – hlavní kružnice skloněná ke světovému rovníku o úhel 23° 27'. Nazývá se ekliptika
– souvisí ten názov „eclipse" – zákryt, zatmění
– dráhu ⊙ mezi hvězdami bylo možné dobře vysledovat během úplného zatmění ⊙, nebo při úplném zatmění Měsíce – přesně na opačné straně ekliptiky než ⊙ – geocentrický pohled

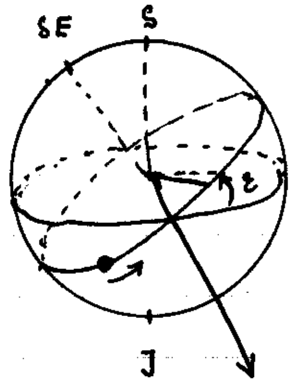
Heliocentrický – rovina dráhy Země – průsečnice s nebeskou sférou – hlavní kružnice, rovina dráhy ♁ ≡ rovinou ekliptiky. Osa rot. ♁ svírá s rovinou dráhy úhel 23° 27' (úhel osa ∨ norm.)

Pól ekliptiky – Drak
Slunce postupuje po ekliptice proti otáčení oblohy denně zhruba o $\frac{360°}{365{,}24} = 0{,}986° \sim 1°$
→ sluneční den je o 3 min 56 s delší než hvězdný

Slunce ve výstupném uzlu – jarní bod v den jarní rovnodennosti, sestupný uzel podzimní rovnodennost. Maximální deklinace letní slunovrat, minimální zimní slunovrat

Souřadnice : astronomická (ekliptikální) délka λ
šířka β

transformace rovníkové II. druhu
→ ekliptikální



obě pravotočivé, shodný základní směr ≡ průsečnice rovníku a ekliptiky

jarní bod γ ≡ osa $x = x'$

transformace – pouhé otočení kolem osy $x \equiv x'$ o úhel
$\varepsilon = 23^\circ 27'$ $\quad \psi = \varepsilon$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\lambda\cos\beta \\ \cos\beta\sin\lambda \\ \sin\beta \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \cos\lambda\cos\beta &= \cos\delta\cos\alpha \\ \sin\lambda\cos\beta &= \cos\varepsilon\cos\delta\sin\alpha + \sin\varepsilon\sin\delta \\ \sin\beta &= -\sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha + \cos\varepsilon\sin\delta \end{aligned}$$

pro ⊙ $\beta = 0$ lze psát zjednodušené vztahy, ale lépe vycházet z opačné transformace

trafo: ekliptikální → rovníkové II. druhu

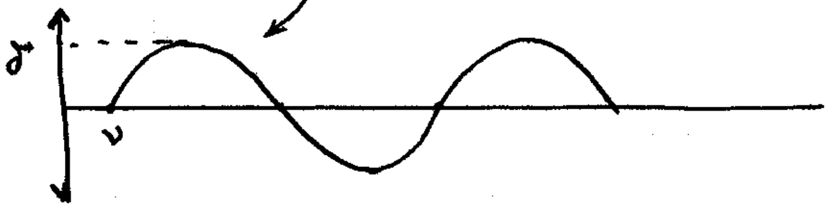
otočení o $-\varepsilon$ $\quad \psi = -\varepsilon$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ 0 & \sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\lambda\cos\beta \\ \sin\lambda\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \cos\delta\cos\alpha &= \cos\beta\cos\lambda \\ \cos\delta\sin\alpha &= \cos\varepsilon\cos\beta\sin\lambda - \sin\varepsilon\sin\beta \\ \sin\delta &= \sin\varepsilon\cos\beta\sin\lambda + \cos\varepsilon\sin\beta \end{aligned}$$

$\beta = 0$ – pro Slunce tak platí

$$\cos\delta\,\cos\alpha = \cos\lambda_\odot$$
$$\cos\delta\,\sin\alpha = \sin\lambda_\odot\,\cos\varepsilon$$
$$\sin\delta = \sin\lambda_\odot\,\sin\varepsilon$$



$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\lambda_\odot \cdot \cos\varepsilon$$

$\dot\alpha = \dfrac{d\alpha}{dt}$ pohyb v α nerovnoměrný i v případě, že $\dot\lambda_\odot = \text{konst}$

$\dot\lambda_\odot = \dfrac{d\lambda_\odot}{dt}$ ~ kruhový pohyb kolem ⊙

$$\dot\alpha \frac{1}{\cos^2\alpha} = \dot\lambda_\odot \frac{\cos\varepsilon}{\cos^2\lambda_\odot}$$

$$\dot\alpha = \frac{\cos\varepsilon}{\cos^2\lambda + \sin^2\lambda\cos^2\varepsilon}\,\dot\lambda$$

$$\left.\begin{array}{ll} \lambda = 0 & \dot\alpha = 0{,}917\,\dot\lambda \\ \lambda = 45^\circ & \dot\alpha = 0{,}996\,\dot\lambda \\ \lambda = 90^\circ & \dot\alpha = 1{,}090\,\dot\lambda \\ \lambda = 135^\circ & \dot\alpha = 0{,}996\,\dot\lambda \\ \lambda = 180^\circ & \dot\alpha = 0{,}917\,\dot\lambda \end{array}\right\}$$ v rekt. pohyb nerovnoměrný

Denní pohyb ⊙ v různých šířkách

a) $\varphi = 90^\circ$ $\delta > 0$ nad obzorem, $\delta < 0$ pod obz.
max. h 23°27′ půl roku den, půl roku noc

b) $\varphi = 66^\circ 33'$ – sev. polární kruh –
Slunce zapadá a vychází po celý rok
s výjimkou zimního slunovratu

h_{MAX} $90° - \varphi + \delta = 90° - 66°33' - 23°27' = 0$

nevyjde a v době letního slunovratu: $\delta = +23°27'$

h_{MAX} $90° - \varphi + \delta = 46°54'$

h_{MIN} $\delta + \varphi - 90° = 23°27' + 66°33' - 90° = 0$

nezapadne

c) pozorovatel na obratníku Raka $\varphi = 23°27'$
– v den letního slunovratu $h_{MAX} = 90°$ –
☉ stojí v zenitu, v době zimního slunovratu
$h_{MAX} = 90° - 23°27' - 23°27' = 43°06'$

d) na rovníku – den i noc vždy právě 12 hodin. V zenitu ☉ v době rovnodennosti. Zimní slunovrat 66°33′ nad jihem, letní slunovrat 66°33′ nad severem

e) V Brně $\varphi = 49°12'$ rovník 40°48′
maximální výška nad obzorem
$h_{MAX} = 40°48' + 23°27' = 64°15'$ let. sl.
$h_{MAX} = 40°48' - 23°27' = 17°21'$ zim. sl.

Beran	0°	21.3	19.4.
Býk	30°	21.4	14.5.
Blíženci	60°	22.5.	21.6.
Rak	90°	23.6.	20.7.
Lev	120°	24.7.	20.8.
Panna	150°	24.8	16.9
Váhy	180°	24.9	31.10.
Štír	210°	24.10	23.11.
HADONOŠ	240°	23.11	30.11.
Střelec	240°	23.11	18.12.
Kozoroh	270°	22.12	19.1.
Vodnář	300°	21.1.	16.2
Ryby	330°	20.2	12.3
	360°	21.3	19.4

zvířetníková – zodiakální souhvězdí
× znamení
– rozdíl

výsledek posunutí v důsledku precese – poloha ekliptiky zhruba zachována, mění se poloha rovníku za 2000 l/ 1 znamení

Poloha planet na zemské hvězdné obloze – rovněž se nacházejí poblíž ekliptiky
– sklony drah planet ke dráze Země ~ °
nejvíce Pluto ~ 17°10', Merkur 7°0', Venuše 3°23'
Měsíc ~ 5°

Pohyb planet mezi hvězdami – vnější planety povětšinou směrem proti otáčení hvězdné oblohy, u vnitřních – důsledná vazba na Slunce – nemohou se vzdálit víc než o jistou maximální elongaci.
Návrat na totéž místo oblohy hvězdné – synodický oběh:

~~Venuše~~ Mars	780 dní
Venuše	583 dní
Jupiter	399 dní
Saturn	378 dní

2.9. Převod galaktických souřadnic na rovníkové a zpět

– Mléčná dráha obepíná celou oblohu, v hlavní kružnici – průsečnice nebeské sféry s rovinou Galaxie

Pól Galaxie $\left.\begin{array}{l}\alpha_p = 12^h 49^m \\ \delta_p = 27°,4\end{array}\right\}$ Vlasy Bereniky

Sklon roviny rovníku k rovině Galaxie
$90° - 27{,}4° = 62{,}6°$ jen pro $27{,}4° < \varphi < -27{,}4°$ lze vidět celý gal. rovník

Poloha uzlů ~~...~~ $\alpha_0 = 18^h 49^m = 282{,}25°$
poloha středu G. odtud $l_0 = 33°$

Postup: okolo osy z pootočíme o α_0
kolem osy x pootočíme o i
kolem osy z' pootočíme o $-l_0$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = O(\phi = -l_0)\; O(\vartheta = i)\; O(\phi = \alpha_0) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos l_0 & -\sin l_0 & 0 \\ \sin l_0 & \cos l_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_0 & \sin \alpha_0 & 0 \\ -\sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

nebo

$$O(l_0) \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = O(\vartheta = i) \left[O(\phi = \alpha_0) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right]$$

$$\begin{pmatrix} \cos b \cos(l - l_0) \\ \cos b \sin(l - l_0) \\ \sin b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) \\ \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

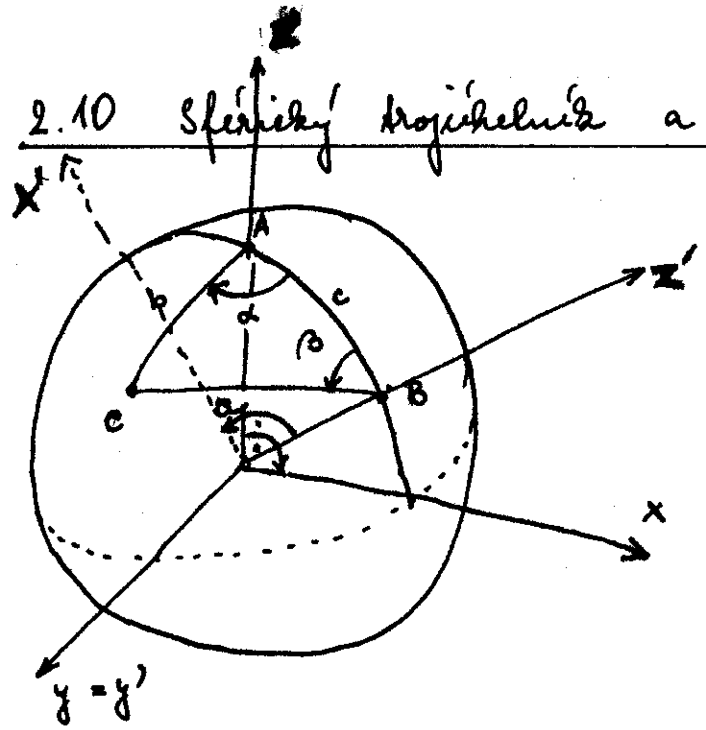
$$\cos b \cos(l - l_0) = \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0)$$
$$\cos b \sin(l - l_0) = \cos i \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) + \sin i \sin \delta$$
$$\sin b = -\sin i \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) + \cos i \sin \delta$$

opačný převod

$$\begin{pmatrix} \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) \\ \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) \\ \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos b \cos(l - l_0) \\ \cos b \sin(l - l_0) \\ \sin b \end{pmatrix}$$

$$\cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0) = \cos b \cos(l - l_0)$$
$$\cos \delta \sin(\alpha - \alpha_0) = \cos i \cos b \sin(l - l_0) - \sin i \sin b$$
$$\sin \delta = \sin i \cos b \sin(l - l_0) + \cos i \sin b$$

2.10 Sférický trojúhelník a jeho řešení



hlavní rovina prochází AB $\Rightarrow$ y a y' spol.

– odvození vět o sf. trojúhelníku

Dvě soustavy souřadnic

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin a \cos\beta \\ r \sin a \sin\beta \\ r \cos a \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \sin b \cos\alpha \\ r \sin b \sin\alpha \\ r \cos b \end{pmatrix}$$

soustavy jsou opačně orientovány – přechod od jedné ke druhé musí obsahovat zrcadlení

$y' = y$ – otočení o úhel c

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos c & 0 & \sin c \\ 0 & 1 & 0 \\ +\sin c & 0 & \cos c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sin a \cos\beta \\ \sin a \sin\beta \\ \cos a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos c & 0 & \sin c \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin c & 0 & \cos c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin b \cos\alpha \\ \sin b \sin\alpha \\ \cos b \end{pmatrix} \qquad r = 1$$

SIN – COS V. $\quad \sin a \cos\beta = -\cos c \sin b \cos\alpha + \sin c \cos b$

SINOVÁ V. $\quad \sin a \sin\beta = \sin b \sin\alpha$

KOSINOVÁ V. $\quad \cos a = \sin c \sin b \cos\alpha + \cos c \cos b$

Touto trojicí vět o trojúhelníku lze řešit

libovolně zadaný sférický trojúhelník
- např. i ten, co je zadán úhly α, β, γ
- v rovině neurčitý problém

A - sev. světový pól
B - zenit
C - hvězda

$\left.\right\}$ nautický trojúhelník

Strany lze cyklicky zaměňovat

Přechod sférický $\Delta \to$ rovinný $a, b, c \to 0$

kosinová věta: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos\alpha$

9950,-

$\sin a \to a$

$\cos a \to 1 - \frac{a^2}{2}$

$$1 - \frac{a^2}{2} = \left(1 - \frac{b^2}{2}\right)\left(1 - \frac{c^2}{2}\right) + bc\cos\alpha \Rightarrow$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

běžná kosinová věta

sinová věta: $\frac{\sin a}{\sin\alpha} = \frac{\sin b}{\sin\beta}$

$$\to \quad \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

běžná sinová věta

sinová-kosinová věta:

$$\sin a \cos\beta = \sin b \sin c - \sin b \cos c \cos\alpha$$

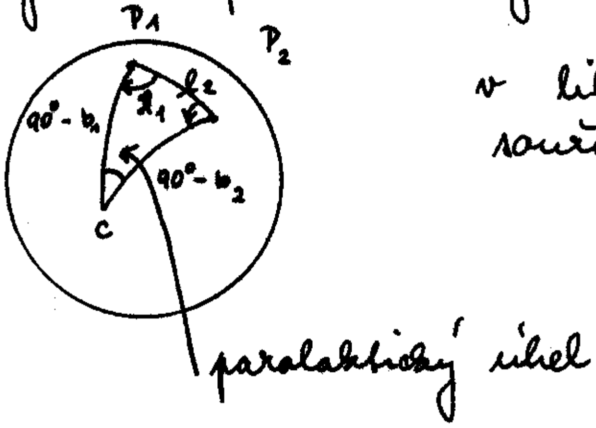
$$a \cdot \cos\beta = \left(1 - \frac{b^2}{2}\right)c - b\cos\alpha\left(1 - \frac{c^2}{2}\right)$$

zanedbáme všechny členy od druhého řádu výše

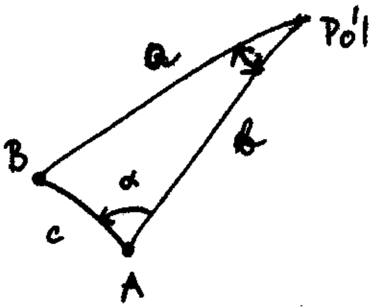
$$a\cos\beta + b\cos\alpha = c$$

platí rovněž

Využití sférického trojúhelníku – transformace souřadnic v libovolných dvou systémech souřadnic



Vzdálenost 2 hvězd na obloze, poziční úhel



$a = 90° - \delta_A$ c – vzdálenost

$b = 90° - \delta_B$ α – poziční úhel

$\gamma = \alpha_B - \alpha_A$

$$\cos c = \cos b \cos a + \sin b \sin a \cos \gamma = \sin \delta_B \sin \delta_A + \cos \delta_B \cos \delta_A \cos(\alpha_B - \alpha_A)$$

$$\boxed{c^2 = (\Delta\delta)^2 + \cos^2\left(\frac{\delta_A + \delta_B}{2}\right) \cdot (\Delta\alpha)^2}$$

poziční úhel

$$\frac{\sin c}{\sin(\alpha_B - \alpha_A)} = \frac{\cos \delta_A}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{\cos \delta_A}{\sin c} \cdot \sin(\alpha_B - \alpha_A)$$

$$\boxed{\alpha = \arg\left(\Delta\delta, \cos\left(\frac{\delta_A + \delta_B}{2}\right) \Delta\alpha\right)}$$

3. DYNAMIKA SLUNEČNÍ SOUSTAVY

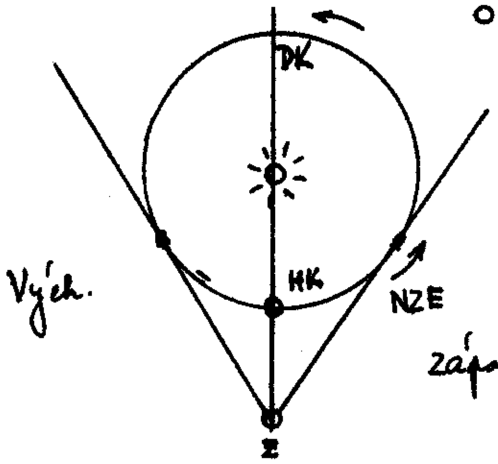
3.1 Pohyby planet po hvězdné obloze

planetárium – historicky děleny
- dolní – vnitřní (Venuše, Merkur)
- horní – vnější (ost. mimo ♁)

– pohyby vzhledem ke ☉ rozdílné

Vnitřní pl. – v téměř nebo v sousedním souhv. než ☉ – maximální elongace Merk. 18° ÷ 28°, Venuše 45° ÷ 48°

východní / západní elongace



○ ← S ○ → ○

východní západní elongace
večer ráno

výjimečné body
- největší záp. elongace: pozvolna proti otáčení oblohy, Z → V, ráno
- dolní konjunkce – planeta neviditelná
- na opačnou stranu ☉ → večer, pomalu se mění vzdálenost Z→V
- největší vých. elongace, zast. poh., rychlý návrat ~ V → Z
- horní konjunkce, pohr. rychlý pohyb až do největší záp. elongace

konjunkce – ekliptikální délky =

opozice
$l_1 - l_2 = 180°$

kvadratura
$l_1 - l_2 = \pm 90°$ (Z, V)

trigon
$l_1 - l_2 = \pm 120°$ (Z, V)

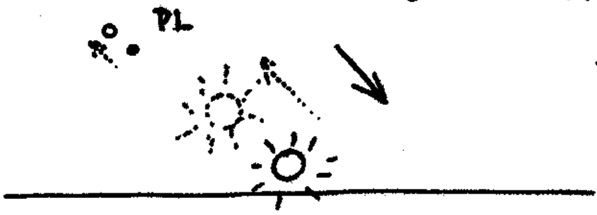
sextil
$l_1 - l_2 = \pm 60°$ (Z, V)

Kmity kolem střední polohy reprezent. ☉, ovšem nerovnoměrné – různá rychlost Z → V, V → Z

Vnější planety - jiné chování

je-li planeta na večerní obloze - na hvězdné obloze postupují v témže smyslu jako ☉ - ~~proti~~ směru otáčení hv. oblohy jenže pomaleji

→ vzdálenost úhlová klesá, planeta visí v paprscích zapadajícího Slunce



večer

Slunce planetu dohoní - ta je pak na východě a ji vidíme je ráno

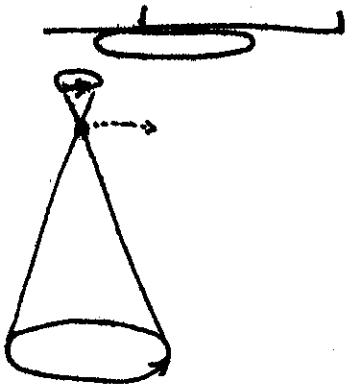
planeta pak na hvězdné obloze zpomaluje, až se zastaví, pak jede na opačnou stranu - retrográdní pohyb - po směru otáčení oblohy další zastávka a pohyb v běžném směru proti

pak ji opět ze západu dožene ☉

Střední roční pohyby různých planet rozdílné

m

Příklad	Saturn	96
konjunkce	se ☉	17.3.
zastávka		20.7.
opozice	se ☉	26.9.
zastávka		4.12.

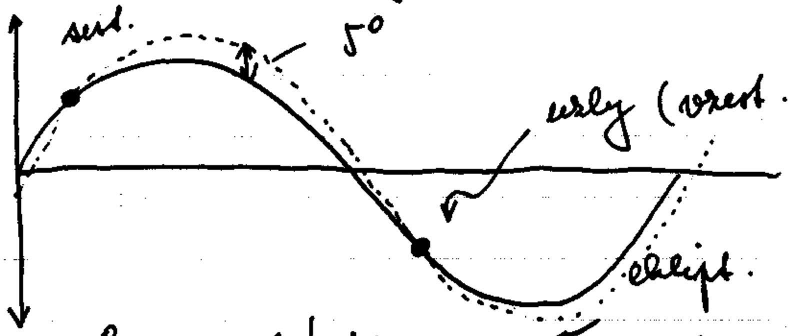


~~[illegible]~~

Nejkomplikovanější - pohyb Měsíce

× od planet se mezi ** pohybuje jen v

přímém směru proti otáčení oblohy
poblíž ekliptiky



průchod týmž uzlem – drakonický měsíc 27,21 dne
stejnou ekliptikální délkou – siderický 27,32 dne
uzly se posunují proti oběhu
(sklon a stáčení dráhy) – jeden oběh trvá
18,6 roku
Kdy dochází k zatměním – Slunce a Měsíc
poblíž uzlu (Měsíc v novu) – zatmění ☉
– Slunce naproti Měsíce
(u druhého uzlu)
– zatmění ☾

3.2 Ptolemaiova soustava

- při pozorování ze Země není jasné, zda se těleso a s ním i pozorovatel hýbe
to si uvědomovali i naši předkové, řečtí učenci a připouštěli obě možnosti
geocentrická domněnka měla mnohem více zastánců, kteří se oháněli dobrými argumenty
a) Země se nijak nechvěje, neculá, nehází sebou → nehýbe se
b) Fyzikální důvody – vše padá do středu i součásti těžké Země – Aristotelova fyzika
c) hvězdy nejeví paralaxu (až 200 let po vynálezu dalekohledu)

d) čistě pragmatické hledisko – zajímá nás poloha planet, ☉, ☾ na naší geocentrické obloze. Proč si komplikovat život a hledat jiný střed pohledu. Transformace mimo tehdejší matem. možnosti

⇒ Dobře matematicky propracovaný jen geocentr. model

První dokonalý systém navrhl 2. st. BC

Hipparchos – vynikající pozorovatel, jehož měření byla základem i pro jeho následovníky

- v centru sféry ** střed Země, planety se pohybují po kompl. systému kružnic

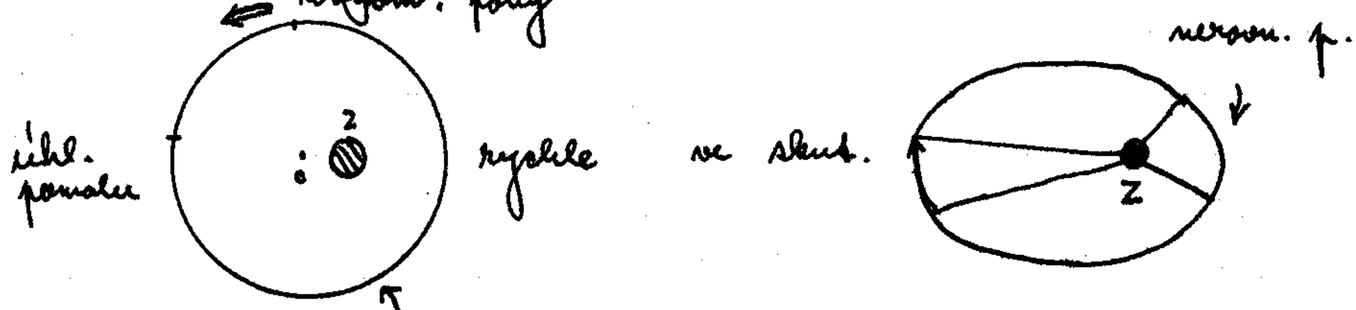
Ptolemaios 1. st. AC – shrnul vše v pojednání Megalé syntaxis → **Al magest** (arab. verze)
→ středověcí učenci

2 předp.: Povolený pohyb je pohyb po kružnicích, pohyb s konstantní úhlovou rychlostí
Země je uprostřed

Slunce – mezi ** přesně po ekliptice, ale nikoli rovnoměrně. V zimě rychleji než v létě

→ není rektográdní pohyb

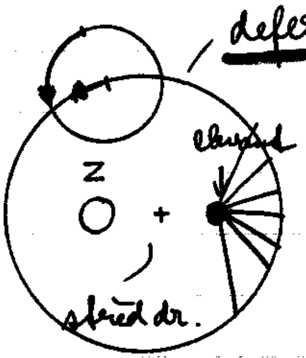
řešení (H & P) – střed dráhy Slunce excentricky položen vůči Zemi



deferent ~ oběžná doba 1 rok

Planety - vnější / pohyb v přímém směru
1 obrátka ~ siderická doba
\ přes něj se překládá pohyb se synodickou periodou s retrográdním pohybem

Komplikované schéma (potřeba u planet s velkou výstředností)



pohyb po deferentu úhlově rovnoměrný z pohledu ekvantu

Po deferentu střed epicyklu i když rotace je souhlasná, je možný retrográdní pohyb

Měsíc

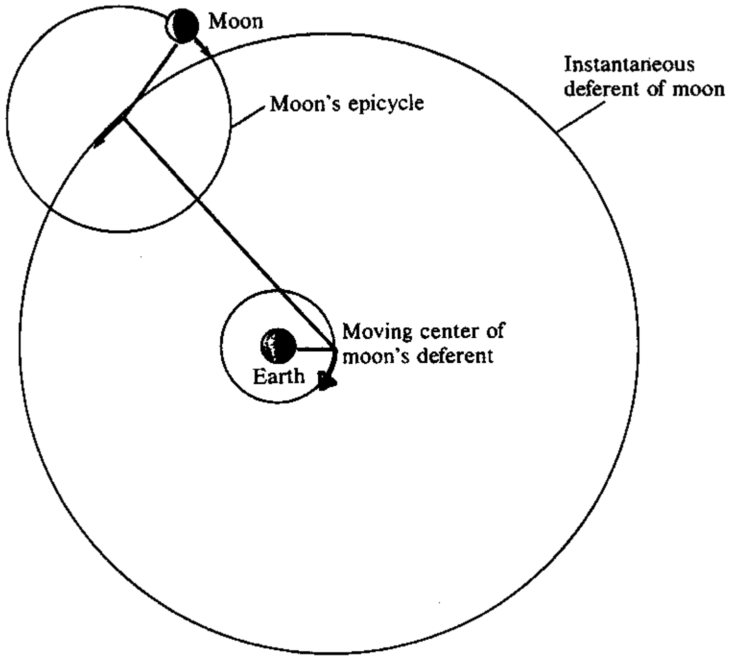


FIGURE 2–21
Schematic diagram of Ptolemy's model of the moon's motion. Not only is an epicycle used to generate the variations in the moon's apparent motion but the center of the moon's deferent itself is assumed to move on a circle about the Earth in order to better approximate the observed variations in its apparent motion.

Hipp. - ☾ po deferentu s centrem v ♁. Po epicyklu se hýbe v op. smyslu rychl. jen o málo menší (o 3°/oběh) ⇒ místo kde se Měsíc přibližuje nejvíc Zemi se s periodou 9 let posouvá - třeba z výpočtu zatmění
Ptolemaios - zkomplikoval model tím, že střed deferentu se otáčí rovnom. po kruž-

níci za 1 synod. měsíc v opačném směru

Už Hipparchos sklonil rovinu dráhy ☾ o 5°
k deferentu ☉ a nechal jej otáčet $18\frac{2}{3}$ roku
směrem na západ (pohyb uzlů) –
odpovídá regresi uzlů – nezbytné k
předpovědi zatmění

Ptolemaiův systém se skvěle osvědčil –
bylo možné podle něj dělat předpovědi
na desítky let dopředu
× neodpovídal na otázku jak je to
vše v prostoru – pouze úhly z centra
lineární rozměry dráhy – nebylo to
podstatné
Model selhal při přesnějších měřeních
– další korekční členy – stále složitější
→ revize a oprášení heliocentrické
domněnky

3.3 Koperníkův systém

Koperník – jednodušší pohled – Země jednou
z planet, v centru Slunce
– počátek revoluce v pohledu na uspořádání
světa

„De Revolutionibus Orbium Celestium" – 1543
– heliocentrická soustava – přesnější
☉ poněkud mimo centrum – tam je střed
zemské dráhy
Uspořádání planet ~ dnešnímu, i proporce drah

rychlost tím vyšší, čím je planeta blíž středu sl. soustavy
Merkur + Venuše – vnitřní planety
ostatní planety – vnější planety

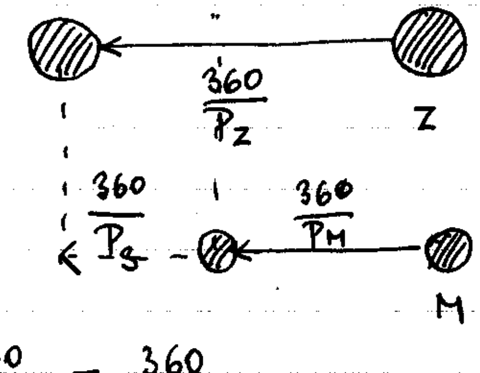
Vzájemné konfigurace: vých., záp. nejv. el., konj. < hor. / dol.
Vnější planety: opozice, konjunkce, kvadratura

Doba, kdy se kompletně vystřídají všechny aspekty planety – **synodická perioda**
vůči Zemi a Slunci
× **siderická doba** vzhledem ke ⁂
– pouze pohyb samotné planety

v heliocentr. modelu – siderická oběžná doba tím větší, čím větší poloměr

Vazba – vztah mezi periodou < sider. P_p / synod. S

odvození: pozorováno ze ⊙

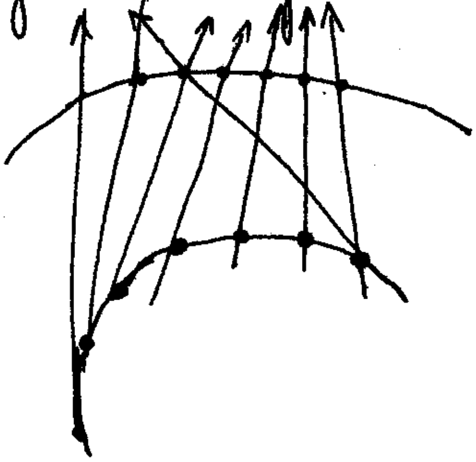


$$\frac{360}{S} = \frac{360}{P_Z} - \frac{360}{P_M} \Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{P_Z} - \frac{1}{P_M}$$

	S	P_p
Merkur	116	88 d
Venuše	584	225 d
Mars	780	1,88 r
Jupiter	399	11,86 r
Saturn	378	29,46 r

} přirozený význam obou period – by se vyskytly i v geoc. modelu

Zatímco Ptolemaios nedokázal v rámci svého modelu zdůvodnit rozsah a rychlost retrográdního pohybu – Koperník to vysvětlil jako logický důsledek toho, že se Země přibližila k planetě, přičemž její úhl. rychlost je větší!

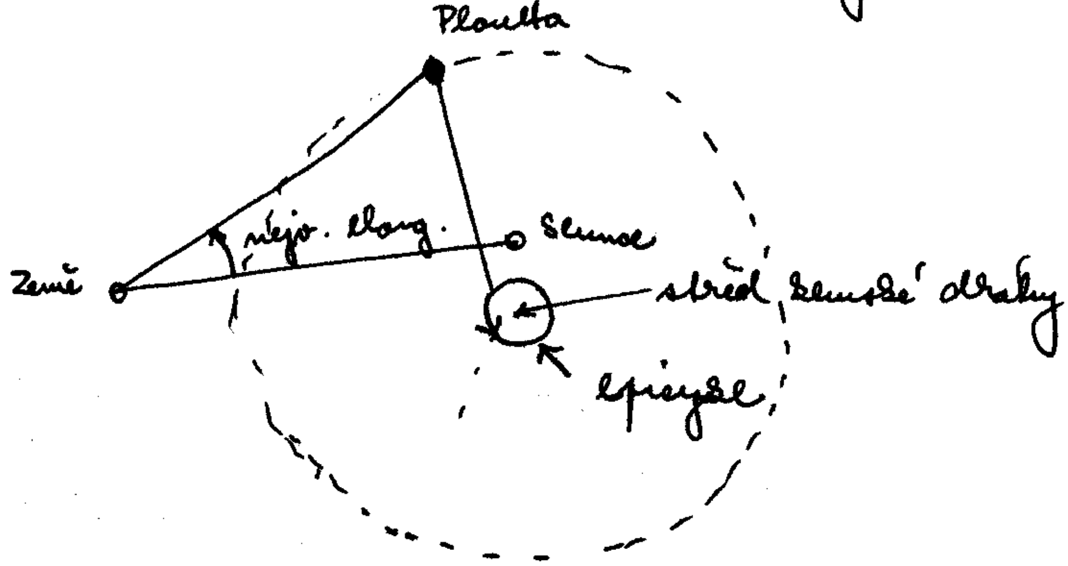


→ přirozený důsledek → Mars větší klička než Saturn

Koperník ovšem zůstal u kruhových pohybů → musel pro vysvětlení zavést opět epicykly

Převrátil roli deferentu a epicyklu

○ Hlavním triumfem Kop. systému – schopnost vyčíslit relativní rozměry dráhy vzhledem k rozměrům zemské dráhy (v astr. jednotkách)



→ vysvětlení proč se čas od času vyskytují různé maximální elongace vnitřních planet v relativních velikost drah planet – shoda ~~maxim~~ minimálně 4% (Saturn)

	Koperník	moderní
Merkur	0,38	0,387
Venuše	0,72	0,723
Země	1,00	1,000
Mars	1,52	1,52
Jupiter	5,22	5,20
Saturn	9,17	9,54

3.4 Keplerovy zákony

– od objevu uplynulo 60 let

(1546 – 1601) Tycho Brahe – dosáhla měření vynikající přesnosti ~ 1′ – největší pozorovatel všech dob

– Brahe heliocentrismus nepřijal kvůli nenaměřené paralaxe × Kop. systém byl prostější

změřil paralaxu denní ☾ – posun mezi * při východu a západu

→ navrhl jiný systém – kompromisní
Země – střed, kolem něj obíhá ☉, jež je středem sluneční soustavy

– k prověření systému na základě vlastních pozorování – schopného teoretika Johannes Kepler (1600 ho Brahe najal)

Brahe ale mezitím zemřel

(1571 – 1630) Johannes Kepler

– přesvědčený Koperníkovec

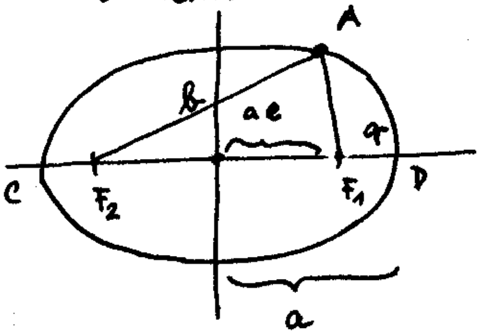
po mnohaletém průzkumu – prostorová dráha Marsu není kružnice, ale elipsa!

1. zákon

– revoluční krok

kružnice → elipsa

☉ v F



$F_2A + AF_1 = \text{const}$

CD – 2× velká poloosa

malá poloosa

výstřednost e – charakterizuje zploštění elipsy

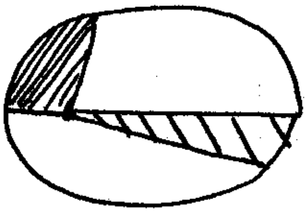
$$q = a(1-e)$$

afélium

perihélium

nerovnom. pohyb

Pohyb nerovnoměrný



→ zákon ploch

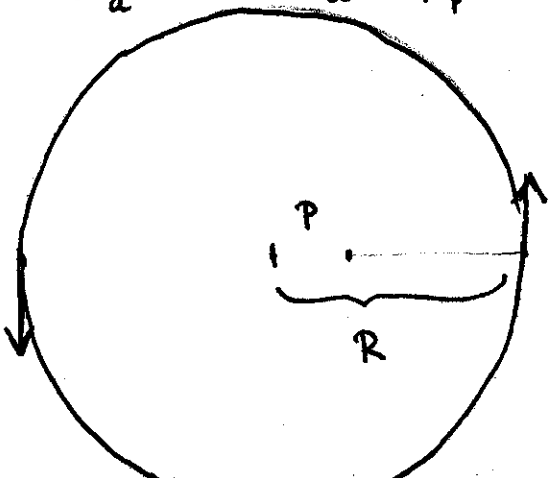
2. zákon

$$\frac{v_p}{v_a} = \frac{2a-q}{q} = \frac{2a-a+ae}{a-ae} = \frac{1+e}{1-e}$$

$$\omega = \frac{v}{r} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega_p}{\omega_a} = \frac{v_p}{v_a}\cdot\frac{r_a}{r_p} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2$$

kružnicový přístup mimostředový



$$R\varepsilon = p$$

$$\frac{\Omega_p}{\Omega_A} = \frac{R+p}{R-p} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}$$

$$\frac{\Omega_p}{\Omega_A} = \frac{\omega_p}{\omega_a} \Rightarrow \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 = \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)$$

e malé $\quad \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 = \left(\left(1+e\right)^2\right)^2 = 1+4e$

$$\left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}\right) = 1+2\varepsilon \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 2e$$

2× dál střed od středu ☉

dobře to odpovídá Ptolemaiovskému

cheat!

3. zákon Kepler 10 let po oznámení 1. a 2. zákona
- harmonický zákon : The Harmonies of the World
- pohyb z hlediska zákonů hudební harmonie

$$\boxed{P^2 = a^3}$$

roky a.j.

Keplerova fyzika - věřil, že síla pohánějící planety pramení ve Slunci - špatně
ale byl to první model astronomický na fyzikálním základu - ostatní na filoz. nebo teolog. principech

Přestává mít za cíl jenom popisovat, ale i pochopit, vysvětlit, najít příčinu

Kepler paralaxu nezměřil × elegance a přesnost zvítězila i když tu pozitivní důkaz chybí

3.5 Galileův přínos

- teleskopická pozorování - podpora heliocentr.
1620 teorii, i když to byl přístroj horší než kukátko - obzor rozšířen neuvěřitelně
* Jupiter se 4 družicemi
→ důkaz že může být více než jeden střed obíhání
(heliocentrismus = Země si neudrží ☾)

- odstranění hlavního protiargumentu

Kepler zpraven Galileim prokázal platnost harmonického zákona i zde → obecná

* nepravidelnosti Měsíce, jeho povrchu
  × proti víře, že nebeská tělesa jsou perfektní koule

* sluneční skvrny - další rána
  → tato tělesa rotují! stejně jako ♁
  usnadnilo to přijetí rotace ♁

* fáze Venuše - musí obíhat kolem ☉

Galileův spor s církví - geocentr. dogma
1632 - musel odvolat, odsouzen k domácímu vězení až do konce života

- Galileo - přínos pro fyziku - mechaniku

studoval pohyb těles, pád a formuloval <u>princip setrvačnosti</u>: „těleso setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu, pokud není vnějšími silami přinucen tento stav změnit" - hlavně - tření - síla, která uvádí klouzající tělesa do klidu

- vše bylo základem pro dynamiku
- tu rozvinul Isaac Newton

pohyb - výsledek setrvačnosti a působících sil

3.6 Newtonovy pohybové zákony.

Newton zavedl pojmy: síla hmotnost
První - princip setrvačnosti
maximální odklon od řeckého (antického) chápání
těleso v klidu <u>není</u> normální stav

musí být současně splněno $\vec{v} = \vec{0}$,
$\sum \vec{F} = \vec{0}$

V pozemských podmínkách nenastává (gravit. zrychl.) ani jinde, vždy jsou nějaké síly přítomny — tření o vzduch

2. Newtonův zákon: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$

vektorový součet všech sil působících na těleso o hmotnosti m

m – míra „odporu" tělesa změnit svůj stav

aplikace – v případě $\vec{v} \perp \vec{F}$, pak se absolutní hodnota $\vec{v}$ nemění, pouze směr
→ vysvětlení křivočarého obecného kruh. pohybu

mechanika, dynamika – princip skládání a rozkladu pohybu i sil

3. Newtonův zákon – působí-li jedno těleso na druhé silou $\vec{F}$, pak to druhé na první působí silou $-\vec{F}$ princip akce a reakce
odp. zrychlení – z 2. pohyb. zákona často je možné jedno z nich zanedbat, jsou-li hmotnosti těles neporovnatelné

Newtonovy zákony umožňují vysvětlit např. 2. Keplerův zákon, za předpokladu, že dostředivá gravitační síla směřuje ke Slunci

Definice dostředivé síly: $\vec{F} = f \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

$r = |\vec{r}|$ skalár jednot. vek.

centr. síle

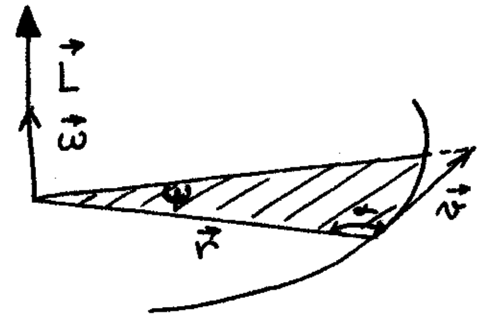
moment síly $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times f \cdot \frac{\vec{r}}{r} = 0$

moment hybnosti $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})$

$$\dot{\vec{L}} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \underbrace{(\dot{\vec{r}} \times m\dot{\vec{r}})}_{0} + \underbrace{\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}}_{\vec{r} \times \vec{F} = 0} = 0$$

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ 2. Newtonův zákon

Časová derivace momentu hybnosti je v poli centrální síly nulová → moment hybnosti je konstantní vektor kolmý k rovině pohybu



plocha trojúhelníka je dvojnásobek $|\vec{r}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin\alpha = |\vec{r} \times \vec{v}|$

$\vec{r} \times \vec{p} = \overrightarrow{konst}$ Pohyb se děje v rovině! $\vec{\omega} \parallel \vec{L}$

Obecnější platnost - vždy, je-li síla centrální

vzor $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$

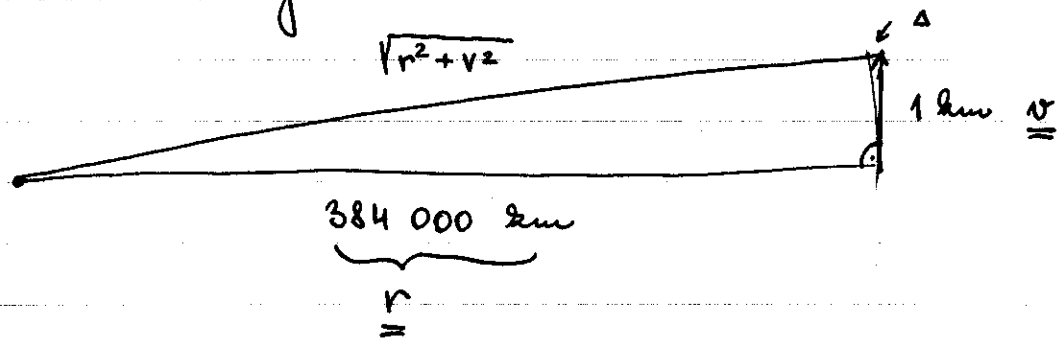
Precese - $\frac{d\vec{L}}{dt} \neq 0$ - působí rušivé gravitační síly Měsíce a Slunce - vytvářejí moment $\vec{M}$ → nutí osu Země vykonávat precesní pohyb

analogické pro nutaci

Stáčení roviny dráhy Měsíce a planet (uzlové přímky) - podmínka $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ není přesně splněna rušivé síly nejsou centrálními

3.7 Newtonův gravitační zákon

- koncept gravitace = tatáž síla, která nutí na Zemi tělesa k pádu je příčinou pohybu těles ve vesmíru (slun. soustavě)
  - úvahu začal u ☾. Znal vzdálenost a oběžnou dobu $\Rightarrow$ 1 km/s aby neodletěl musí být za 1 s urychlen tak, aby spadl na zemi o 1,3 mm – pak zůstane ve stejné vzdálenosti



$$\Delta = \sqrt{r^2+v^2} - r = r\left(\sqrt{1+\frac{v^2}{r^2}} - 1\right) \doteq r\cdot\left(\frac{1}{2}\,\frac{v^2}{r^2}\right) = \frac{v^2}{2r} = 1{,}3\cdot 10^{-6}\,\mathrm{km} = \underline{\underline{1{,}3\ \mathrm{mm}/\mathrm{s}^2}}$$

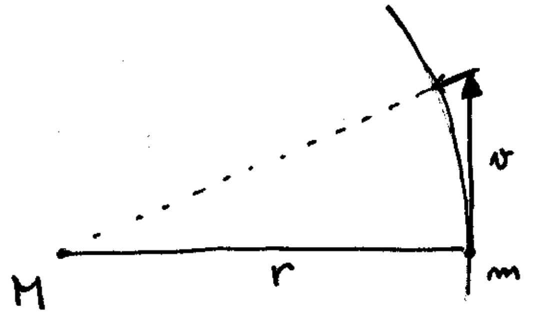
Zrychlení Měsíce znal – mohl vypočítat dráhu
popis síly – zákon univerzální gravitace

$$\vec{F} = -\varkappa\,\underbrace{\frac{m_1 m_2}{r^2}}_{\text{skalár}}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$$

m_1, m_2 – setrvačné ≡ tíhové hmotnosti

$$\varkappa = 6{,}672\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^{+2}\,kg^{-2}}$$

Tvar gravitačního zákona mohl odvodit ze znalosti 3. Keplerova zákona aplikovaného na pohyb po kružnici.



K udržení na ~~..~~ kruhové dráze je zapotřebí dostředivé síly $F = ma$

$$\frac{1}{2} a \cdot 1^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{r}$$

$$\underbrace{F_c = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r}}_{\text{(síla odstředivá)}} \qquad v = \frac{2\pi r}{P}$$

r – poloměr dráhy $\qquad ma = \frac{4\pi^2 r}{P^2}\, m$

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

zrychlení nepřímo úměrné kvadrátu vzdálenosti

nebo 3. Kepl. zákon: $P^2 = k r^3$

$$F = \frac{4\pi^2}{k} \cdot \frac{m}{r^2}$$

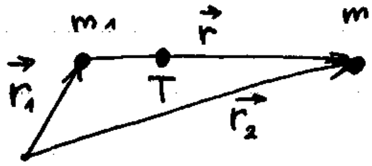
zrychlení asi bude úměrné ~~...~~ hmotnosti ~~..~~ tělesa a dostř.

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\varkappa \frac{Mm}{r^3}\vec{r}}$$

z platnosti 2. Kepl. z. → ~~do~~ centr.

3.7 Problém dvou těles. Upřesněná podoba Keplerových zákonů

– ke gravitační interakci zapotřebí alespoň 2 tělesa o hmotnosti m_1 a m_2, polohových vektorech $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$



problém dvou těles řešitelný

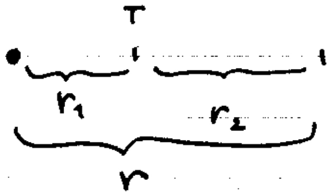
a) těžiště soustavy – hmotný střed

$\vec{R} = \sum m_i \vec{r}_i / \sum m_i$ – platí, že hmotný střed se nepohybuje se zrychlením – vhodné do něj umístit vztažnou soustavu

u 2 těles $\vec{R} = \dfrac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

$\Rightarrow \vec{R} = \vec{0}$ $\quad \vec{r}_1 = -\dfrac{m_2}{m_1} \vec{r}_2$

těžiště na spojnici, blíže k těžšímu

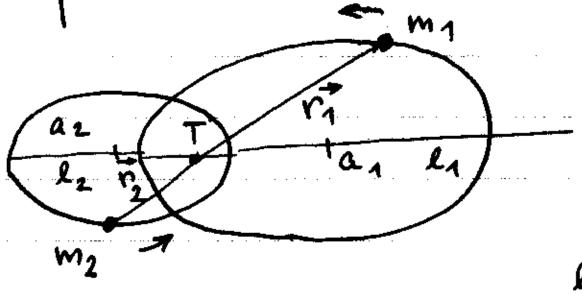


$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = -\varkappa \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = -\varkappa \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}$$

$m_1 \dot{\vec{r}}_1 = -m_2 \dot{\vec{r}}_2 \Rightarrow m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = -m_2 \ddot{\vec{r}}_2$

1. Keplerův zákon: Tělesa se pohybují v rovině po kuželosečkách, v jejichž společném ohnisku je těžiště soustavy



$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

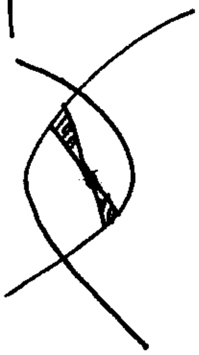
$e_1 = e_2 = e$!

společně procházejí perihelem, afélem

křivkou nemusí být jen elipsa, ale i parabola, hyperbola

2. Keplerův zákon, zákon ploch

$$v_1 \cdot m_1 = v_2 m_2$$



3. Keplerův zákon – pouze pro elipsy

$$a^3 \cong P^2 (m_1+m_2)$$

odvození – restrikce – vztažení k jednomu tělesu – proměnné

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2} \vec{r}$$

pohybová rovnice $\quad m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m_1 m_2}}{m_1+m_2} \ddot{\vec{r}}_2 = \frac{m_1 \cancel{m_2}}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{(m_1+m_2)}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Jestliže $m_1 \gg m_2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{\vec{r}} \doteq \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

- aplikace zákona zachování energie

pro soustavu dvou bodů platí, že celková energie systému se nemění

$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \varkappa \frac{m_1 m_2}{r}$$

potenciální energie – kolik je třeba dodat energie, aby se systém rozpadl

Převod na vzájemné souřadnice

$$m_1 \vec{v}_1 = -m_2 \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1 = \frac{m_2 \vec{v}}{m_1+m_2} \qquad \vec{v}_2 = -\frac{m_1 \vec{v}}{m_1+m_2}$$

$$E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1+m_2)} v^2 - \varkappa \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$$ – restringovaná hmotnost

- $$\boxed{E = \frac{\mu v^2}{2} - \varkappa \frac{m_1 m_2}{r}}$$

je-li $m_2 \ll m_1$ $\quad \mu \doteq m_2$

pro planetu m, ☉ M

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \varkappa \frac{mM}{r}$$

gravitační potenciál

$$\Phi = -\varkappa \frac{M}{r}$$

→ závěry když klesá r – roste rychlost a naopak

Klasifikace soustav podle celkové energie

$E < 0$ soustava vázaná – elipsa exist. max r

$E = 0$ parabola – stabilita malá $r \to \infty$, $v = 0$

$E > 0$ hyperbola – $r \to \infty$ $v \neq 0$

- Pro gravitační interakci dále platí (i obecně pro libovolný počet bodů) **věta o viriálu**

$$2 \langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle = 0$$

střední hodnoty

Porovnání kruhová, parabolická dráha

parabola $E = 0 \Rightarrow$

$$E_K = -E_p$$

$$v_p = \left(2\frac{\varkappa M}{r}\right)^{1/2}$$

kruhová dráha

E_K, - konst., E_p rovněž

$\langle E_K \rangle = E_K \quad \langle E_p \rangle = E_p$ brzdění druž.

- aplikace

$$v_K = \left(\frac{\varkappa M}{r}\right)^{1/2}$$

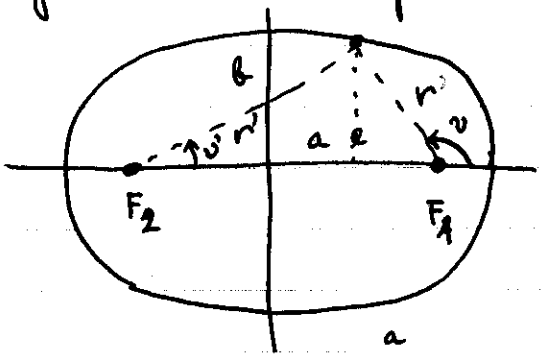
$\langle E_p \rangle = 2 \langle E \rangle$

$\langle E_K \rangle = - \langle E \rangle$

$$v_p = \sqrt{2}\, v_K$$

3.8 Geometrie trajektorie. Rychlost a poloha na trajektorii

Gravit. působení - centrální síla → pohyb 2 těles působících na sebe jen gravitačně se děje v rovině procházející těžištěm $m \ll M$



1. Kepl. zákon - dráhy jsou elipsy

$$a = \tfrac{1}{2}(r + r')$$

$$b = \sqrt{a^2 - (ae)^2} = a\sqrt{1 - e^2}$$

$q = a(1-e)$ vzdálenost pericentra

$Q = a(1+e)$ vzdálenost apocentra

ν - pravá anomálie

v elipse platí: $\quad r' \sin \nu' = r \sin \nu$

$$r' \cos \nu' - r \cos \nu = 2ae$$

po úpravě : $r' = \sqrt{(r^2 + 4aer\cos\nu + 4a^2e^2)}$

$r' + r = 2a \quad \Rightarrow$

Rovnice elipsy v polárních souřadnicích

$$\boxed{r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\nu}}$$

ν - pravá anomálie

Pro $0 < e < 1$ - křivka má tvar elipsy

$e = 1$ leží jedno ohnisko v nek.

$$\boxed{r = \frac{2q}{1+\cos\nu} = \frac{q}{\cos^2\frac{\nu}{2}}}$$

Pro elipsu platí rovnice elipsy:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

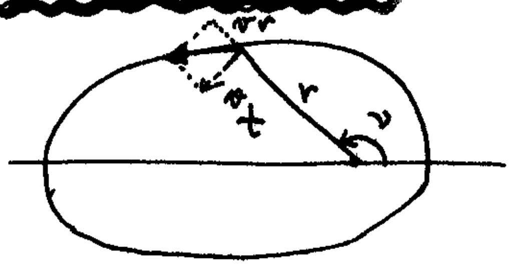
x, y - bod na elipse

$$r'^2 = (x + ae)^2 + y^2$$
$$r^2 = (x - ae)^2 + y^2$$

plocha elipsy

$\underline{A = \pi ab}$

Rychlost v dráze



rozložíme si vektor $\vec{v}$ na složku radiální v_R a tečnou v_t

zákon ploch $\quad \frac{r \cdot v_t}{2} = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} L = \text{konst}$

dA - část plochy elipsy opsaná za jednotku času

$$v_t = r \cdot \frac{d\nu}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{2A}{P} = \frac{2\pi ab}{P} = r^2 \frac{d\nu}{dt}$$

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{2\pi a^2}{P\, r^2} (1-e^2)^{1/2}$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos\nu}$$

$$v_t = r\frac{d\nu}{dt} \qquad v_R = \frac{dr}{dt}$$

$$v_R = \frac{2\pi a}{P}\frac{e}{\sqrt{1-e^2}} \cdot \sin\nu$$

$$v_t = \frac{2\pi a}{P}\frac{(1+e\cos\nu)}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$v_{Per} = v_t = \frac{2\pi a}{P}\left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \quad v_{Ap} = \frac{2\pi a}{P}\left(\frac{1-e}{1+e}\right)^{1/2}$$

$$v^2 = v_R^2 + v_t^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{P^2}\frac{1+2e\cos\nu+e^2}{1-e^2}$$

ale protože pro elipsu platí $e\cos\nu = \frac{a(1-e^2)-r}{r}$

a pro $P^2 = \frac{4\pi^2}{\varkappa(M+m)}a^3 \implies$

$$! \; v^2 = \varkappa(M+m)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \; !$$

Rovnice zachování energie

$$E = \frac{1}{2}\mu\left(v_t^2 + v_R^2\right) - \frac{GMm}{r}$$

$$\mu = \frac{Mm}{M+m}$$

$$v_R = \dot r \qquad v_t = r\frac{d\nu}{dt} \implies \qquad E = \frac{1}{2}\mu(\dot r^2 + r^2\dot\nu^2) + \phi(r)$$

Poloha tělesa v dráze

definujeme si místo času rovnoměrně plynoucí veličinu M – **střední anomálie**

$$M = \frac{2\pi}{P}(t' - T) \qquad T - \text{čas průchodu perihelem}$$

$$t = t' - T$$

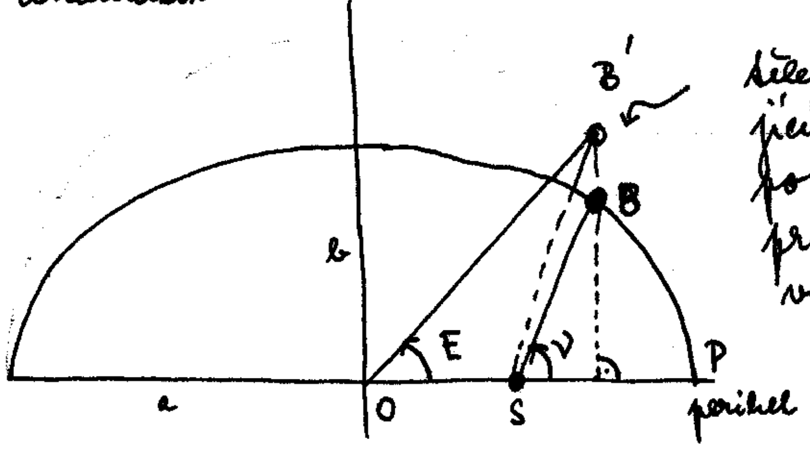
(střední denní úhlový pohyb)

Podle 2. Keplerova zákona platí

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{t}{P} \qquad A = \frac{\pi ab}{P} t$$

ΔA – plocha opsaná průvodičem za čas t

Je třeba najít vztah mezi ΔA a pravou anomálií



těleso pomocné pohybující se nerovnoměrně po kružnici – průsečík kružnice vedený kolmicí procházející tělesem

E – excentrická anomálie

platí, že

$$\Delta A = \frac{b}{a} \Delta A_E$$

ΔA_E je kruhová výseč bez trojúhelníku $SB'O$

plocha kruhové výseče $\sim \frac{1}{2} E a^2$, E v radiánech

plocha $SB'O$ $\sim \frac{1}{2}(a \sin E)\, ae$ ⟹

$$\Delta A_E = \frac{1}{2} a^2 (E - e \sin E)$$

$$\Delta A = \frac{1}{2} ab\, (E - e \sin E) = \frac{\pi ab}{P} t$$

$$E - e \sin E = \frac{2\pi}{P} t = M$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E - e \sin E = M}$$

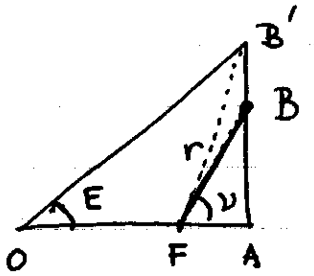
Keplerova rovnice – neznámá – excentrická anomálie

nejrychlejší řešení – iterace $E_0 = M \rightarrow E_1$

$E_1 \rightarrow E_2 \quad \ldots$

známe-li $E(t)$, lze vypočítat

r a ν – vzdálenost, pravou anomálii



$$FA = OA - OF = a(\cos E - e)$$

$$AB = \frac{b}{a} AB' = \frac{b}{a} a \sin E = a\sqrt{1-e^2} \cdot \sin E$$

$$b = a\sqrt{1-e^2} \qquad r = \sqrt{(FA)^2 + (AB)^2} = a\sqrt{(\cos E - e)^2 + (1-e^2)\sin^2 E}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{r = a(1 - e\cos E)}$$

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{AB}{FA} = \frac{a\sqrt{1-e^2} \cdot \sin E}{a(\cos E - e)} \quad \Rightarrow$$

$$\underline{\operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \operatorname{tg}\frac{E}{2}}$$

Postup při zjišťování polohy v dráze

- doba od průchodu perihelem + perioda $\rightarrow M$

pomocí M a excentr. $\rightarrow$ excentric. an. E

z exc. anomálie E, $a \rightarrow r$; $\nu \rightarrow$ tím

je poloha v dráze (v rovině) plně určena

Příklad: dráha Země

$a = 1$ a.j. ($1{,}49598 \cdot 10^{11}$ m)

$e = 0{,}0167$

Vzdálenosti ♁ - ☉ v perihelu $r = a(1-e) =$

$= 0{,}9833$ aj

v ~~apogeu~~ helu $r = a(1+e) =$

$= 1{,}0167$ aj

Poměr oslunění $\frac{\text{perihelu}}{\text{aphelu}} = \left(\frac{1{,}0167}{0{,}9833}\right)^2 = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 = 1{,}069$

relativní změna 6,9%, rel. změna úhl. průměru ☉ : $(1+e)/(1-e) = 1{,}034$ o 3,4%

Kolik Země urazí po 1/4 roce své dráhy po průchodu periheliem

$$M = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$E \doteq M$

$$E \doteq M + e \sin E = \frac{\pi}{2} + 0{,}0167 = 1{,}5708 + 0{,}0167$$
$$= 1{,}5875$$

$$r = a(1 - e \cos E) = 1(1 - 0{,}0167 \cos(1{,}5875)) =$$
$1{,}0003$ a.j.

$$\operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \operatorname{tg}\frac{E}{2} = 1{,}0168 \cdot \operatorname{tg}\frac{1{,}5875}{2}$$

$$= 1{,}604 = 0{,}5106\,\pi = 91{,}9^\circ$$

o $0{,}021$ více ~ 2 dny ~ o $1{,}9^\circ$

- Za kolik dní od ~~...~~ průchodu perihelem se změní pravá anomálie o 90°?

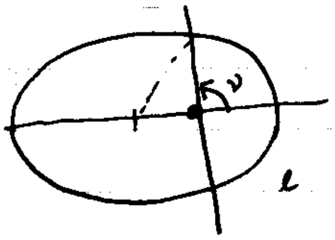
$\nu = 90^\circ$

$\operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = 1$ $\operatorname{tg}\frac{E}{2} = \left(\frac{1-e}{1+e}\right)^{1/2} \cdot \operatorname{tg}\frac{\nu}{2}$ => $E = 1{,}5374$

$M = 1{,}5282$ rad $\qquad t = 0{,}2432\ P = 88{,}83$ d

další čtvrtina $\qquad 93{,}49$ d

rozdíl 5 dní – o něm věděl už i Hipparchos



Obecně: $\tau = P\ \dfrac{E - e \sin E}{2\pi}$

$$\mathrm{tg}\,\frac{E}{2} = \left(\frac{1-e}{1+e}\right)^{1/2}$$

Mars: $e = 0{,}0934 \qquad E = 1{,}4773 \qquad M = 1{,}3843$

$t = 0{,}220$

Složky v rámci polárních souřadnic

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\nu} \qquad \dot r = \frac{2\pi a}{P}\ \frac{e}{\sqrt{1-e^2}}\ \sin\nu$$

$$\dot\nu = \frac{v_t}{r} = \frac{2\pi}{P}\ \frac{(1+e\cos\nu)^2}{(1-e^2)^{3/2}}$$

Extrémy: $\dot r = \dfrac{2\pi a}{P}\ \dfrac{e}{\sqrt{1-e^2}} \qquad \nu = \pm 90°$

pro malé e $\qquad \dot r = \pm \underbrace{\frac{2\pi a}{P}}_{29{,}7} \cdot e \qquad$ ⊙ - ♁ $\pm 0{,}50$ km/s

$$\dot\nu_{MAX} = \frac{2\pi}{P}\cdot\frac{(1+e)^{1/2}}{(1-e)^{3/2}} \doteq \frac{2\pi}{P}(1+2e) \qquad \nu = 0, 180°$$

$= 1{,}019°$/den

$$\dot\nu_{MIN} = \frac{2\pi}{P}\cdot\frac{(1-e)^{1/2}}{(1+e)^{3/2}} \doteq \frac{2\pi}{P}(1-2e) \qquad \frac{2\pi}{P} = 0{,}9856°/\text{den}$$

$= 0{,}953°$/den

$$\frac{\dot\nu_{MAX}}{\dot\nu_{MIN}} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 \doteq (1+4e)$$

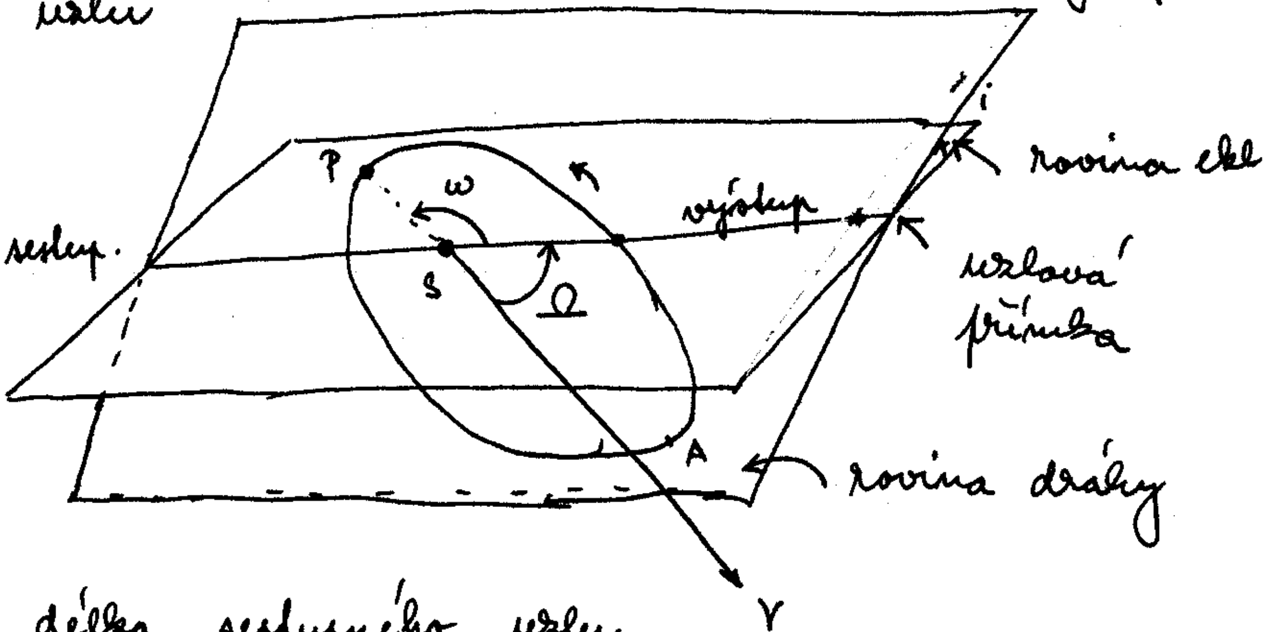
⊙ - ♁ $\quad 1{,}069$

3.9 Drahové elementy

Poloha tělesa v dráze určena: **a**, **e** – velikost a tvar dráhy + **T** – průchod perihelem   3 parametry

+ 2 další údaje o poloze roviny dráhy
- směrnice normály – (prochází ⊙)
  sklon dráhy **i**, **Ω** – délka výstupného uzlu

+ **ω** – argument perihelu – poloha perihelu v rovině – úhlová vzdálenost od výstupného uzlu

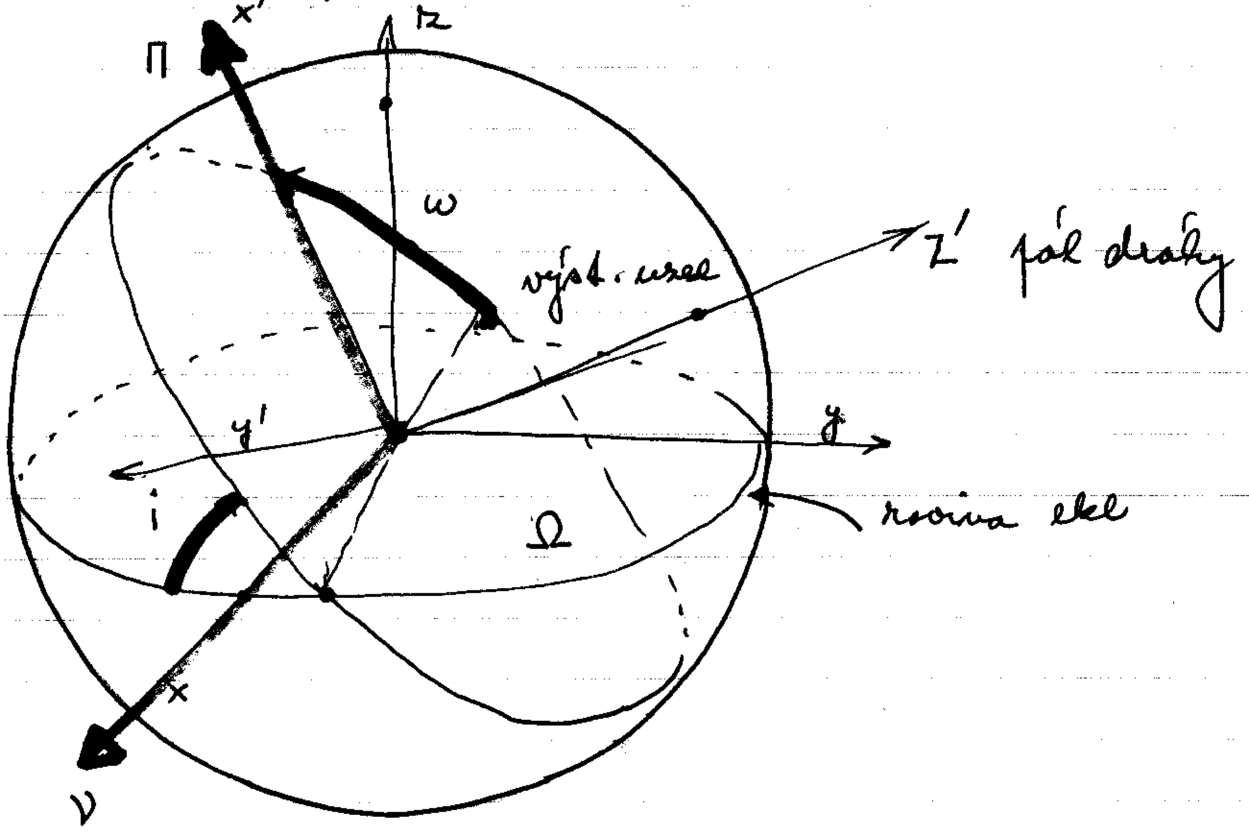


délka sestupného uzlu
$\Omega \pm 180^\circ$
$i < 90^\circ$ pohyb souhlasný se ⊙
$i > 90^\circ$ pohyb opačný (retrográdní)

u hyperbolických a parabolických se místo a uvádí q – vzdálenost perihelu
je-li $e = 1$, pak stačí k popisu paraboly 5 elementů – výhodné jako první přiblížení při popisu dráhy neznámé komety

Dráhové elementy umělých družic se vztahují k Zemi

Transformace souřadnic – poloha tělesa v dráze určena r + ν vzdáleností a pravou anomálií | zákl. rovina – rovina dráhy
zákl. směr – k perihelu
úkolem je najít souřadnice tělesa s počátkem ve Slunci se zákl. rovinou ekl. a zákl. směrem k jarnímu bodu

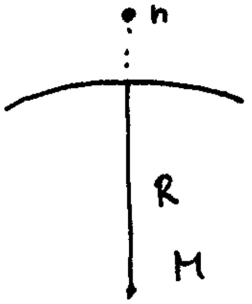


Postup transformace od planetárních
centrických
k heliografických ~~...~~ ekliptikálních

1) otočení kolem osy z' o úhel $-\omega$
2) otočení kolem osy z o úhel $-\Omega$
3) otočení kolem osy $x \equiv x''$ o úhel $-i$

3.10 Pohyb ~~umělých~~ družic ~~Země~~ planet

4.10.1957 — ověření možnosti existence um. družice — předpovězena už Newtonem na oběžnou dráhu vynesena raketou, ta jim udělí potřebnou rychlost



1. kosmická rychlost

kruhová rychlost - dráha kružnice

$\vec{v} \perp$ na $\vec{g}$

$$v_k = \sqrt{\frac{\varkappa M}{R+h}} = \sqrt{\frac{g R^2}{R+h}}$$

$$g = \frac{\varkappa M}{R^2}$$

$R = 6{,}371 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$

$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

pro $h = 0$

$$v_{1k} = 7{,}912\ \mathrm{km/s} \equiv \boxed{\text{1. kosm. r.}}$$

hypotetická - atmosféra

$h \geq 150$ km

rychlost počáteční v_0, vzdálenost r_0

$$v_0^2 = \varkappa M \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a} \right)$$

Obvykle se vypouštění děje $\perp$ na průvodič DZ–♁

$\Rightarrow$ výstřednost

$$e = 1 - \frac{q}{a} \quad \text{vzdálenost perigea}$$

$$Q = a(1+e)$$

pro $v_0 < v_{kr}$ — elipsa $Q < q$ — musí končit v ♁

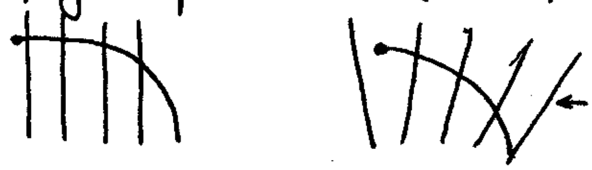
$v_0 > v_{kr}$ — elipsa $Q > q$

$$P = 1{,}659 \cdot 10^{-4}\, a^{3/2}$$

Jestliže $Q \to \infty$ – těleso opouští oblast země – 2. kosmická rychlost – parabolická

Stav na družici – stav beztíže – je to vlastně volný pád v gravitačním poli

Vázané dráhy – elipsy nebo úseky elipsy – volný pád, vodorovný vrh rovněž úsek elipsy, parabola jen přiblížením pro homog. gravit. pole



Zvláštní je dynamika na oběžné dráze – změny dráhy jako odezva na určitou akci

$$v_0^2 = \varkappa M \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{r_0} - \frac{v_0^2}{\varkappa M}$$

$a' = a + \Delta a$

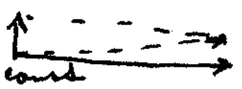
$v_0'^2 = v_0^2 + 2 v_0 \Delta v_0$

$$\frac{1}{a}\left(1 - \frac{\Delta a}{a}\right) = \frac{2}{r_0} - \frac{v_0^2}{\varkappa M}\left(1 + \frac{2\Delta v_0}{v_0}\right)$$

$$\frac{\Delta a}{a} = 2 \frac{v_0^2}{\varkappa M} \cdot \frac{\Delta v_0}{v_0}$$

jestliže přidáme rychlost ve směru pohybu → $\Delta a > 0$ → $\Delta P > 0$ – těleso začne zaostávat – dostane se dozadu

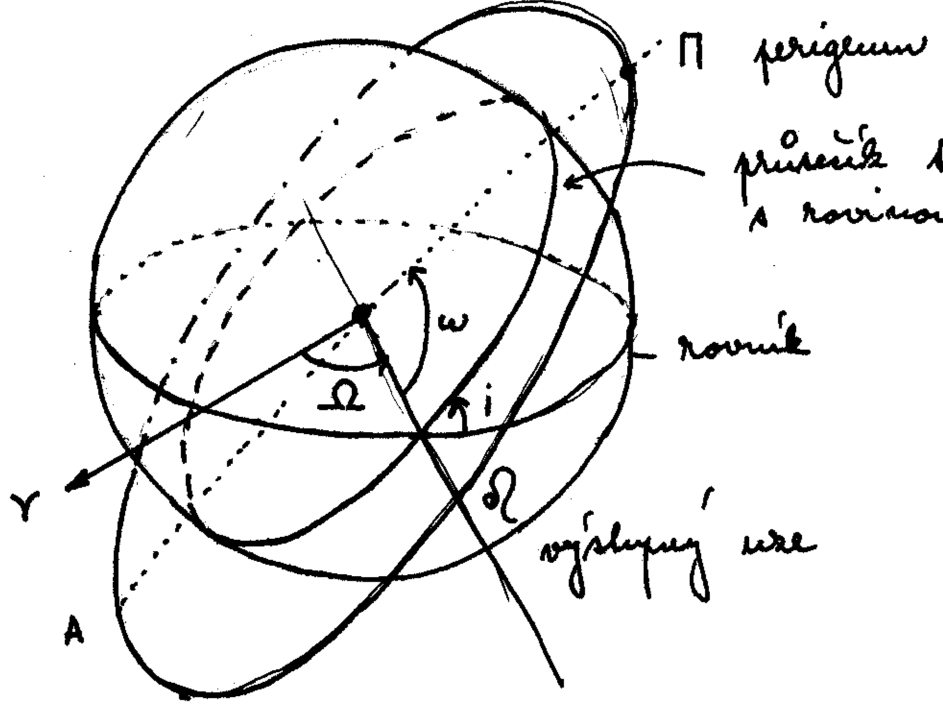
posun perihelu, $P = \text{const}$



opačně – dopředu. Kolmý pohyb prakticky nemění kvadrát výslednice $\Rightarrow \Delta P = 0$ – relativní oscilace vzhledem k zákl. tělesu

- Důsledky
  $\Rightarrow$ pohyb kosmonautů, rozpad tělesa komety – důvod vzniku meteorického vlákna

Dráhové elementy družic



~ obdobné jako u planet a Slunce
a, e, i, Ω, ω, T ← průchod perigeem

U družic dochází k sekulárním změnám – vyplývají z faktu a) Země není hmotný bod nebo ideální koule (zpl. Země) → stáčení uzl. př.
b) Kromě ♁ je ☾, ☉ a jiná tělesa – rušivé účinky
c) Většina družic se prodírá zbytky atmosféry → brzdění → zrychlení pohybu

teorém viriálu $\frac{d}{dt}\langle E_k\rangle + \langle E_p\rangle \geq 0$

$$2\langle E_k\rangle + \langle E_p\rangle = 0$$

brzdění hlavně v perigeu → zmenšování a postupné zkruhovění dráhy → intenzivnější brzdění

Určování hmotnosti planet

I jiné planety mají družice < přirozené / umělé někdy i rodiny družic – pozorování lze odhalit délku velké poloosy družice $\underline{a}$ a její periodu $\underline{P}$ ⇒ umožní pomocí zpřesněného 3. Keplerova zákona určit hmotnost centrálního tělesa.

Pro systém Slunce - Země:

$$\frac{a_{♁}^3}{P_{♁}^2} = M_{\odot} + \underbrace{M_{♁}}_{\text{lze zanedbat}} \doteq 1 \quad \text{v jednot. } \odot$$

(a.j., r)

a_d, P_d $\qquad m_d \ll m_{pl}$

$$\frac{a_d^3}{P_d^2} = \underset{(m_{pl}+m_d)}{m_{pl}} / M_{\odot}$$

pro Jupitera lze najít 1 : 1050

Země – Měsíc

$$\left.\begin{array}{l} a = 384\,400\,km = 2{,}57 \cdot 10^{-3}\,a.j. \\ P = 27{,}3\,dne = 0{,}0747\,roku \end{array}\right\} \quad 1 : 329\,000 \quad ♁ + ☾$$

$m_{♁} : m_{☾} = 81 : 1$

$m_{♁} = 1/333\,000\,M_{\odot}$

Soustava Země – Měsíc poměr hmotností ~ 1 : 81 – pohyb se děje vůči těžišti
střed Země opisuje kolem barycentra soustavy dráhu o poloměru cca 4650 km
v principu měřitelné při pozorování planetek při jejich přesném přiblížení (Eros 1930–31) → změření hmotnosti ☾

V principu velmi příhodné – kosmické sondy prolétávající v blízkosti planet a družic měřené ve svém pohybu gravit. působením těchto těles. Není-li k disp. – rušivé působení na ostatní tělesa přirozená

3.11 Problém tří a více těles

Situace, kdy jsou v prostoru jen dva hmotné body, je dosti akademická. Ve skutečnosti jsou jich spousty. Sluneční soustava – Slunce + planety a jejich družice – rušivé působení – vše se dá přesným měřením odhalit
⇒ řešení problému n vzájemně se ovlivňujících těles ⇒ řešení pohybových rovnic $3 \times n$

$$m_i \ddot{r}_i = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \varkappa m_i m_j \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{(r_i - r_j)^3}$$

$3n$ diferenciální rovnic a $6n$ integrálů pohybu
pro tři tělesa 18 integrálů – známe jich však jen 10
jedním z integrálů pohybu – těžiště soustavy se pohybuje rovnoměrně přímočaře (bez zrychlení) (poloha těžiště + rychlost)
dále

$$\sum m_i (\vec{r}_i \times \dot{r}_i) = \text{konst} \begin{cases} \sum m_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i) \\ \sum m_i (y_i \dot{z}_i - z_i \dot{y}_i) \\ \sum m_i (z_i \dot{x}_i - x_i \dot{z}_i) \end{cases}$$

zákon zachování momentu hybnosti

+ zákon zachování energie

$$\frac{1}{2} \sum m_i (\dot{\vec{r}}_i \dot{\vec{r}}_i) + \Phi = \text{konst}$$

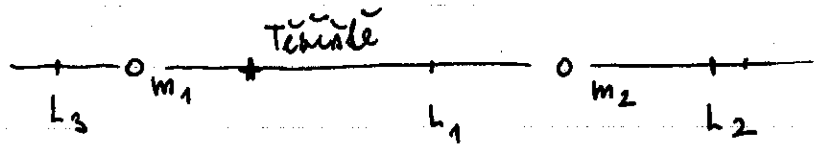
$$\Phi = -\varkappa \sum_{i \neq j} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}$$

Žádné matematické postupy nevedou k nalezení dalších integrálů – analytické řešení neexistuje
– lze je najít jen ve speciálních případech
restringovaný problém tří těles

$$m_3 \ll m_1; m_2$$

L_4 viz v rovině oběhu

Lagrange 1772 – soustava tří těles – existují zde jisté výjimečné body



5 Lagrangeových libračních bodů – relativně stabilní řešení – body zde mohou vykonávat per. p..

L_5

Tělesa zde umístěná zde setrvají neomezeně dlouho
nejstabilnější L_4, L_5 – Systém Slunce – Jupiter
Trójani
L_1, L_2, L_3 mnohem méně stabilní

<u>Ekvipotenciální plochy</u> – význam
– plochy stejného potenciálu – při pohybu po nich nekonáme práci

$\vec{s} \cdot \vec{F} = 0$ tekutá (plastická) tělesa držena vlastní gravitací nabývají jejich tvaru v ustáleném stavu

133 dole

Je-li gravit. pouze 1 bodu jsou ekv. koule

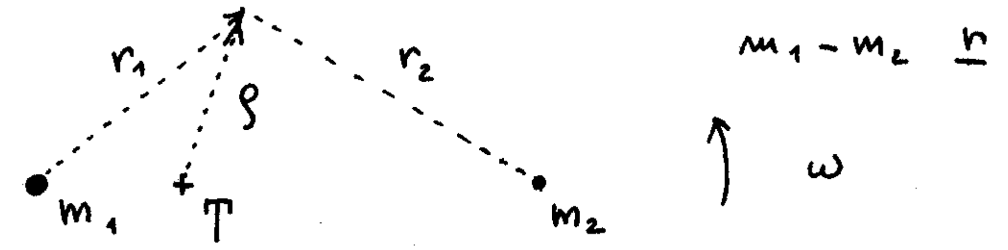
$$\Phi = -\varkappa \frac{M}{r}$$

Jestliže soustava rotuje (rotující těleso)

$$\Phi(\varrho, r) = -\frac{\varkappa M}{r} - \frac{\varrho^2 \omega^2}{2}$$

ϱ - vzdálenost od rotační osy } tvar tělesa
ω - ~~??~~ úhlová rychlost } rotační elipsoid

Další případ - dvě tělesa s vázanou rotací M_1, M_2 obíhající po kr. drahách

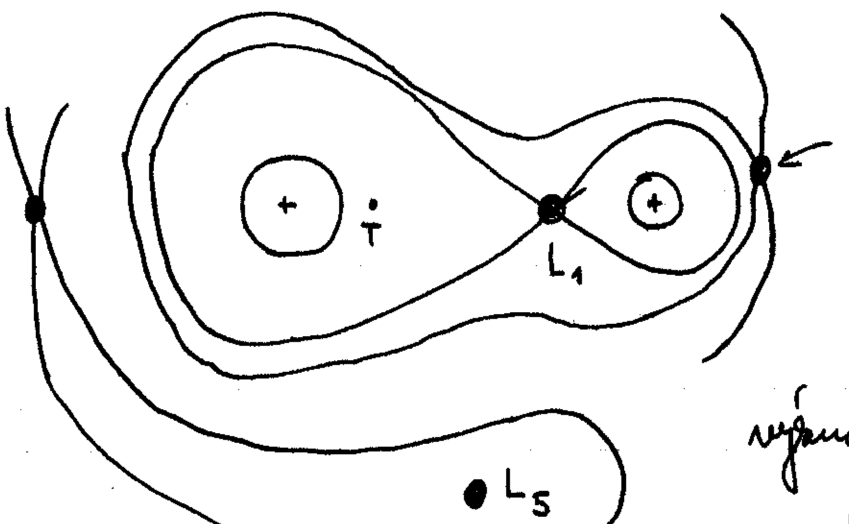


v korotující neinerciální soustavě s počátkem v těžišti. Úhlová rychlost daná 3. Kepler. zákonem

$$\omega = \left(\varkappa \frac{m_1 + m_2}{r^3}\right)^{1/2}$$

r - vzdálenost m_1, m_2 - neměnná, kruh. dráha

$$\Phi(x,y,z) = \underbrace{-\frac{\varkappa m_1}{r_1} - \frac{\varkappa m_2}{r_2}}_{\text{gravit. zrychl.}} \underbrace{- \frac{\varrho^2 \omega^2}{2}}_{\text{rotace systému}}$$

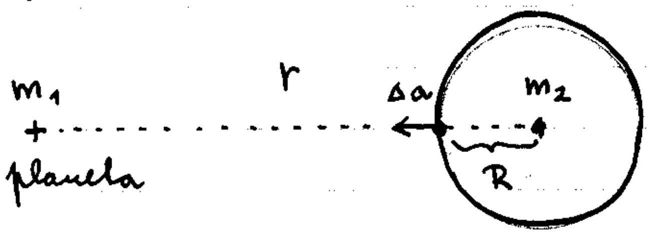


singulární body
- ekvipotenciály se tu protínají

význam plochy

důležité zejména u dvojhvězd
- ekvipotenciála procházející vnitřním Lagr. bodem - Rocheova plocha - pod ní oblast náležející určitému tělesu - překročí-li ji, ohrozí to stabilitu - patří i druhému tělesu

Soustava: planeta - družice - diferenciální zrychlení působená planetou na „subplanetárním bodu"



$$\Delta a = \frac{-\varkappa M}{(r-R)^2} - \frac{-\varkappa M}{r^2}$$

$$\Delta a \doteq 2\frac{\varkappa M}{r^3}R$$
(míří k planetě)

Nutno k tomu přičíst ještě rozdíl odstředivého zrychlení

$$\Delta a = \omega^2(r-R) - \omega^2(r) = -\omega^2 R$$

$$\omega^2 = \varkappa\,\frac{m_1+m_2}{r^3} \quad\Rightarrow\quad \Delta a = -3\,\frac{\varkappa M}{r^3}R$$

Rušivé působení na těleso je nepřímo úměrné třetí mocnině vzdálenosti - vzdálenější tělesa tvoří homogennější gravit. pole - tam se diferenciální zrychlení neprojeví
Rozdíl musí být vyrovnán soudržností a gravitačním zrychlením družice. Zanedbáme-li první vliv ⇒

$$g_s = \frac{\varkappa m_s}{R^2}$$

$$g_s > \Delta a \quad\Rightarrow\quad \frac{\cancel{\varkappa} m_s}{R_s^2} > 3\,\frac{\cancel{\varkappa} M_{pe}}{r^3}R_s$$

$$r = k\cdot R_p$$

$$\frac{m_s}{R_s^3} > 3\,\frac{M_{pe}}{k^3 R_p^3}$$

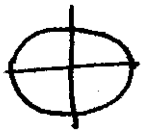
$$k > \sqrt[3]{3\left(\frac{\rho_{PL}}{\rho_{sa}}\right)}$$

k_r – kritická vzdálenost $\qquad k_r = \sqrt[3]{3\left(\frac{\rho_{PL}}{\rho_{sa}}\right)}$

$$k_r = 1{,}44\,\sqrt[3]{\frac{\rho_{PL}}{\rho_{sa}}}$$

<u>Rocheova mez</u>

v případě, že je satelit plastický



dojde k jeho natažení ve směru k planetě – roztržení má lepší předpoklady

$$k_r = 2{,}55\,\sqrt[3]{\frac{\rho_{PL}}{\rho_{sa}}}$$

Poruchy – rušivé síly

rozhodující je nikoli zrychlení působící na planetu, ale rozdíl zrychlení vůči centr. tělesu

$$a_P - a_S = \varkappa M\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+r_0)^2}\right) \qquad \text{pro } r \gg r_0$$

$$a_{ruš} \doteq 2\varkappa M\,\frac{r_0}{r^3} \leftarrow \text{třetí mocnina sil}$$

Soustava Země – Měsíc – rušící těleso ☉
třebaže zrychlení působené ☉ na ☾

je větší – rušícím tělesem je Slunce, ne Země

Sféra aktivity kde

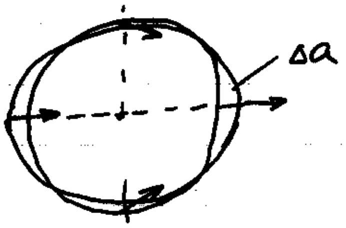
$$\sigma \qquad \frac{a_{ruš1}}{a_1} < \frac{a_{ruš2}}{a_2}$$

$$\sigma = r\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^{2/5}$$

Země vůči ⊙ 930 000 km
☾ vůči Zemi 66 000 km
– jestliže tam přiletí sonda, dostane se do vlivu příslušného tělesa

Slapy + příliv a odliv
– důsledek gravitačních a odstředivých sil
6 h stoupání, pak zase pokles vodní hladiny
½ doby mezi po sobě následujícími kulminacemi Měsíce ½ (24 h 53 min)
slapy se týkají i zemské kůry

Představa Newtonova – statická



☾

rozdíly v zrychleních

Tvar vodní plochy má tendenci vyplnit ekvipotenciální plochu – protažené kapk. těleso, zploštělé

Slapové působení i Slunce – jeho účinek je však menší $\frac{M_\odot}{M_☾}\left(\frac{r_☾}{r_\odot}\right)^3 \simeq \frac{5}{11}$!

(77) Posílení o novu a úplňku – slapy max

souček ~ vysoký příliv

Země – není abs. tuhá – v kůře
příliv a odliv

důsledek slapového působení –
zpomalování rotace Země – vznik
prodloužení ~ 0,002 s / století
energie – disipace v zemském tělese
+ vzdalování Měsíce
moment hybnosti zachován – Měsíc
dál – nárůst 3 cm / rok
(v minulosti >> větší ~ $1/r^3$)
Slapy ♁ na ☾ ~ $R_☾ \cdot M_♁/M_☾$ ~ 20 krát
větší – už dávno vytvořily vázanou
rotaci

<u>Poruchy v drahách těles SS</u>

Tělesa v SS různé hmotnosti – obíhají
kolem hmotného středu – těžiště soustavy
– Slunce nejblíž, vzdaluje se o více
než 2 své poloměry → důležité pro
efemeridy, východy a západy
nejdůležitější ovlivňující planetou
Jupiter → Jupiter na ranní obloze
opožďuje východy ...

Jupiter největší poruchy na oběžné trajektorie
→ změny drah na chaotické
komety, planetky

Poruchy v dráze Uranu (objeven Herschelem

1781 náhodně – neřídil se přesně zákony mechaniky – zpoždění, zrychlení
→ 18(3)4 může to způsobovat poruchové působení planety za drahou Uranu
T. J. Hussey
J. C. Adams 1843 – vypočetl polohu hypotetické planety – ignorovaný postup jiho anglických kolegů – Neptun objevila jiná skupina
Francouzský matematik Le Verier 1845 vlastní metodou předpověděl polohu rušícího tělesa (Capricornus). Spojil se s Galem a d'Arrestem z Berlína –
23.9.1846 nalezena „nadbytečná *" 8. velikosti – Neptun
– brilantní podpoření Newtonova gravitačního zákona

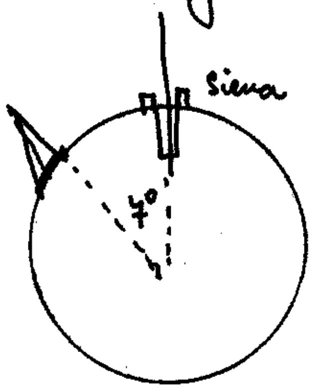
Pluto byl objeven náhodou, nikoli jako správný výsledek grav. rušení Uranu a Neptunu. Podrobný rozbor – žádné nadbytečné velké planety za Neptunem již nejsou.

Gravitační poruchy v pohybu umělých družic planet → možnost detailního prozkoumání tvaru gravit. potenciálu nistředních těles (Země) ↦ (stand. Země)
Měsíc mascony

4. ZEMĚ A JEJÍ POHYBY. ATMOSFÉRA ZEMĚ

4.1 Tvar a rozměry Země

Historická měření ~ vycházela z Eratosthénovy metody – úhlové měření + vzdálenost na Zemi



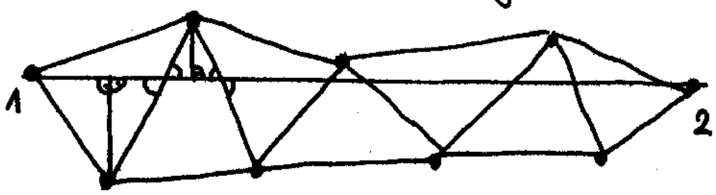
určení délky 1° (arabové 111,7 ÷ 113,3 km)

První novodobé měření – pařížský poledník

J. Fernel 1525 – otáčky kol vozu

měření vzdálenosti na povrchu – přesnější

triangulační metoda – podmínka přímé viditelnosti soustavy navazujících bodů



1 → 2

postupně ~ 30-40 km trigonometrická síť

1669 – měření napříč Francií – 1° měří různě → zploštění Země v polárních oblastech

~ 1686 – teoretické objasnění I. Newton vlivem rotace Země

– další měření v Laponsku a Peru – potvrzení

z těchto měření odvozena i délka 1 metru

≡ 1/10 000 000 poledníkového kvadrantu

Ve Francii 1799 uznán, u nás (Rak.-Uh.) 1876
Prototyp metru - ⟶ Sèvres u Paříže, nyní spojen s c.
Dnešní geodézie se provádí družicemi
měření mimořádně přesná → velmi podrobná informace o tvaru, rozměrech Země a rozložení hmoty v ní
- přímá pozorování + měření vzdálenosti (laserové odražeče, radiová měření) + relat. rychlost - Dopplerův posun + interferometrická měření + altimetrie z družice
→ přesná definice trajektorie a pohybu družice po ní - speciální geodetické družice - potlačeny negravitační poruchy
→ přesný potenciál Země

Tvar Země - aproximace členitého povrchu tělesem jednodušších vlastností

Geoid - realizován ekvipotenciální plochou nejtěsněji přiléhající ke střední klidné hladině oceánů a moří
- k němu se vztahuje tzv. nadmořská výška
komplikovaný tvar pro praxi
→ zjednodušení, praktická aplikace v astronomii, kartografii

Rotační elipsoid
- ve válcových souřadnicích - plocha určena rovnicí

$$\left(\frac{\varrho}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 = 1 \qquad \varrho = \sqrt{x^2+y^2}$$

počátek v centru ♁

a - rovníkový poloměr, b - polární poloměr zploštění $i = \frac{a-b}{a}$

referenční elipsoid – náhrada geoidu (co nejlépe)
referenční elipsoid z druž. měření
„referenční systém 1980"
$a = 6\,378\,137$ m
$i = 1 : 298{,}257$ – okem nepostřehnutelné z vesmíru ≅ dok. koule

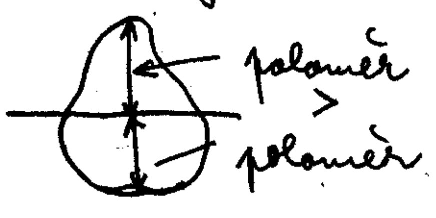
trojosý elipsoid – přesnější vystižení tvaru geoidu

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \qquad i_R = \frac{a-b}{a} \qquad i_P = \frac{a-c}{a}$$

Je nutno stanovit též orientaci ~ λ_A nejdelší osu

Burša: $a = 6\,378\,178$ m $\lambda_a = 14{,}8°$ z.d.
$i_R = 1 : 94\,000$
$i_P = 1 : 297{,}784$
~ odpovídající rotační elipsoid
$a = 6\,378\,139$ m
$i = 1 : 297{,}257$

Skutečný tvar – severní polokoule se odlišuje od jižní
má tvar hrušky
~ odchylky od ideálního tvaru cca 50 m

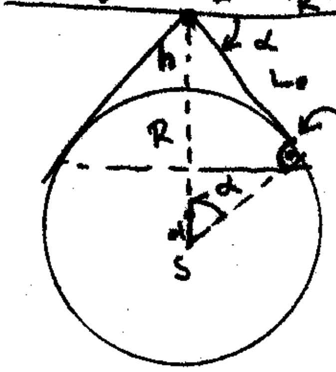


- Důkazy kulatého tvaru Země
  – stín, pohled z družic, změna úhlu pod nímž vidíme Polárku –

Dohlednost a deprese obzoru

$$L_0 = \left[(R+h)^2 - R^2\right]^{1/2} = \left[2Rh\left(1+\frac{h}{2R}\right)\right]^{1/2} \doteq \sqrt{2Rh}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \left[\frac{(R+h)^2 - R^2}{R^2}\right]^{1/2} \doteq (2h/R)^{1/2}$$



geodetický obzor

geodetická deprese

~ pro případ Země bez atmosféry

pro $h = 10\,m$ $\alpha = 6'5''$; $L_0 = 11{,}29\,m$

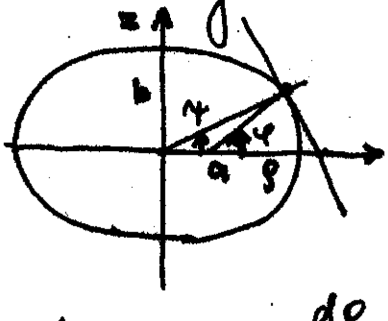
vlivem refrakce – vzdálenost větší $L > L_0$

dohlednost větší o cca 6,5%

záleží na teplotním rozvrstvení přízemní atmosféry

Šířka geocentrická, geodetická a astronomická

rotační elipsoid



$$\frac{\rho^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

ψ geocentr.
φ geodetická ~~astronom.~~
šířka

$$\mathrm{tg}\,\varphi = -\frac{d\rho}{dz} \qquad \frac{2\rho\, d\rho}{a^2} + \frac{2z\, dz}{b^2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{z}{\rho} = \frac{a^2}{b^2}\,\mathrm{tg}\,\psi$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{1-e^2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\mathrm{tg}\,\psi = (1-e^2)\,\mathrm{tg}\,\varphi}$$

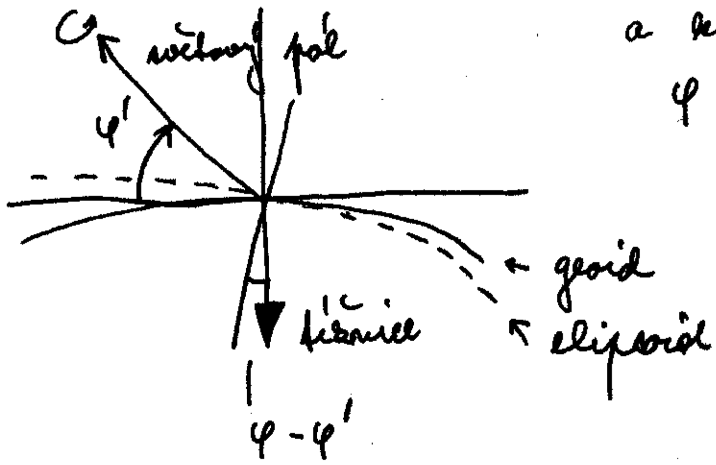
max. rozdíl pro $\varphi \sim 45°$ $\Delta = 11'33''$

$\varphi = 0 = 90°$ $\psi = \varphi$

Délka 1°

v důsledku pol. zploštění směrem k pólům roste vzdálenost mezi rovnoběžkami
rovník 110,576 km, pól 111,695 km

Astronomická šířka φ'



úhel mezi osou rotace a kolmicí k místní tížnici

$$\varphi = \varphi' - \underbrace{\Delta\varphi}_{\text{tížnicová odchylka}}$$

4.2. Hmotnost a gravitační pole Země

- rozložení hmoty v tělese určuje tíhové pole - jeho studiem se zabývá gravimetrie
gravitační zrychlení $\vec{g}$ ($\vec{g}$ = grad V; V - potenciál)
velikost - chod kyvadlových hodin standardních
- při přenášení variace g se zeměpisnou šířkou - důsledek zploštění a rotace.
studium tížnicových odchylek - odhalování nehomogenit rozložení hmot × od kolmice
× nejsou tak značné, jak by se dalo čekat při členitosti terénu
→ kompenzující nehomogenity : izostáze

o Vliv jednotlivých faktorů
a) odstředivá síla
- vzhledem k ideální kulové Zemi

$$\bar{g} = \varkappa \frac{M_Z}{\bar{r}^2} = 9{,}8\ m/s^2 \quad M_Z = 5{,}976 \cdot 10^{24}\ kg$$

$$\underbrace{\varkappa \cdot M_Z}_{\text{přímo měřitelná veličina}} = 3{,}986 \cdot 10$$

standard $g_0 = 9{,}80665\ m/s^2$

$\omega = 7{,}2921 \cdot 10^{-5}\ rad\ s^{-1}$
odstř. síla na rovníku $3{,}39 \cdot 10^{-2}\ m/s^2$
$g/a_{odstř} = 288{,}38$

- $$g = 9{,}80612 - 2{,}586 \cdot 10^{-2} \cos 2\varphi + 5{,}8 \cdot 10^{-5} \cos^2 2\varphi - 3{,}08 \cdot 10^{-6}\ h \quad [m/s^2]$$

rozdíl $g_{90} - g_0 = (5{,}2 \cdot 10^{-2})\ m/s^2$

2/3 na odstř. sílu, 1/3 na zploštění

4.3 Rotace Země

Země se otáčí kolem severojižní osy jako tuhé těleso ≡ touž úhlovou rychlostí
ω ~ vůči hvězdám - siderická doba
$$\omega_Z = \frac{2\pi}{T} = 7{,}292\ 115\ 08 \cdot 10^{-5}\ rad\ s^{-1}$$

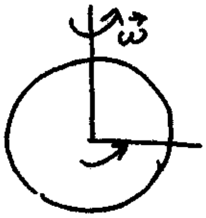
Unášivá rychlost bodu na zemském (koule) povrchu

$$v_{0\varphi} = \omega_Z R_Z \cdot \cos\varphi \qquad \text{- max. na rovníku}$$

$465{,}1\ m\ s^{-1}$, u nás $290\ m\ s^{-1}$ - nutno brát v úvahu při měření radiálních rychlostí kosm. objektů
projevuje se odstř. silou ~ na rov. $3{,}39 \cdot 10^{-2}\ m/s^2$

- zákl. zákon regulující rotaci Země – zákon zachování momentu hybnosti

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$



Součet příspěvků od jednotl. bodů:

$$|\vec{r} \times \vec{v}| = r^2 \omega$$

→ moment setrvačnosti:

moment hybnosti:

$$L = \omega \int r^2 dm \qquad \int r^2 dm = I$$

$$\vec{L} = \vec{\omega} I$$

osa rotace prochází těžištěm $\vec{R}\int dm = \int \vec{r} dm$ místní osa

$$E_{Rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Zákon zach. momentu hybnosti – žádná vnitřní síla nemůže změnit hodnotu $\vec{L}$
→ těleso se může přemísťovat jen tak, že jeho osa zůstává rovnoběžná sama se sebou (gyroskop, rotující tělesa v prostoru)
→ změna rotace ($|\omega|$) – změna $I = \int r^2 dm$ – přerozdělení hmoty v tělese (hlavně v zemskojádrové oblasti)

! Vnější síly – změna orientace (klim. pásy zach.) rotační osy (precese) může dojít i ke změně momentu hybnosti – brzdění (soustava Země–Měsíc)

Důkazy zemské rotace

- pohyb kosm. těles po obloze – dvojí výklad – rotační je přirozenější

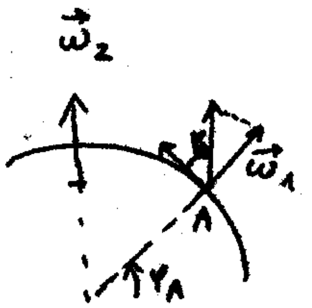
nepřímé důkazy – a) velké oběžné rychlosti vzdálených těles, b) shoda oběžného směru všech těles – nepřirozené, c) pokud pozorujeme tělesa ve sl. soustavě, pak se otáčejí

Přímé důkazy < neinerciální síly – Coriolisova
Foucaultův pokus
odchylka padajících těles

Coriolisova síla, zrychlení

$$\vec{a}_c = 2\,\vec{v}\times\vec{\omega}$$

síla v neinerciální soustavě – pseudosíla



průmět

$\omega_1 = \omega_z \sin\varphi$

$\omega_2 = \omega_z \cos\varphi$

Foucaultův pokus

relativní stáčení
severní pól – kyvadlo si zachovává rovinu kyvu – těleso zemské se pod ním točí ↗. Pro pozemského pozorovatele se stáčí rovina kyvu v opačném smyslu úhlovou rychlostí $\vec{\omega}_z$. Při zavěšení kyvadla v zem. šířce φ_A – pozorovatel pozoruje stáčení roviny kyvu kolem vertikály daného místa v témže smyslu jako na pólu avšak s rychlostí $\omega_z \cdot \sin\varphi$.
Na rovníku žádné stáčení, pod ním v opačném smyslu

– 1851 Foucault v pařížském Pantheonu
64 m kyvadlo
1 h / 11°30' u nás
Foucaultovo kyvadlo v ČR – HaP v Hradci Králové

Odchylka padajících těles

$\vec{a}_c = 2\vec{v} \times \vec{\omega}$

– volný pád $v = gt$

Coriolisovo zrychlení urychluje těleso směrem na východ

$$a_c = 2 v \omega_2 = 2 g t \omega_2 \cos\varphi$$

⇒ zrychlení roste s časem

integrací $\ddot{x} = a_c$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{1}{3} g \omega_2 t^3 \cos\varphi = \frac{2}{3}\omega_2 \left(\frac{2h^3}{g}\right)^{1/2} \cos\varphi$$

dosadíme-li pro kulovou Zemi:

$$x = 2{,}195 \cdot 10^{-5}\, h^{3/2} \cos\varphi$$

$$\left.\begin{aligned} h &= 100\,\mathrm{m} \\ \varphi &= 50^\circ \end{aligned}\right\} \quad x = 1{,}4\ \mathrm{cm}\ !$$

Poprvé změřeno 1831 F. Reichem v uhelné šachtě v Freibergu $h = 158{,}4$ m – 28,4 mm

Změny v rotaci Země

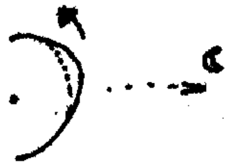
- dlouhodobé – sekulární
- nepravidelné – skoky v periodě rotace
- sezónní – periodické

Dlouhodobé – zpomalování rotace – brzdění
(0,001 ÷ 0,002) s / století

potvrzení – okamžiky slunečních zatmění
paleontologické nálezy – z růstu korálů – kolik bylo dní do roku

např. ve stř. devonu (380 mil. let) 21,7 ÷ 22,5 h
394 ± 7 dní

v důsledku slapového tření přenos momentu hybnosti z rotace Země na oběžný pohyb Měsíce → oběžná doba Měsíce se prodlužuje



Slapová vlna se na Zemi pohybuje vůči ní <u>proti</u> její rotaci

Skoky v periodě rotace ~ několik tisícin s
- snad (?) přesun větších hmot v nitru

Periodické změny – konfrontovány s atomovým časem

a) roční perioda ~ 0,022 s ampl. – sezónní změny <u>vzdušných hmot</u>, sněhové a ledové pokrývky, vegetace

b) půlroční perioda ~ 0,010 s – důsledek eliptické dráhy ♁ – per. grav. působení ☉ na ♁

c) perioda ~ ~~[illegible]~~. anomalistický měsíc a půlměsíc – výstřednost měs. dráhy

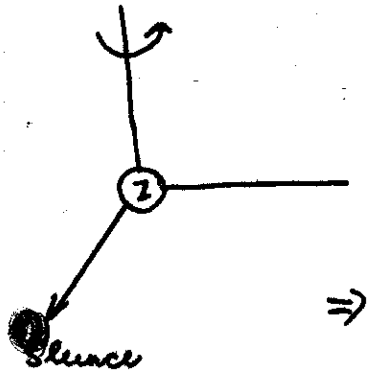
Moderní časové stupnice

- rotace Země nerovnoměrná – nemůže v dnešní době být základem přesného měření času → čas určovaný nezávisle
„atomový čas" – počet kmitů při určitém přechodu Cs

TAI – mezinárodní atomový čas rovnoměrně plynoucí – na začátku roku 1958 ≡ světový čas
základ pro měření času, tehdy když

námi nejde o rotaci Země

UT1 – čas vázaný na rotaci Země
– úhel denně vzrůstající o 2π ve vztažné soustavě rotující rovnoměrně s periodou tropického roku vůči *
– Země je v počátku a Slunce v průměru stále v ose x



⇒ UT1 zvoleno tak, aby ☉ kulminovalo nad nultým poledníkem během roku v průměru ve 12 h

(UT1 – TAI) – stále klesá – zpožďuje se rot. rotace ~ rozdíl desetiny s/rok

UTC – koordinovaný universální čas od TAI se liší o celistvý počet sekund, od UT1 méně než o 0,8 s – skáče

Dosahuje se tako vkládáním přestupných minut (61 s) přidávaných souhrnně 1. ledna ; 1. července – tímto časem se řídí hodiny po celém světě, čas. signál

kolik má den sekund?
86 400
86 401

světový čas UT, SČ – nejasné < UT1 / UTC

nutno rozlišit – rozdíl < 0,8 s
je-li to zapotřebí

„náš čas" – UTC + 1 SEČ (ve Hv. ročence)
UTC + 2 SELČ

Hvězdný čas — vztahuje se k jarnímu
nespr. název bodu — hodinový úhel Υ

Běží rychleji než UTC ~~→~~ hvězdných
dní do roka o jeden více než slunečních
z pozorování se určuje z toku hv. času
UT1
— bývá uváděn v ročenkách

Pozn.: V literatuře se můžete setkat
s pojmem efemeridový čas ET
— byl definován nikoli rotací, ale
oběhem ♁ kolem ☉ — byl zjišťován
dodatečně a málo přesně

TT — terestrický čas — nahradil efeme-
ridový
oproti TAI posunut

$$TT = TAI + 32{,}184\ s$$

ke konci 20. století

TT − UTC asi o minutu větší
rozdíl narůstá o 1 s / 1,5 roku

- časová základna pro výpočty předpově-
di poloh (efemeridy)
málokdy je to však důležité se
na ~~r~~ rozdíl TT − UTC ohlížet
(s výjimkou ☾)

Důsledky rotace Země

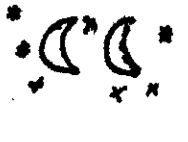
1. Vychylování pohybujících se objektů
   - sev. polokoule doprava
   - jižní polokoule doleva

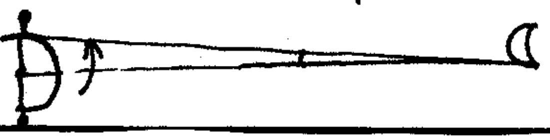
~ $a_c = 2\omega_z v \sin\varphi$

projev: přemisťování vzduchových a vodních hmot
⇒ převládající západní proudění
~ zabl. směr od rovníku k pólům ve výšce

stáčení mořských proudů
asymetrie říčních koryt (nejvíce u řek tekoucích v pol. směru) – Baerův zákon
pravé břehy řek na sev. polokouli jsou strmější než levé – zvýšení eroz. sch. řek

2. Střídání dne a noci
3. Slapové jevy
4. Pohyb těles po obloze – východy, západy
5. Tvar Země – v 1. přiblížení rotační elipsoid – odstředivá síla způsobuje zploštění
   - sekulární zpožďování → tendence ke kulovějšímu tvaru ~ mění se úměrně ω^2 → zmenšení vzdutí v rovník. oblastech, zvětš. polárních
     do budoucna na pólech více pevniny a na rovníku více oceánů
6. Denní paralaxa blízkých těles – Měsíc
   v úhl. velikost poloměru rovníkova $\pi = \frac{6378}{384400} = 57'$

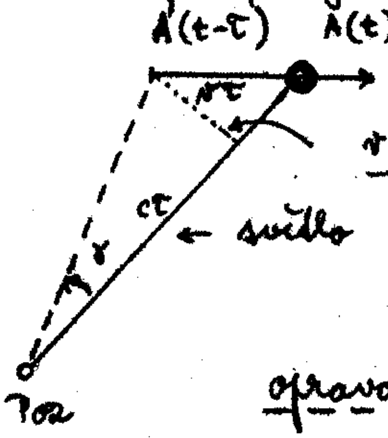




4.4 Oběh Země kolem Slunce. Aberace. Paralaxa

Pozorovatel na povrchu Země vykonává složitý pohyb – jeho poz. stanoviště je neinerciální soustavou
připočítáme-li navíc konečnou rychlost světla → řada efektů, které komplikují lokalizaci objektu v prostoru
pozorovaný směr k objektu obecně není totožný se spojnicí obou bodů v prostoru v daném

a) – relativní pohyb – těleso se v dráze posouvá, my je vidíme se zpožděním



$\dfrac{v_\tau \cdot \tau}{c \cdot \tau}$

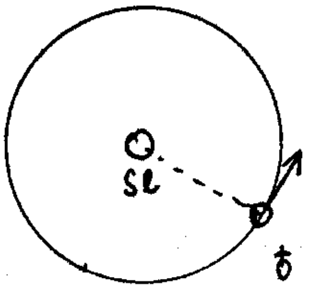
← světlo τ sekund $\tau = 499{,}006\ \Delta$

Δ v a.j.

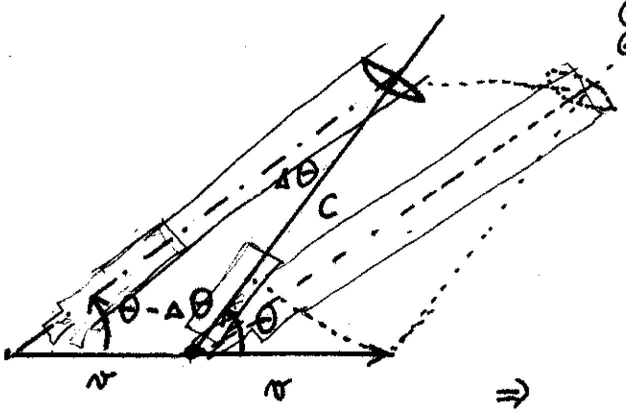
<u>oprava na šíření světla</u>

b) hvězdná aberace
- při pozorování * se projevuje změnou souřadnic během roku – roční
  během dne – denní
- směr ke vzdálené ** vztahujeme ke Slunci – dostatečně inerciální s. (těžiště sl. soustavy)
  vůči Slunci se pozorovatel pohybuje okamžitou rychlostí $\vec{v}$. Směr = apex pohybu

roční pohyb Země kolem Slunce



apex po ekliptice
při kruh. kruhovém pohybu
průvodič ♁ - ☉ kolmý,
za ☉ se opožďuje o 90°
*
jak je třeba namířit
dalekohled ke *



$$\frac{\sin \Delta\Theta}{v} = \frac{\sin(\Theta-\Delta\Theta)}{c}$$

$\Delta\Theta$ malé

$$\Rightarrow \quad \underline{\Delta\Theta = \frac{v}{c}\cdot \sin\Theta}$$

$v \sin\Theta = v_t$

maximální $\Delta\Theta$ $\quad \Theta = 90°$

- případ klasický, ze STR vyplývá kompl.

$$\Delta\Theta = \frac{v}{c}\sin\Theta + \frac{1}{4}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin 2\Theta$$

jen při vysokých rychlostech

všechny pozorované objekty posunuty směrem od apexu

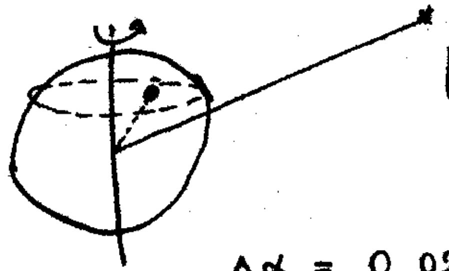
Vektor $\vec{v}$ se mění během času → mění se i velikost a směr aberace – ta je na hlavní kružnici procházející tělesem a apexem

Složky hvězdné aberace – dáno složkami pohybu pozorovatele vůči těžišti sluneční s.

a) rotace Země – denní aberace $v \sim 0{,}46\ \mathrm{km\,s^{-1}}$
b) orbitální pohyb Země kolem S. – roční aberace $v \sim 30\ \mathrm{km\,s^{-1}}$
d) pohyb těžiště prostorem – sekulární aberace
c) pohyb Země vůči těžišti soustavy ♁ - ☾ $v \sim 0{,}01\ \mathrm{km/s}$ (zanedbává se)

sekulární aberaci v praxi nelze odlišit od opravy za šíření světla – aberaci neurčujeme – je součástí tzv. střední polohy **

Denní aberace



α, δ

$\boxed{t, \delta}$ – relativní poloha Země vůči zvolené hvězdě

$$\Delta\alpha = 0{,}0213^s \cos\varphi \cos t \sec\delta$$

$$\Delta\delta = 0{,}320'' \sin\varphi \sin t \sin\delta$$

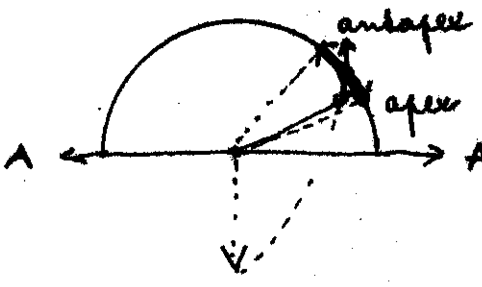
maximální posun $\Delta\alpha$ – $t = 0,\ 180°$

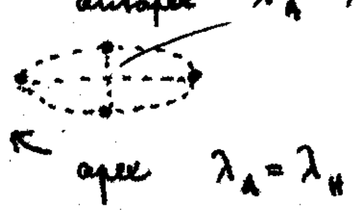
v δ $t = \pm 90°$ $\delta = 90°$

Roční aberace

– zde je nutné znát okamžitý vektor rychlosti oproti těžišti SS

lze vypočítat numerickou derivací geocentrických pravoúhlých souřadnic ☉ a heliocentrických pravoúhl. souřadnic planet – nejzávažnější je Jupiter





jsou-li v_x, v_y, v_z pravoúhlé souřadnice apexu

$$\frac{V}{c} = 0{,}0057755\, V \qquad x_a = \frac{v_x}{V} \qquad y_a = \frac{v_y}{V} \qquad z_a = \frac{v_z}{V}$$

$$\cos\Theta = x x_a + y y_a + z z_a$$

$$x' = \left(x \sin(\Theta - \Delta\Theta) + x_a \sin \Delta\Theta\right) / \sin\Theta$$
$$y' = \left(y \sin(\Theta - \Delta\Theta) + y_a \sin \Delta\Theta\right) / \sin\Theta$$
$$z' = \left(z \sin(\Theta - \Delta\Theta) + z_a \sin \Delta\Theta\right) / \sin\Theta$$

pro méně přesné výpočty

$$(\alpha' - \alpha)\cos\delta = (v_y \cos\alpha - v_x \sin\alpha)/c$$
$$(\delta' - \delta) = -(v_x \cos\alpha \sin\delta + v_y \sin\alpha \sin\delta - v_z \cos\delta)/c$$

Roční aberace odhalena již v roce 1725 – J. Bradley + S. Molyneaux, 1728 J. Bradley podal výklad

$\frac{v}{c}$ kruhový pohyb $20{,}496''$ – roční aberace
$\times$ denní $0{,}32''$ maximálně

* aberace i v poloze met. roje

Variace radiální rychlosti, heliocentrická korekce

– projevuje se tu opět a) neinerciální povaha pohybu pozorovatele vůči těžišti SS
b) konečná rychlost světla

→ existuje Dopplerův efekt – radiální rychl.

Pozorujeme-li periodický děj – oběh složek dvojhv.
kmitání záření at.
rotaci neutr. *
oběh měsíců J.
aj.

vždy se projeví kolísání frekvence, periody, mění-li V_{rad} –

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{v_{rad}}{c}$$

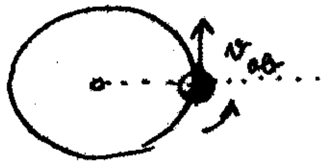
ν_0 – střední, lab. frekvence

nemusí jít jen o záření
– frekvence pulsaru, oběh dvojhvězdy

lze určit jen tehdy, známe-li ν_0 – frekvenci $\downarrow$ ve spektru → v_{rad}

Pozorování ze Země → **variace radiální rychlosti** – a) rotace Země – maximální na rovníku, ráno a večer

b) oběh Země po dráze



východ ~~večer~~ v_{or} kladná

západ ~~ráno~~ při kulm. 0 + rozk.

max. variace u hvězd na ekliptice, ~~ve~~ 0 na pólu ekliptiky

spočtěte radiální korekci pro kruh. dráhu

radiální rychlosti hvězd směřující ze Země → radiální rychlosti přepočtené na

c) Pohyb vůči těžišti – bývá dost malý ~

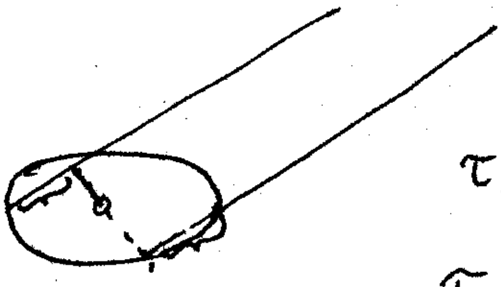
→ přepočet na heliocentrickou radiální rychlost

Čas pozorování – z pozemského času na čas heliocentrický ~ v jakém okamžiku byl ten děj pozorován

→ **korekce heliocentrická** – maximálně ± 8 min – doba šíření světla

$t + \tau_{hel}$

vypočtěte heliocentr. korekci pro kruh. dráhu

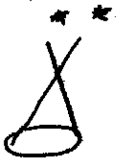


maximální – 0 na pólech ekl. pro objekty na ekl.

τ_{hel} maximální – objekty v opozici se Sluncem

τ_{hel} minimální – objekty v konjunkci se Sluncem

Paralaxa



z praktického hlediska lze topocentrické (místo pozorovatele) a geocentrické soustavy považovat za identické
- zde hovoříme o tzv. denní paralaxe
  vzhledem k rotaci ♁ má jednodenní periodu

přechod geocentrická → heliocentrická
roční paralaxa

Denní paralaxa

- zavádí se jen u těles ve SS – u hvězd je nulová

h – nadmořská výška

u Měsíce známa i ve starověku

$$c = \left[(1 - 0{,}006694 \sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}} + 0{,}1568\, h \cdot 10^{-6}\right] \cos\varphi$$
$$s = \left[0{,}993306\,(1 - 0{,}006694 \sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}} + 0{,}1568\, h \cdot 10^{-6}\right] \sin\varphi$$

$$\alpha' - \alpha = -\pi\, c \sin(S - \alpha) \sec\delta$$
$$\delta' - \delta = \pi\left[c \cos(S-\alpha)\sin\delta - s\cos\delta\right]$$

pro ☾ a um. družice platí jen přibližně
π – rovníková paralaxa

Roční paralaxa

- uvažuje se jen u * – jde o úhel, pod kterým je z dané * ~~je~~ viditelný poloměr zemské dráhy (1 aj)

X, Y, Z – pravoúhlé geocentrické rovníkové souřadnice ☉ v a.j.

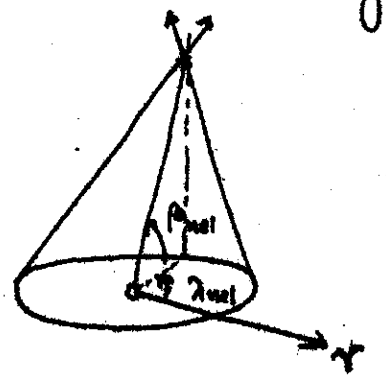
$$X \doteq \cos L = \cos\delta_\odot \cos\alpha_\odot$$
$$Y \doteq \sin L \cos\varepsilon = \cos\delta_\odot \sin\alpha_\odot$$
$$Z \doteq \sin L \sin\varepsilon = \sin\delta_\odot$$

$$\alpha' - \alpha = \Pi\,(Y\cos\alpha - X\sin\alpha)\sec\delta$$
$$\delta' - \delta = \Pi\,(Z\cos\delta - X\cos\alpha\sin\delta - Y\sin\alpha\sin\delta)$$

PŘEHLED – srovnání v grafu

Π – roční paralaxa

A) Paralaxa

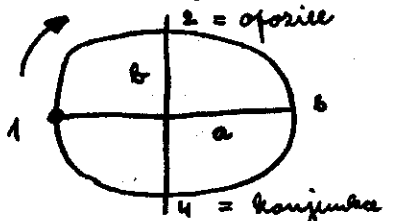


rozměry elipsy, aproximujeme-li zemskou trajektorii jako kružnici o poloměru 1 a.j.

Velká poloosa Π → $a = \Pi$
rovnob. s ekliptikou
Malá poloosa $\Pi\sin\beta$ $b = \Pi\cdot\sin\beta$

→ na pólu ekliptiky kružnice, na ekliptice úsečky ~ stejné jako u aberace

paralaxa



na severní polokouli pohyb ve směru matem. záporném

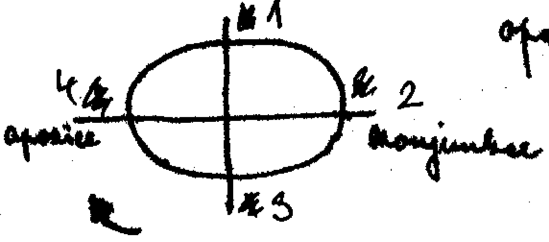
maximální výchylky λ

v 1 $\lambda_\odot - \lambda_H = 90°$ 3 $\lambda_\odot - \lambda_H = 270°$

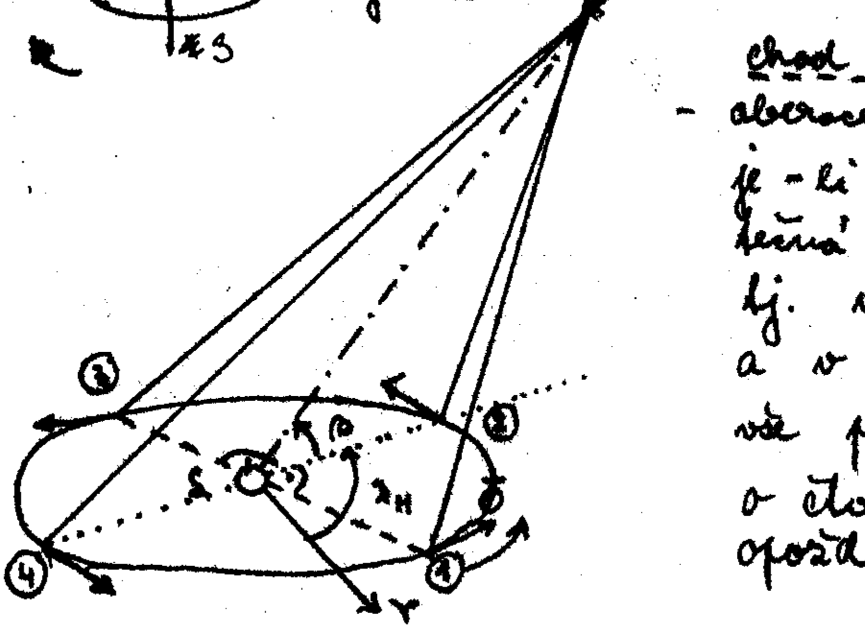
2 $\lambda_\odot - \lambda_H = 180°$ 4 $\lambda_\odot - \lambda_H = 0°$

opozice   konjunkce

aberace



B) Aberace



chod aberace

- aberace maximální, je-li maximální tečná rychlost tj. v opozici a v konjunkci

vše posunuto o $\frac{\pi}{2}$ o čtvrt roku opožděna

Variace radiální rychlosti

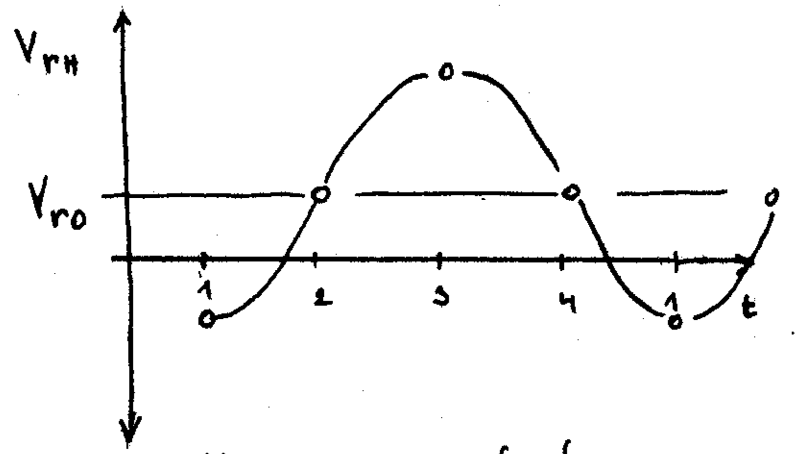
- maximální – vektor rychlosti ♁ od hvězdy
- ③ $\Delta V_r = V_♁ \cdot \cos\beta$

minimální

① $\Delta V_r = - V_♁ \cdot \cos\beta$

na pólech ekliptiky $\Delta V_r = 0$

v 2, 4 – 0



$2\ V_♁ \cdot \cos\beta$

V_{r0} – radiální rychlost hvězdy heliocentrická

Variace heliocentrické korekce

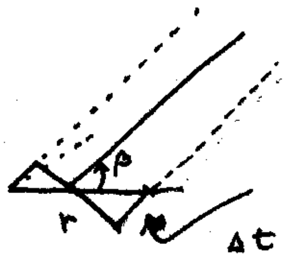
~~[illegible]~~ rozdíl časů okamžiku, kdy signál z hvězdy dospěje ke Zemi a k Slunci

- kde se paralaxa zanedbává

1, 3 – v rovině kolmé k rovině pól ekliptiky, ⊙, * – tam je heliocentr. korekce = 0

extrémní 2, 4 ② $t_♁ - t_⊙ = -\Delta t = -\tau \cdot \cos\beta$ (cor_{hel})

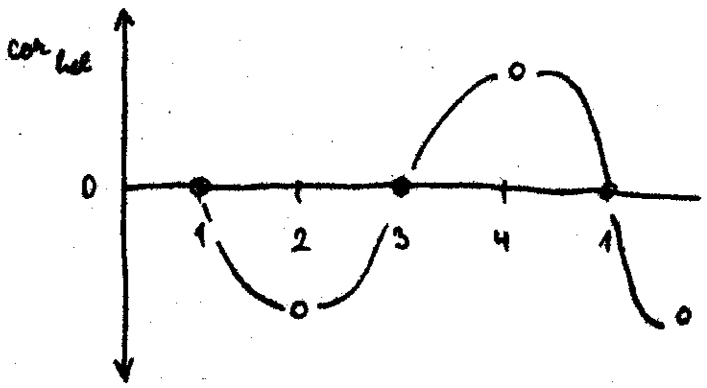
④ $t_♁ - t_⊙ = \Delta t = \tau \cdot \cos\beta$



r – poloměr dráhy

$$\Delta t = \frac{r \cdot \cos\beta}{c} = \tau \cdot \cos\beta$$

$\tau = 499\,s$



amplituda $= \tau \cdot \cos\beta$

hvězdy u pólu
ekliptiky – heliocentr.
korekce = 0

Pozn. k paralaxe

- hlavní důkaz pro platnost heliocentrického modelu – paralaktický pohyb hvězd na obloze

Pokusy o změření selhávaly – nebyla vhodná metoda
– nebyly vhodné přístroje

Tycho Brahe – žádná paralaxa → podpora jeho verze geocentrické soustavy
před ním taktéž Koperník – nulové výsledky
- měření byla absolutní – současnice *

Galileo Galilei + ~~Hy~~ Christiaan Huyghens
- systematické chyby absolutních měření je diskvalifikují ↳ náhrada relativními
- myšlenka: hvězdy v pozadí oporné – bližší hvězdy větší paralaxa – chyby pololy řádově menší

* ani pak žádný úspěch
ani na počátku 19. stol. nebyla paralaxa změřena, ačkoliv o heliocentr. modelu už nikdo nepochyboval
příčina: velmi nízké hodnoty paralaxy
$\pi \ll 1''$

Jako první spolehlivě změřil paralaxu Friedrich Bessel u 61 Cygni $\pi = 0{,}314''$, dnes uváděná hodnota $0{,}29''$ – roku 1838
souběžně Struve – paralaxa Vegy
Henderson – paralaxa Tolimanu

Měření hvězd vzdálených obtížné – úhly paralaxy velmi malé – spolehlivé do 20, 30 pc – v tom okruhu málo důležitých, vzácných typů hvězd (ty jsou obvykle hodně jasné – z velké vzdálenosti, v prostoru málo zastoupeny) – složitý způsob navazování – kinematické paralaxy
× HIPPARCOS – družice astrometrická proměření poloh a jasností spousty hvězd, výsledky zásadně ovlivní astronomii v příštím století

Všechny vzpomínané efekty: aberace, paralaxa, variace radiální rychlosti, heliocentrická korekce + variace v počtu meteorů – vše důkazy o pohybu Země kolem těžiště SS.

Důsledky oběhu Země kolem Slunce

rok: siderický – vůči hvězdám 365,25636 d
tropický – od rovnodennosti (♈) do rovnodennosti 365,24219 d – pohyb proti
– základ kalendářů
♈ proti – rok kratší za 26 000 let – 1 rok
~ Platonský rok
anomalistický – průchody per. 365,25964 d
– stáčení přímky apsid jeden okruh 110 000 let

Drakonický rok – rok zatmění – od průchodu ⊙ vzestupným uzlem měsíční dráhy
346,62006 dní – měsíční uzel putuje po ekliptice proti pohybu Slunce
– 19,6 roku návrat zpět

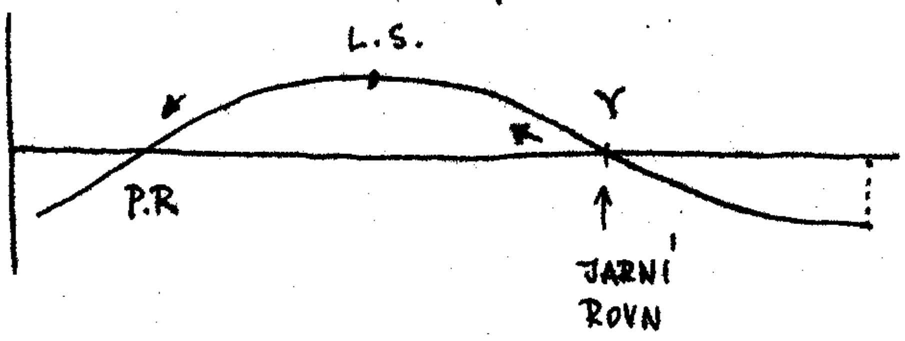
Střídání ročních období

- stálý sklon rotační osy k rovině oběhu

$\varepsilon(t) =$ ~~[illegible]~~

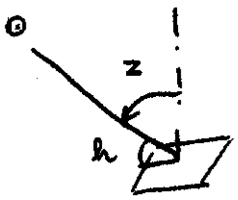
$\varepsilon(t) = 23^\circ\,26'\,21{,}4'' - 0{,}4684\,(t - 2000)$ t – letopočet

Sluneční paprsky dopadají během roku na obě polokoule pod měnícím se úhlem
– mění se deklinace Slunce jak postupuje po ekliptice zprava doleva



Příčiny různých teplot ve středních klimatických pásech
a) různá délka dne
b) různá výška ⊙ nad obzorem během dne
c) zmírnění teplot. setrvačností
d) vzdálenost Země–Slunce

Množství $\odot$ energie / 1 s dopadající na 1 m² plochy na zemském povrchu



$$W = \frac{K}{r^2} \cdot \cos z = \frac{K}{r^2} \sin h$$

K - sluneční konstanta - výkon slunečního záření procházející 1 m² v vzdálenosti 1 a.j. $K = 1360\ W/m^2$

(Insolace)

Oslunění - energie, která dopadá na 1 m² plochy Země (horní hranice zem. atmosféry)

$$\mathcal{E} = \int_{t = \text{východ} \; -t_0}^{t = \text{západ} \; t_0} \frac{K}{r^2} \sin h \, dt$$

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$$

$$\cos t_0 = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$$

$$\mathcal{E} = \frac{K}{r^2}\left(2t_0 \sin\varphi \sin\delta + 2\cos\varphi \cos\delta \sin t_0\right)$$

Astronomická roční období jsou vzhledem k různé rychlosti Země v dráze různě dlouhá

nejdelší astr. léto, nejkratší astr. zima

Letní půlrok o 7,5 dne delší než zimní

- klimaticky je tak podstatné na sev. polokouli mírnější - vlivem precese se to přesune za 13 000 let

Úhrny celoroční insolace

φ	%/rovníku	φ	%/rovníku
0	100,0	50	68,4
10	98,6	60	56,9
20	94,5	70	47,4
30	87,9	80	42,9
40	79,0	90	41,5

rozdíly nejsou tak nebetyčné – výhodné je osídlit i vysoké zeměpisné šířky zejména v období krátkého léta

- Parametry zemské dráhy a jejich změny

a) sklon zemské osy k dráze kolísá
ε 22°04' – 24°34' – perioda 41 000 let

b) změny délky perihelu Π – děje se s periodou 21 000 let – nejdůležitější stáčení směru k jarnímu bodu – projeví se pohybující přímka apsid
– s touto periodou se vyměňují role severní a jižní polokoule

c) změny výstřednosti dráhy – e ~ asi 100 000 let 0,0007 ÷ 0,0658
v současnosti 0,0165
při vysoké excentricitě – větší část oběhu ve větší vzdálenosti při stejném a
→ vznik zalednění

d) délka velké poloosy ≡ energie Země – se mění zcela nepatrně

4.5. Čas

Sluneční čas. Sluneční hodiny

Život člověka rytmizován střídáním dne a noci – určován Sluncem

Slunce se pohybuje po ekliptice (mezi hvězdami) nerovnoměrně → pravé Slunce neurčuje rovnoměrný tok času ~ atomovému

Přístroj na měření pravého slunečního času → sluneční hodiny

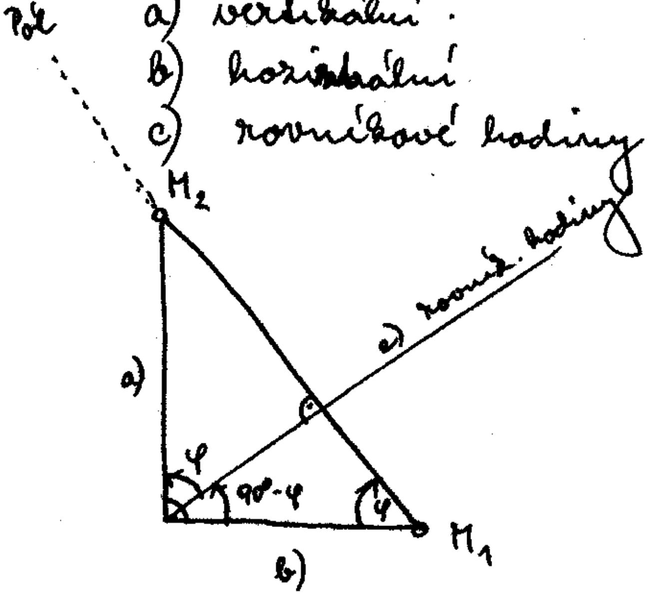
Konstrukce slunečních hodin

a) vertikální

b) horizontální

c) rovníkové hodiny

stínítko + stínová tyč vždy míří k světov. pólu



rovníkové hodiny – číselník rovnoměrný

Konstrukce slunečních hodin na jižních stěnách

sluneční hodiny – hvězdárna

Pravý sluneční čas – doba mezi dvěma po sobě následujícími dolními kulminacemi ☉, $T_{SP} = t_\odot + 12\,h$!

- vztahuje se k místu

× střední místní sluneční čas

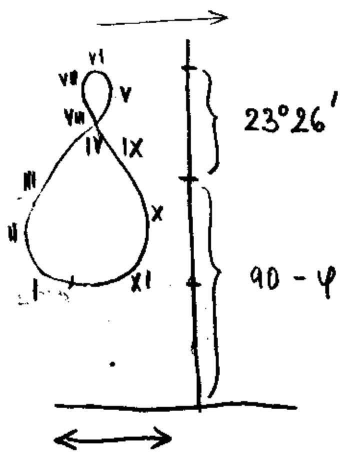
rozdíl

- pro čas poledne – pravé × střední

analema

na některých slunečních hodinách – body odp. vrcholu tyče

nebo – dráha Slunce po obloze – nyfocená vždy ve 12 h místního středního slunečního času



rozdíl ~ rozdílu pravého a středního sl. času

☉ uběhne za 4 min 1°

maximální odchylky ~

Časová rovnice

$$E = T_{SP} - T_{SS}$$

$$E = t_{\odot} \pm 12\,h - T_{SS} = \underbrace{\Theta - \alpha_{\odot}} \pm 12^{h} - T$$

rozdíl je nezávislý na místě pozorování – v ročence

při kladné E kulminuje pravé Slunce dřív
16.5. + 3,8 min , 3. 11. + 16,4 min
při záporném E kulminuje pravé ☉ později
12.2 – 14,4 min 25. 7 – 6,3 min

⇒ Sluneční hodiny jdou až o 30 minut nepřesně

– příčiny
zatímco $\Theta - T$ roste rovnoměrně – denně o 3 min 56 s
$\alpha_{\odot}$ – roste nepravidelně

2 příčiny

a) Země obíhá po eliptické dráze - za 1 den se pravá anomálie změní o různý úhel

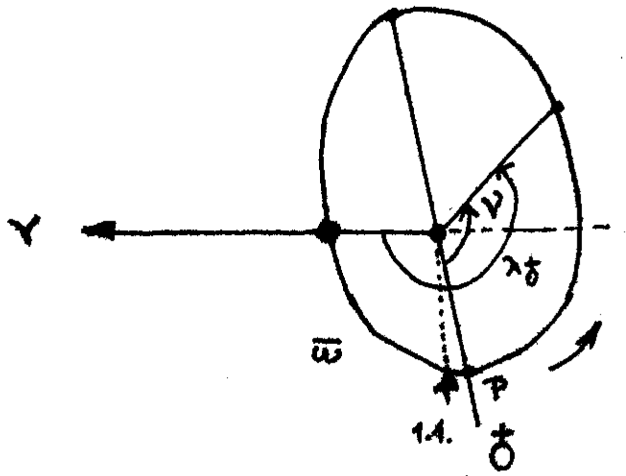
1. stř. ☉ b) I kdyby ♁ kolem ☉ obíhala po kružnici, byla by změna α nerovnoměrná ← důsledek nenulového sklonu ekliptiky

→ pravý sluneční čas - 1. přiblížení 2 harmonické funkce

Oběh Země kolem Slunce

1. přiblížení - elipsa, v jednom ohnisku Slunce - ve skutečnosti těžiště SS (neviditelné) $e = 0.0167$
- v dalším tyto 2 body (střed ☉ a SS) ztotožníme

↙ rovina ekliptiky



Země prochází jarním bodem, když je ☉ v podzimním ≡ v okamžik podzimní rovnodennosti

1.1. 0h délka Země ~ $\lambda_s - 180° = 280° - 180° = 100°$

délka perihelu $\lambda_z = 102{,}5°$

Doba oběhu - siderická 365,2564 dne

Střední vzdálenost ~ 1 a.j $= 149{,}6 \cdot 10^6$ km

Vzdálenost perihélia $a(1-e) = 0{,}9833$ a.j.
Vzdálenost aphélia $a(1+e) = 1{,}0167$ a.j.

Střední oběžná rychlost $\frac{2\pi a}{P} = 29{,}79$ km/s

Střední úhlový pohyb $\alpha = \frac{360^\circ}{P} = 0{,}9856^\circ/\text{den}$

↑ střední anomalie M ΔT

$$M = \frac{360^\circ}{P}(t - T)$$ T - průchod perihelem

2,5 dne po 1.1. 0h UT
~ 3.1. kolem poledne

$$\lambda_{z} = \underbrace{\lambda_{zP}}_{\text{délka Země v perihelu}} + \nu = 102{,}5^\circ + \nu$$
pravá anomálie

$$\operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{1/2} \operatorname{tg}\frac{E}{2}$$
E - excentrická anomálie

$$E - e\sin E = M$$ z Keplerovy r.

Je-li D - počet dní, které uplynuly od 1.1. 0h UT
M - střední anomalie ve stupních:

$$M = \frac{360^\circ}{365{,}25} D - 2{,}5^\circ$$

Chceme-li vypočítat $\lambda_{z}(D)$, nutno najít pravou anomálii ν

Aproximace Keplerovy rovnice

$$E = M + e \sin E$$

$$\Downarrow$$

$$\sin(E) = \sin(M + e \sin E)$$

$$\sin E = \sin M \cdot \underbrace{\cos(e \sin E)}_{\doteq 1} + \cos M \underbrace{\sin(e \sin E)}_{\substack{e \sin E \\ \doteq e \sin M}}$$

$$\sin E \doteq \sin M \, (1 + e \cos M)$$

zpětně dosadíme

$$E = M + e \sin M \, (1 + e \cos M)$$

$$E = M + e \sin M + e^2 \tfrac{1}{2} \sin 2M$$

Diskuse posledního členu maximálně $\frac{1}{2} e^2$

$e = 0{,}0167$ $\quad \frac{1}{2} e^2 = 0{,}000139$ rad $\doteq 29''$

- lze směle zanedbat

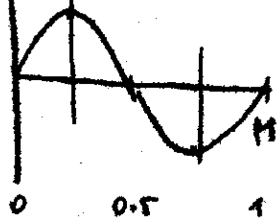
$$E \doteq M + e \sin M$$

$$\Rightarrow \nu = 2 \operatorname{arctg} \left[\left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \left(\frac{M + e \sin M}{2} \right) \right]$$

fce $(\nu - M)$ - ve $^\circ$ - podobá se sinusovce

velmi přesně - MNČ

aproximace $\quad \nu - M = \underset{\pm 4}{1{,}91367^\circ} \sin M + \underset{\pm 4}{0{,}01997^\circ} \cdot \sin 2M$



Skutečné ☉ se oproti 1. střednímu ☉ může rozejít až o $1{,}91^\circ \sim 1{,}95$ středních dní na obl.

maximální rozdíl $M = \pm 90^\circ$

duben, říjen

$\pm 4{,}64$ minut

$$\lambda_{\odot} = 180 + \lambda_{♁} = 282{,}5 + \nu =$$

$$282{,}5 + M + 1{,}91 \sin M + 0{,}02 \sin 2M$$

$\rightarrow \lambda$ degree

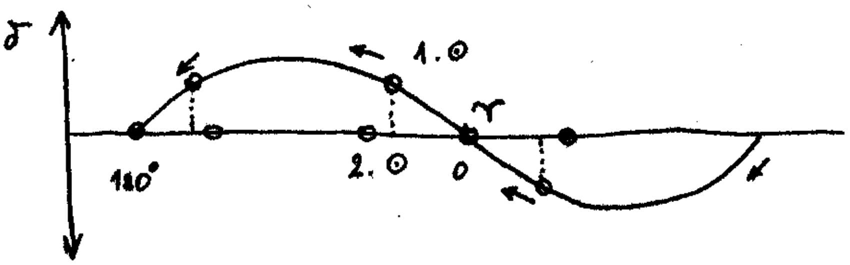
$$M = 0{,}9856\, D - 2{,}5^\circ$$

Efekt sklonu ekliptiky k rovníku

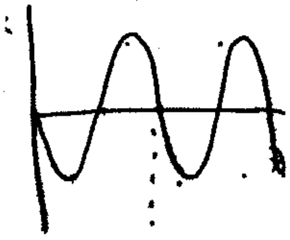
- nás zajímá α rektascense, nikoli délka $\odot$ → nutno převést

$$\cos\delta \, \sin\alpha = \sin\lambda_\odot \cos\varepsilon$$
$$\cos\delta \, \cos\alpha = \cos\lambda_\odot$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \cos\varepsilon \, \operatorname{tg}\lambda_\odot$$



$$(\lambda-\alpha)^\circ \doteq -\underset{\pm 2}{2{,}46563}^\circ \sin 2\lambda + \underset{\pm 2}{0{,}05305}^\circ \sin 4\lambda$$
$$-\underset{\pm 2}{0{,}00152}^\circ \sin 6\lambda$$



maximální amplituda ~ λ $\pm 45^\circ$ $\pm 135^\circ$

± 10 minut – výraznější efekt než pohyb nerovnoměrný v dráze

$$(\lambda-\alpha)^\circ = -2{,}46563 \sin 2\alpha - 0{,}05305 \sin 4\alpha$$
$$- 0{,}00152 \sin 6\alpha$$

Výsledek $\alpha(D)$ dosazením obou efektů

aproximace s přesností ~ 0,3 minuty

$\tau = \frac{360^\circ}{365{,}25} D$ ČASOVÁ ROVNICE

$$T_{\text{pravý}} - T_{\text{střední}} = \underset{\pm 9}{0{,}46} \cos\tau - \underset{\pm 9}{7{,}34} \sin\tau - \underset{\pm 9}{3{,}36} \cos 2\tau$$
$$- \overset{\pm 9}{9{,}33} \sin 2\tau \quad \text{v min}$$

PÁSMOVÝ ČAS

- každé místo - vlastní „místní čas"
až do 19. století základem časomíry byl pravý místní sluneční čas - sluneční hodiny

1820 - místní střední čas - opravený o časovou rovnici
s rozvojem železnic - nevýhodné mít vlastní časy
→ zavedení „železničního času" ~ čas hlavního místa země
u nás a v celém Rakousku platil až do 1. 10. 1891 na železnicích „čas pražský"
i to bylo shledáno jako nepraktické →
např. v USA 53 žel. časů
1870 - návrh Ch. F. Dowda → zavedení pásmových časů - Země rozdělena do 24 poledníkových pásů o šířce 15°
(sf. dvouúhelníků) - střední poledník
- určující čas pro celé pásmo
- vedlejší pásma mají pak čas 1 h odlišný
1. pásmo - kolem 0. poledníku ~
určuje ~~...~~ tzv. světový čas UTC ← koordinovaný
rovnoměrně plynoucí čas
srovnávaný s rotačním
po 1 s skocích

Středoevropský čas - náš
SEČ (od roku 1912)
V praxi se hranice pásem přizpůsobují státním, resp. adm. hranicím
větší státy mají více časů

Letní čas — změna času o 1 hodinu

na konci března — SEČ → VEČ (SELČ)
na hodinách se údaj o +1 h posune
konci října! — se vrátí do SEČu ~
lépe odpovídá skut. ~ jsme poblíž 15°. poledníku

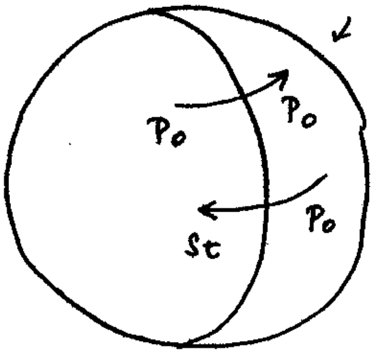
Brno — rozdíl oproti 15° 6 minut — východy a západy upřesňují
× brněnské noviny by měly uvádět takto upravené údaje

Datová hranice

— pohybujeme-li se od greenwichského poledníku na východ — narůstá čas o 1 h / pásmo
z opačného konce hodin ubývá —
dostaneme-li se na totéž číslo →
různé datum
→ nutno odstranit
zavádí se datová mez zhruba ~ 180°
— vede neobydlenými končinami

Pravidlo — postupujeme-li ve směru otáčení ♁

↙ 2 dny po sobě totéž datum



— 1 den přeskočit

— Verne: cesta kolem světa za 80 dní!

— navíc 1 den

4.6 KALENDÁŘ

- soubor pravidel pro počítání dní v roce
vznikly už na počátku civilizace (velké řeky s každoročními záplavami)

Název: latinsky kalendae - 1. den v měsíci
v řím. kalendáři - svolání lidu (calare) knězem, aby vyhlásil nový měsíc a oznámil je s počtem dní
- kniha dlužníků - calendarium, ve starém Římě platili úroky vždy 1. v měsíci

- Zákl. jednotky
  - sluneční den (všechny k.)
  - synodický měsíc
  - tropický rok (365,2422 dní)

Sladění různě dlouhých period → kalendáře lunární, solární, lunisolární

Nejstarší - lunární - kultury nezávislé na střídání roč. období (tropy, subtropy)
smena měs. fází - dobrý časoměr
Solární - obtížnější, dlouhá doba
- pozorování, vyšší stupeň poznání
(na ☉ není den v roce napsán)

- Egyptský kalendář
  - první ze slunečních kalendářů
  - ~ 4. tisíciletí př. n. l.

Rok nastával, když Sirius měl předjitřní východ (heliakický) - v té době nastávaly též životodárné záplavy Nilem
→ vytvoření slunečního kalendáře
Staroegyptský rok měl 3 období:
záplavy, setí, žní - 4 měsíce po 30 dnech

každý měsíc 3 dekády
Na konec roku se vkládalo 5 dní (malý rok)
238 př. n. l. – každý čtvrtý malý rok rozšířen o 1 den – přestupný rok
– k zavedení vlastně nedošlo, ale princip převzali r. 46 Římané

Kromě egypt. 3. tisíciletí p. n. l. – staro-babylonský, 2. tisíciletí – čínský

Římský kalendář – na něj navazujeme
- začátky nejasné, zpočátku 10 měsíců 304 dní – jen očíslovány
7. st. p. n. l. – rozšíření o další dva měsíce Januarius a Februarius – na závěr roku
Měsíce: Martius 31, Aprilis 29, Maius 31, Iunius 29, Quintilius 31, Sextilis 29, September 29, October 31, November 29, December 29, Januarius 29, Februarius 28

Rok lunární! 12 × 29,5 dne = 354
355 dní

4 roky tvořily cyklus – diference s trop. r.
– vkládaly se 2 × měsíce – Mercedonius
ve 2. roce 23. ⋀ 24. 2. 23 dní
4. roce 23. ⋀ 24. 2 22 dní

⇒ délka roku 366,25 dne – rozdíl se kumuloval – aby se reguloval – správce kalendáře: pontifex – nejvyšší kněz
× ⇒ chaos – nutno řešit

Juliánský kalendář

46. př. n. l. Gaius Julius Caesar (100 – 44)
– seznámil se s egypt. kalendářem – pověřil alexandrijského astr. Sosigena vypracování zjednodušeného, závazného

Sluneční kalendář 12 měsíců
365 dní, každý 4. přestupný 366 dní
únor 29 dní – přestupný den ←
zařazoval se mezi 23. a 24. únor
délka 365,25 dne – byl o 11 min 14 s delší!
Quintilius → Julius (Caesar)
(císař se v něm narodil)
Zmatky se zavedením – přestupné roky každý 3. rok! – chyba odhalena
8 př. n. l. – císař Augustus – napravil to tím, že se do 8 n. l. přestupné roky nezařazovaly
Senátoři věnovali Augustovi Sextilis
– odňat den únoru (28 dní) → srpen 31 d
– pak ale 3 měsíce s 31 dny →
září → říjen s 31 dny
325 n. l. – 1. ekumenický koncil v Nikaji
→ obecný evropský kalendář, platil až do konce 16. století, někde i déle

Gregoriánský kalendář
– nepřesnost v délce kalendáře × trop. rok => 128 let / 1 den opoždění
Jarní rovnodennost se tak přesouvala do dřívějších dat

vel. neděle mezi 22.3 a 25.4
Chyba juliánského kalendáře odhalena ve 14. stol. - řešily ji i koncily
Reforma kalendáře uložena papeži Řehoři III (Gregor) - to už rozdíl dosáhl 10 dní
1576 matematik a lékař Lilius + bratr
→ návrh schválen 1582
kalendář gregoriánský
Pravidla pro přestupné roky:
- je-li letopočet dělitelný 4 - přestupný
  s 366 dny × 365 — 365,2500
- je-li dělitelný stem - není přestup
  365,24
- je-li dělitelný 400 - přestupný
  365,2425
rok 4840 nebude přestupný 365,2422

Zavedení gregoriánského kalendáře
- komplikace 10 dní 4.10.1582 -
  se zrušilo hned 15.10.1582

Jarní rovnodennost se přesunula na 21.3.
- u nás brzy poté 6/17.1.1584 Čechy
  3/14.10.1584 Morava

- Éry letopočty - počátek počítání
  „od založení Říma", „stvoření světa"

  křesťanská éra - od „data narození Krista"
  (Dionysius Exiguus 241)
  - zřejmě chybné ~ 6. př. n. l.

KALENDÁŘNÍ DATA

Základní kalendářní data tvoří podklad pro výpočet kalendáře. Jsou to:

1. Sluneční kruh (sluneční cyklus) je perioda, po jejímž uplynutí připadají vždy dny v týdnu na stejná data. Obyčejný rok má 52 týdnů po 7 dnech a 1 den. Jestliže v určitém obyčejném roce připadne 1. leden na pondělí, pak v následujícím obyčejném roce připadá 1. leden na úterý, další na středu. Pokud bychom nezaváděli přestupné roky, připadaly by vždy po sedmi letech stejné dny v týdnu na určitá stejná data. V juliánském kalendáři je však každý čtvrtý rok přestupný,proto připadají dny v týdnu na stejná data vždy po 4 x 7 = 28 letech. Počátek této periody byl položen do roku 9 před n.l., který byl přestupný a začínal pondělím.

Číslo slunečního kruhu pro určitý rok nabývá tedy hodnot 1 až 28 a zjistíme ho tak, že k letopočtu přičteme 9 a dělíme 28. Zbytek udává hledanou hodnotu. Např. pro letošní rok:

$$(1986 + 9) : 28 = 71,25 \; ; \quad 0,25 \times 28 = 7.$$

Sluneční cyklus postupuje kalendářem plynule a stejným rokům je přiřazeno stejné číslo jak v juliánském, tak i v gregoriánském kalendáři.

2. Měsíční cyklus, nazývaný také zlatý počet Metonův. Cyklus je 19letá perioda, probíhající plynule kalendářem podobně jako cyklus sluneční. Po 19 letech připadají vždy přibližně tytéž fáze Měsíce na stejná data.Je to proto,že synodický měsíc trvá průměrně 29,530 588 2 dne, 235 synodických měsíců = 6939,688 227 dní. Tato doba je přibližně rovna 6939,75 dne, což je 19 juliánských roků po 365,25 dne. V cyklu však mohou nastat odchylky, protože se mění délka synodického měsíce od $29,25^d$ do $29,83^d$ jako následek změn měsíční dráhy.Pořadí roku v měsíčním cyklu se nazývá zlaté číslo. Roku 0 našeho letopočtu je přiřazeno zlaté číslo 1. Pro rok 1986 tedy máme (1986 + 1) : 19 = = 104,5789; 0,5789 x 19 ≐ 11.

3. Římský počet neboli indikce je perioda patnáctiletá.Nevychází z žádných astronomických dějů, v pozdním období římské říše měla význam pouze administrativní.*Je však součástí juliánské periody podle J.Scaligera, jenž roku 1583 navrhl počítat v periodách 28 x 19 x 15 = = 7980 roků a počítat nepřetržitě dny od určitého počátečního data, bez dělení na roky. Jako počáteční bylo stanoveno datum 1. ledna roku 4713 před n.l. (tzn. rok -4712).Jedna perioda zahrnuje 2 914 695 dní.

Jiné éry a periody

Ročenka uvádí výběr z mnoha kalendářů používaných v občanském životě a pro kultovní účely. Židovský kalendář má tři druhy obyčejných roků s 353, 354 nebo 355 dny a tři druhy přestupných roků s 383, 384 a 385 dny. Střídají se v 19letém cyklu; cykly však mají tři různé počty dnů.

Muslimský kalendář, který uvádíme, je velmi přesný lunární kalendář, neváže se však pochopitelně na roční doby. Muslimských kalendářních soustav je více, existují i sluneční. Lunární muslimský kalendář má roky o 354 dnech a přestupný o 355 dnech. Přestupné roky jsou zařazovány po dvou nebo jednom obyčejném roku v cyklu třiceti let.

Juliánské datování je nezávislé na kalendářních reformách a umožňuje dobře studovat vztahy mezi různými kalendáři. Především však v astronomii umožňuje snadný výpočet časového intervalu mezi dvěma událostmi. Roku 0 je přiřazeno číslo 3 římského počtu, roku 1986 tedy číslo 9.

4. Epakta - tímto termínem se označuje stáří cyklického měsíce 1.ledna daného roku. Cyklický měsíc vychází z církevních kalendářních počtů, kde se délka synodického měsíce zaokrouhluje na 30 dnů. Zatímco juliánský rok je o 10,882 942 dní delší než 12 synodických měsíců, zaokrouhluje se v kalendářních počtech tento rozdíl na 11 dní. Pokud tedy měla epakta 1. ledna určitého roku hodnotu 0 (nov), pak 1. ledna následujícího roku má hodnotu 11; poté 22; (33 - 30) = 3; rok nato 14 atd. Aby se vyrovnal rozdíl mezi skutečnou a zaokrouhlenou hodnotou synodického měsíce, přičítáme k začátku nové periody 12 dnů místo jedenácti, takže stáří je opět 0. Toto zvýšení stáří Měsíce nazýváme skokem cyklického měsíce; jím se dosáhne shody mezi cyklickým měsícem a slunečním rokem. V juliánském kalendáři je možné ke každému zlatému číslu přiřadit určitou epaktu, v gregoriánském je vztah komplikovanější.

5. Nedělní písmeno se používá k určení, jaký den v týdnu připadá na určité datum. Prvnímu lednu přiřadíme písmeno A, 2. lednu B, 3. lednu C atd., až 7. lednu G, 8. lednu opět A atd. Písmeno, které v určitém roce připadá vždy na neděli, nazýváme nedělním písmenem.Pokud je rok přestupný, platí dvě nedělní písmena - od počátku roku do přestupného dne první, od přestupného dne do konce roku druhé. Podle nedělních písmen lze snadno stanovit kalendář pro příslušný rok.

6. Datum velikonoc se mění rámcově podle pravidla, že velikonoční neděle je první neděli po úplňku cyklického měsíce, který nastal 21. března nebo později. Podle velikonoc se určují data ostatních pohyblivých svátků. V juliánském a gregoriánském kalendáři se datum velikonoční neděle vypočítá podle Gaussova pravidla. Označme T letopočet, a zbytek dělení T/19, b zbytek dělení T/4, c zbytek dělení T/7 a d zbytek dělení (19 a + m)/30, e zbytek dělení (2b + 4c + 6d + + n)/7, kde m = 15; n = 6 jsou konstanty pro juliánský kalendář a m = 24; n = 5 konstanty pro gregoriánský kalendář, platné pro roky 1900 až 2099. Velikonoční neděle pak bude

(22 + d + e) března nebo (d + e - 9) dubna.

Z tohoto pravidla jsou však výjimky, aby velikonoční neděle nenastala příliš pozdě. Ve 20. století nastaly r. 1954 a 1981.

Juliánské datování
- praktikuje se zejména v astronomii (pr. děje)
- JD_{hel} - heliocentrické datum
definice v 0 h 00 min SČ JD + 0,5
výhodné pro noční pozorování

15.5.1997 20 h 47 min LČ

0.5.1997 0 h SČ JD = 2 450 568,5

15.5.97 0 h SČ JD = 2 450 583,5

20 h 47 min LČ ≡ $\underbrace{18\,h}_{0{,}7500}$ 47 min SČ
0,0326

$\Rightarrow$ JD = 2 450 584,2826

- algoritmus - z obč. data JD
Y - rok, M - měsíc, D - den (+ desetinné zlomky dne)
$\boxed{1801 - 2099}$

$$JD = 367\,Y - \mathrm{Int}((7(Y + \mathrm{Int}((M+9)/12)))/4) + \mathrm{Int}(275\,M/9) + D + 1\,721\,013{,}5 - 0{,}5\,\mathrm{sign}(100\,Y + M - 190\,002{,}5) + 0{,}5$$

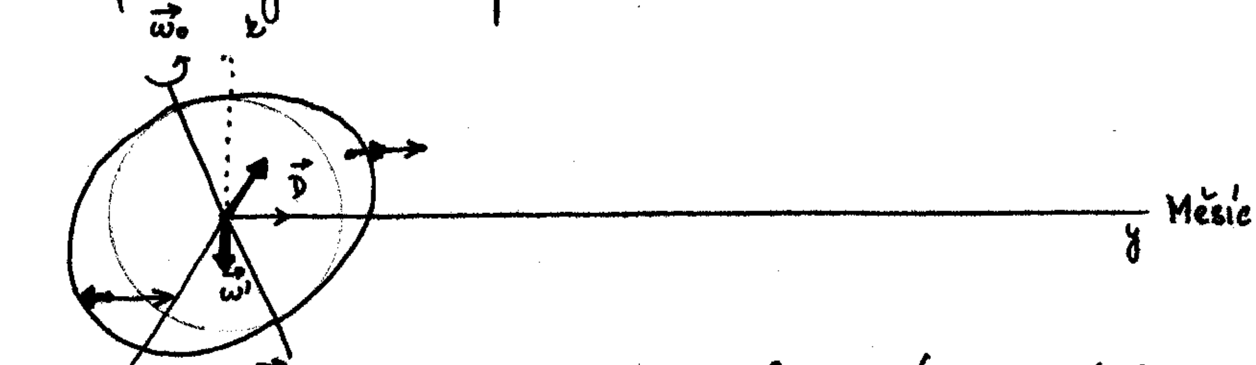
sign(x) = 1 x ≥ 0 pro data po 28.2.1900
sign(x) = −1 x < 0 lze oba poslední členy vypustit

4.7. PRECESE A NUTACE

- precesi objevil kolem r. 130 p.n.l. Hipparchos - porovnání svých pozorování s pozorováními řeckých astronomů
- přírůstek ekliptikálních délek -
vysvětlení: pohyb jarního bodu proti

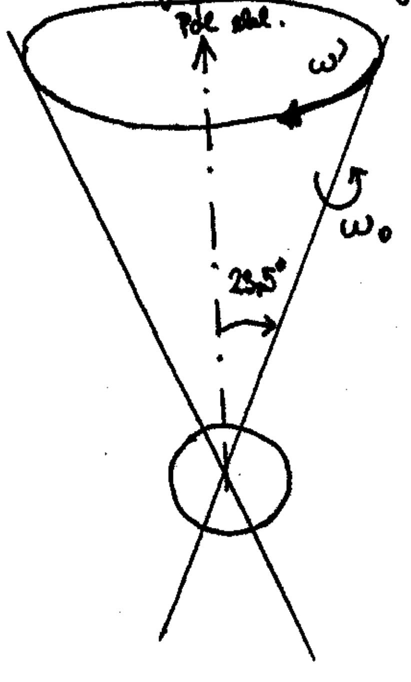
Určil si ji již Hipparchos 130 let p.n.l
+ Ptolemaios ~ 36″/rok
Arabové 10.-11. stol 48″-54″/rok
1260 perský hvězdář Nassir Edin 51″/rok
blízké dnešní hodnotě ~ 50,3″/rok
Od dob Hipparcha posun asi o 30°!

Fyz. vysvětlení precese - Isaac Newton
- chování roztočeného setrvačníku s osou na nějž působí vnější síla (síly)
pokud má vůči tělesu určitý moment pak vyvolává precesi



$\vec{D}$ - moment sil působených Měsícem (Sluncem) na zploštělou Zemi chce osu Země učinit kolmou - směr v rovině ekliptiky (oběhu)

Výsledkem je pohyb kolem osy ekliptiky



$$\boxed{\vec{D} = c\,(\vec{\omega}' \times \vec{\omega}_0)}$$

→ $\vec{\omega}$ směřuje k jižnímu pólu ekliptiky

pohyb se děje v opačném smyslu než rotuje Země a obíhá kolem Slunce

⇒ tropický rok kratší

× na obloze

- celý kuželový pohyb vykoná osa za 1 platonský rok 25 729 let

Osa však ve skutečnosti koná složitější pohyb

└ Bradley 1747 – objevil periodickou složku tzv. nutace

- vynucené kmity působené Měsícem s periodou 18,61 let ~ perioda pohybu uzlu měsíční dráhy – stáčení roviny dráhy kolem pólu ekliptiky (5° sklon) i toto stáčení je výsledkem precese konané na Měsíc Sluncem

→ síly působící na Zemi (Měsíc + Slunce) → periodicky mění → periodický nutační člen

Precese, precesní pohyby působeny všemi tělesy SS

× významné – Měsíc, Slunce

1. <u>Lunisolární precese</u> – společné působení obou těles 50,41″ / rok
2. <u>Planetární precese</u> – gravitační účinky ostatních těles SS – nevyvolávají přímo změnu směru zemské osy, ale přímo zemské dráhy → mění se tak <u>poloha pólu ekliptiky</u>, tj. sklon (pro 2000 23°26′21″ −0,47″/rok)

kolem uzlové přímky ekl. d. $\Omega \doteq 174°$ + stáčení proti precesnímu pohybu LS → −0,12″/rok

3. <u>Celková</u> (generální) <u>precese</u> – složení všech složek vedoucích ke změně směru zemské osy 50,291″/rok

Důsledky precese a nutace

1. Změna polohy světového pólu
   → změna oblohy viditelné z daného místa

   Polárka – nejblíž 2103 – 27'

   12 000 bude „Polárkou" Vega

   8 000 α Cep

   −3 000 α Dra

   za několik tisíc let bude z Evropy viditelný Jižní kříž, ale nebude viditelný Sirius a část Orionu

2. Poloha jarního a podzimního bodu
   – od dob Hipparchových posun o 30°
   ~ na zvěrokruhu o 1/12 tj. o jedno znamení → diskrepance mezi polohou ☉ v souhvězdích a označení znamení o 1! Znamení Berana – ☉ v Rybách

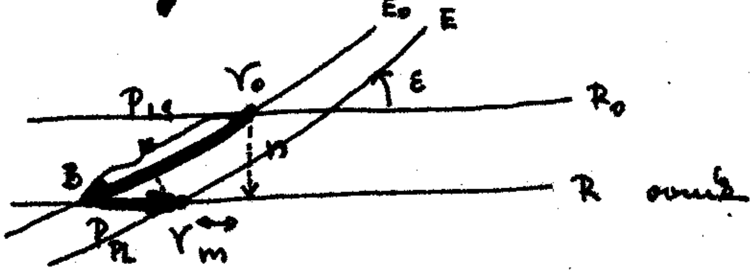
3. Změna souřadnic – ~~nejbližší~~ – opírají se o polohu jarního bodu a ten se pohybuje mezi *

   a) změna ekliptikálních souřadnic – zkrácena – mění se jen ekliptikální délka o +50,291"/rok – narůstá (rotace kolem pólu ekliptiky) – přesně neplatí – mění se sklon ekliptiky a poloha pólu ekl.

   b) změny rovníkových souřadnic – důležité pro nalezení objektu
   – vztahováno k určitému ekvinokciu

přibližný vzorec:

$$\begin{cases} \Delta\alpha = [m + n\, tg\,\delta\, \sin\alpha]\,\Delta T \\ \Delta\delta = [n \cdot \cos\alpha]\,\Delta T \end{cases}$$



n - roční změna v deklinaci
m - roční změna v rektascenzi

Lunisolární precese způsobí posun $\gamma_0 \rightarrow B$
- pohyb pouze po ekliptice

Planetární precese - $B \rightarrow \gamma$ jako by se jarní bod posouval pouze po rovníku

$$n = p_{LS} \sin\varepsilon \doteq 20{,}0''/\text{rok}$$
$$m = p_{LS} \cos\varepsilon - \underline{p_{PL}} \doteq 46{,}1''/\text{rok}$$

Měření se ovšem vztahují k idealizovanému stř. pólu - jeho poloha je však proměnná
- kolem středního pólu osciluje v důsledku nutace - nutační elipsa
→ změna polohy jarního bodu + změna sklonu ~~ek~~ ekl. k rovníku
vše závisí na úhlové vzdálenosti výstupného uzlu Ω měsíční dráhy od jarního bodu

$$d_\lambda = -17{,}24'' \sin\Omega$$
$$d_\varepsilon = 9{,}21'' \cos\Omega$$

měření polohy hvězd -
1) „zdánlivá" místa (apparent) - tj. polohy

opravené o refrakci a denní aberaci
2) „pravá místa" – další oprava o roční aberaci a paralaxu
3) „střední místa" – opraveny o vliv nutace a precese a převedena na jisté, vždy uváděné datum – ekvinokcium (nyní nejčastěji 2000,0) – v katalozích zásadně uváděna střední místa

Znalost oprav nutná při uvádění polohy neznámého objektu, astrometrii nebo při nastavování objektů velkých dalekohledů

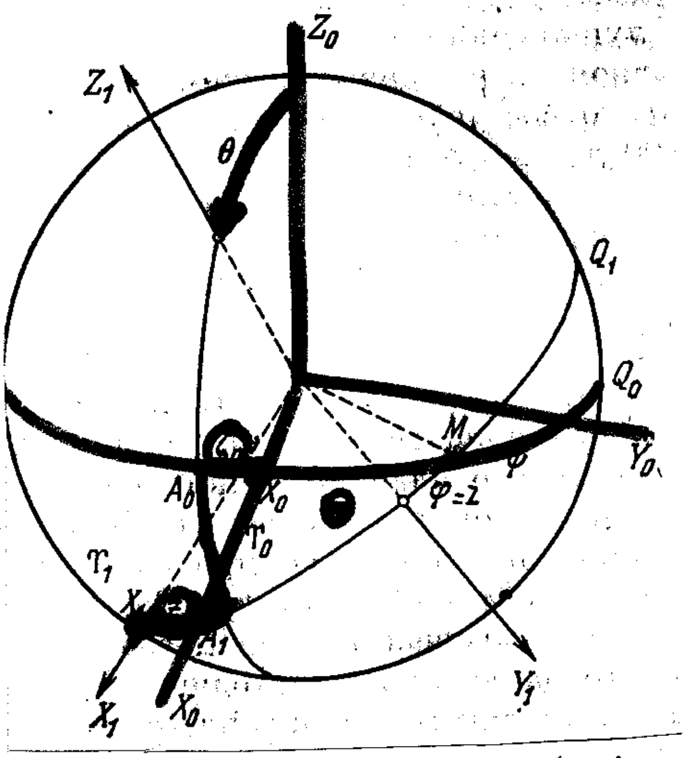
4. Délka roku, na němž je založen kalendář – tropického je kratší než siderický, a to asi o 20 min.

Pozn. – už v minulém století se ukázalo, že zem. šířky dobře změřených bodů pevně spojených se zem. povrchem se mění – rozdíly ~ vteřiny (!) zemské těleso se vzhledem k ose rotace pohybuje (neshoduje se osa rotace a osa symetrie)
periodická složka – 14 měsíční Chandlerova perioda – rozsah ~ 15 m

Korekce o precesi – přesný postup

zavádíme tři tzv. precesní úhly

precese – otáčení kolem tří os



„označení a postup podle Newcomba.

přechod od soustavy $X_0Y_0Z_0$ k $X_1Y_1Z_1$. M – uzel výst.

$\zeta = MY_0 = A_0X_0$

θ = sklon „nového rovníku" ke starému

$z = Y_1M = A_1X_1$

$X_0M = 90° - \zeta$ – rektascenze výstupného uzlu M rovníku epochy t_2 k rovníku v t_1

$90° + z$ rektascenze téhož počítaná od jarního bodu Υ_1 k uzlu rovníků, Θ – jejich sklon

ε – sklon ekliptiky v daném okamžiku

T – ve stol. od r. 2000

Δt – $t_2 - t_1$ v stoletích

$$\zeta = (2306{,}22 + 1{,}40\,T)\,\Delta t + 0{,}30\,(\Delta t)^2$$
$$z = (2306{,}22 + 1{,}40\,T)\,\Delta t + 1{,}09\,(\Delta t)^2$$
$$\Theta = (2004{,}31 - 0{,}85\,T)\,\Delta t - 0{,}43\,(\Delta t)^2$$
$$\varepsilon = 23°\,26'\,21{,}''45 - 46{,}815''\cdot T - 0{,}0006\,T^2$$

Postup a) otočení o $-\zeta$ okolo osy z
o Θ okolo nové osy y
o $-z$ okolo nové osy z

nebo o $90° - \zeta$ kolem z
→ o Θ okolo osy x
o $90° + z$ kolem nové osy z

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{xx} & P_{xy} & P_{xz} \\ P_{yx} & P_{yy} & P_{yz} \\ P_{zx} & P_{zy} & P_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

převod $\vec{r}_2 \leftarrow \vec{r}_1$

sm. kosiny:
$$P_{xx} = \cos\zeta \cos\Theta \cos z - \sin\zeta \sin z$$
$$P_{xy} = -\sin\zeta \cos\Theta \cos z - \cos\zeta \sin z$$
$$P_{xz} = -\sin\Theta \cos z$$
$$P_{yx} = \cos\zeta \cos\Theta \sin z + \sin\zeta \cos z$$
$$P_{yy} = -\sin\zeta \cos\Theta \sin z + \cos\zeta \cos z$$
$$P_{yz} = -\sin\Theta \sin z$$
$$P_{zx} = \cos\zeta \sin\Theta$$
$$P_{zy} = -\sin\zeta \sin\Theta$$
$$P_{zz} = \cos\Theta$$

P_{yx} – směrový kosinus osy $\vec{x}(t_1)$ ($\vec{i}(t_1)$) vzhledem k ose $\vec{y}(t_2)$ ($\vec{j}(t_2)$)

Je-li Δt malé, lze vyslačit s aproximací:

$$m = \frac{d}{dt}(\zeta + z) = 46'',124 + 0,028\,T$$

$$n = \frac{d\Theta}{dt} = 20'',043 - 0,0085 \cdot T$$

$$p = 50,291 + 0,022\,T$$

$$\pi = 0,4700'' + 0,0007''T$$ roční rychlost stáčení ekliptiky

$$\Pi = 174^\circ 52' 35'' + 3289''T$$ délka okamžité osy stáčení ekliptiky

$$\Delta\alpha = (m + n \sin\alpha \operatorname{tg}\delta)\,\Delta t$$
$$\Delta\delta = n\,\Delta t \cos\alpha$$
$$\Delta\lambda = [p - \pi\cos(\lambda + 180^\circ - \Pi)\operatorname{tg}\beta]\,\Delta t$$
$$\Delta\beta = \pi(t_2 - t_1)\sin(\lambda + 180 - \Pi)$$

m, n, p, π
Π – vše vztaženo k $\frac{t_1+t_2}{2}$