

Světlo v multimódových optických vláknech

Tomáš Tyc

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Masarykova univerzita, Kotlářská 2, 61137 Brno

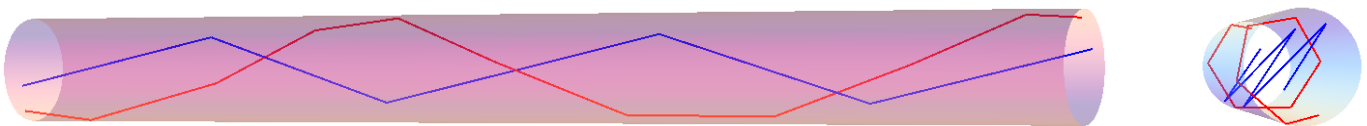
Úvod

Optické vlákno je pozoruhodný fyzikální systém: téměř dokonalý průhledný válec, v němž se světlo nerušeně šíří stovky kilometrů a přitom může přenášet nepředstavitelné množství informací zakódovaných do jemné modulace jeho frekvence či amplitudy. Jindy zase vlákno přenáší jediný pixel obrazu vnitřní stěny žaludku či jiného orgánu, když lékař vyšetřuje pacienta endoskopem. Optická vlákna jsou dnes v řadě oblastí lidské činnosti nepostradatelná. Je proto užitečné podívat se na to, co se vlastně se světlem ve vlákne děje. To je cílem tohoto článku, který odhalí i některé méně známé zajímavosti doprovázející šíření světla ve vláknech.

Paprsky v optickém vlákne

Podívejme se na světlo v optickém vlákne nejprve očima geometrické optiky. Tento pohled funguje dobře, jestliže je poloměr vlákna mnohem větší než vlnová délka světla, které se ve vlákne šíří.

Jak je všeobecně známo, světlo je uvnitř vlákna vázáno díky úplnému odrazu, který nastává na rozhraní jeho jádra s větším indexem lomu a pláště s menším indexem lomu. Paprsek se tak ve vlákne neustále odráží a šíří se podél klikaté čáry. Tato klikatá čára může protínat osu vlákna, v takovém případě leží celá v jedné rovině. Pokud paprsek osu vlákna neprotíná, připomíná jeho trajektorie spíše jakousi lámanou šroubovici, viz obr. 1. Není těžké si představit, že v tomto případě má světlo vzhledem k ose vlákna nenulový moment hybnosti, protože při pohledu podél osy světlo jakoby obíhá po klikaté čáře dokola. Takovému momentu hybnosti světla říkáme orbitální, abychom jej odlišili od spinového momentu hybnosti, který nese kruhově polarizované světlo.

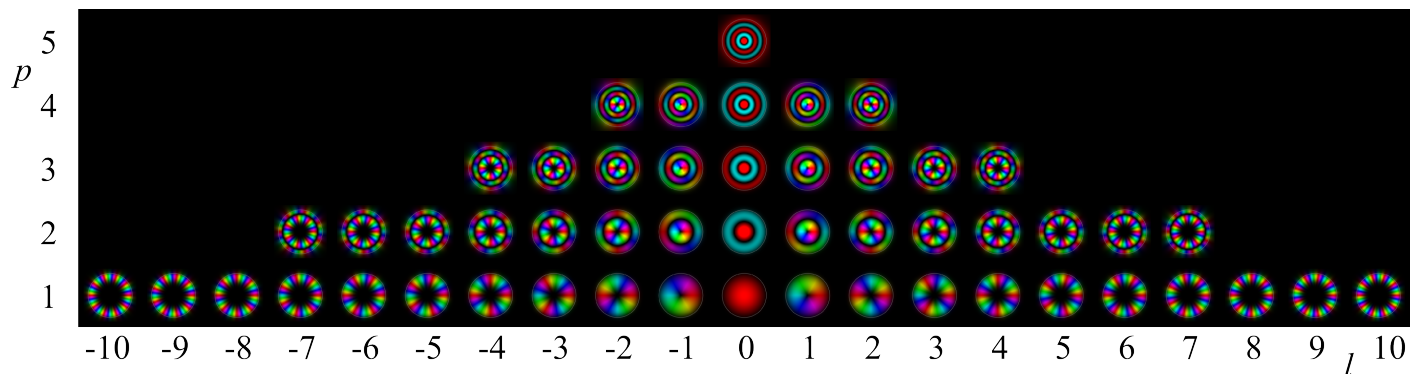


Obrázek 1: Dva paprsky v optickém vlákne. Modrý paprsek leží v jedné rovině (která obsahuje i osu vlákna) a má proto nulový moment hybnosti. Červený paprsek obíhá po lomené šroubovici a moment hybnosti má nenulový. Pro lepší představu je zobrazen pohled na vlákno ze dvou směrů.

Je užitečné si uvědomit, že různým paprskům trvá různou dobu, než proběhnou vlákem dané délky. Skutečně, jestliže paprsek svírá s osou vlákna úhel α , pak ve vlákne délky l urazí dráhu $l/\cos \alpha$. Ve vlákne se mohou šířit paprsky s různými hodnotami úhlu α – od nuly pro paprsek šířící se rovnoběžně s osou vlákna až po maximální hodnotu α_{\max} danou mezním úhlem úplného odrazu, $\alpha_{\max} = \arccos(n_2/n_1)$, kde n_1 a n_2 je po řadě index lomu jádra a pláště. Proto se také budou lišit časy potřebné pro proběhnutí vlákem. Pošleme-li do vlákna velmi krátký světelný pulz, v němž bude obsaženo světlo odpovídající nejrozličnějším úhlům α , vyjde z druhého konce vlákna pulz mnohem delší díky nestejným časům šíření. A podobně jestliže na světelnou vlnu namodulujeme vysokofrekvenční signál, bude ze stejného důvodu na druhém konci vlákna tento signál porušen a pomíchán. To je důvod, proč se silná vlákna nehodí na přenos informace namodulované tímto způsobem na světlo.

Vlny v optickém vlákně

Geometrická optika funguje dobře jen pro dostatečně silná vlákna. Jestliže je ale poloměr vlákna srovnatelný s vlnovou délkou světla, nebude už poskytovat dobrý popis světla ve vlákně, protože se začnou výrazně projevovat vlnové vlastnosti světla. Pak už ani nelze hovořit o paprscích, které se ve vlákně šíří, odrazí se od rozhraní jádro-plášť atd., ale musíme se zaměřit přímo na světelné vlny.



Obrázek 2: Módy světla o vlnové délce $\lambda = 532$ nm v optickém vlákně o poloměru jádra $R = 12$ μm a numerické apertuře $NA \equiv n_1 \sin \alpha_{\text{max}} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0,1$. Na vodorovné ose je úhlový index l , na svislé ose je radiální index p . Jas barvy vyjadřuje amplitudu vlny, odstín („hue“) pak její fázi. Tenká kružnice vyznačuje hranici jádra. Vlny evanescentně zasahují ještě kousek za tuto hranici do pláště.

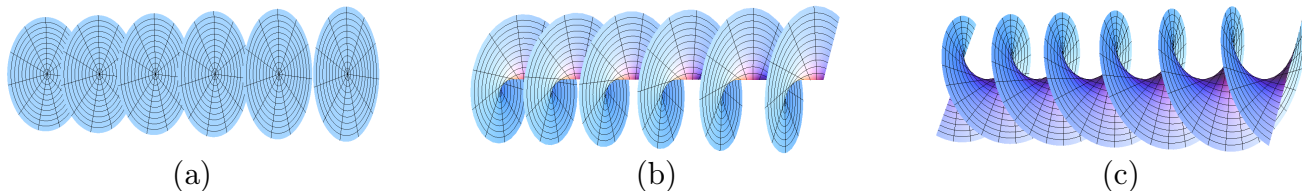
Pro nalezení vln, které se mohou ve vlákně šířit, je třeba vyřešit Maxwellovy rovnice. Ukazuje se, že pro dané vlákno a danou vlnovou délku světla existuje vždy jen konečný počet různých vln, které se vláknem mohou šířit. Počet těchto módů neboli vidů vlákna je zhruba úměrný ploše průřezu jádra. Každý mód můžeme charakterizovat dvěma celočíselnými indexy l a p (a ještě třetím indexem charakterizujícím polarizaci světla, ale tu v tomto článku nebudeme uvažovat). Index l souvisí s orbitálním momentem hybnosti světla, který jsme zmiňovali v minulé sekci, a charakterizuje úhlovou (azimutální) závislost vlnové funkce popisující mód jako $e^{il\varphi}$. V podstatě tento index vyjadřuje, jak silně světlo „obíhá“ kolem osy vlákna. Pro módy s $l \neq 0$ není fáze vlny na ose vlákna definována, proto je zde intenzita světla nulová. To je dobře vidět na obr. 2, který ukazuje soubor módů konkrétního vlákna.

Druhý index módu, p , souvisí s počtem radiálních oscilací módu v jádře. Oba indexy l, p pak společně určují tzv. propagační konstantu β daného módu, která vyjadřuje, jak rychle se mění fáze vlny podél osy z vlákna. Celkově pak lze vlnovou funkci módu napsat jako $\psi_{lp}(r, \varphi, z) = e^{i(l\varphi + \beta z)} R_{lp}(r)$, kde $R_{lp}(r)$ je v jádře vlákna dáno vhodně naškálovanou Besselovou funkcí J_l . Všimněme si, že při změně souřadnice z vlna pouze získává fázi, ale jinak se nemění. Právě tato vlastnost odlišuje módy od obecných vln ve vlákně v podobném smyslu, jako se vlnové funkce stacionárních stavů v kvantové mechanice odlišují od obecných vlnových funkcí; roli času pak v případě vlákna přebírá souřadnice z .

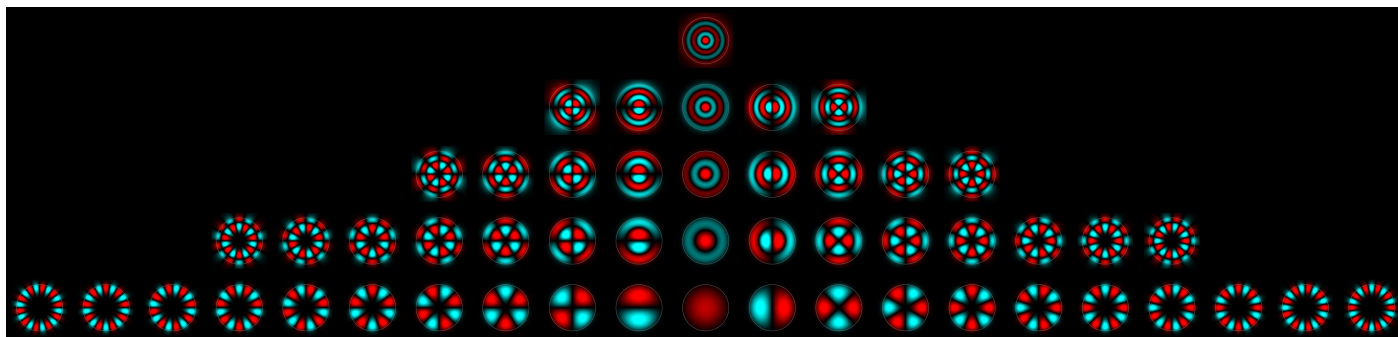
Ze tvaru faktoru $e^{i(l\varphi + \beta z)}$ je zřejmé, že pro $l = 0$ mají světelné vlnoplochy ve vlákně tvar rovin kolmých na osu vlákna podobně jako u rovinných vln, viz obr. 3 (a). Pro nenulové l pak mají vlnoplochy tvar šroubových ploch podobných točitým schodištím, viz obr. 3 (b)–(c).

Z válcové symetrie vlákna je zřejmé, že dva módy, které se liší pouze znaménkem indexu l , mají stejné propagační konstanty. Proto jakákoli jejich superpozice je opět módem vlákna. Vezmeme-li například součet nebo rozdíl $\psi_{l,p} \pm \psi_{-l,p}$, dostaneme v úhlovém směru již nikoli postupnou, ale stojatou vlnu. Právě tyto nové módy se často berou za základní místo našich původních $\psi_{l,p}$; je to jen otázka volby. Obrázek 4 ukazuje tyto alternativní módy pro totéž vlákno jako na obr. 2.

Výše jsme zmínili, že krátký pulz poslaný do vlákna bude na výstupu delší kvůli nestejným časům



Obrázek 3: Vlnoplochy módů s různými hodnotami indexu l ve vlákně: (a) $l = 0$, (b) $l = 1$, (c) $l = -2$.



Obrázek 4: Alternativní módy vlákna vyjádřené jako superpozice módů $(\psi_{l,p} + \psi_{-l,p})$ a $(\psi_{l,p} - \psi_{-l,p})/i$ v témže vlákně jako na obr. 2.

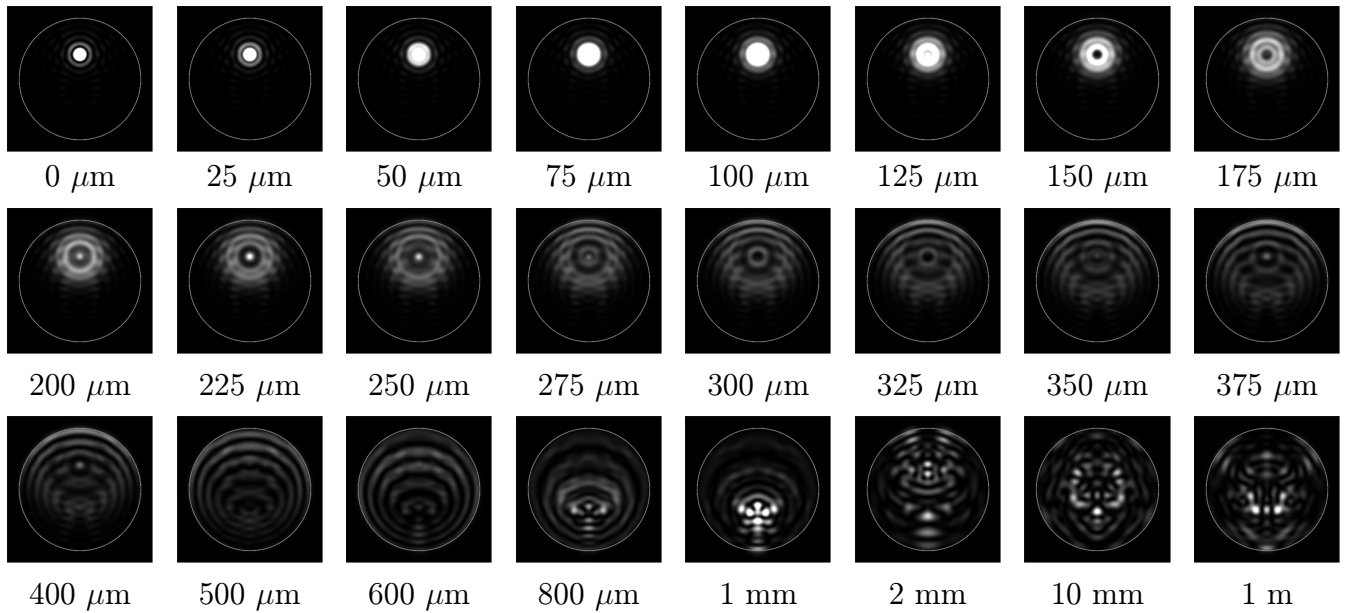
šíření pro různé paprsky. Ke stejnému závěru bychom došli i při analýze světelných vln. V tomto případě by prodloužení pulzu souviselo s tím, že se liší propagační konstanty β jednotlivých módů. Pokud tedy k prodloužení pulzů nemá dojít, je třeba použít natolik tenké vlákno, že se v něm se může šířit pouze jeden prostorový mód – tzv. jednomódové vlákno. A to je přesně to, co se skutečně dělá při použití vláken pro přenos vysokofrekvenčního signálu namodulovaného na světelnou vlnu, protože v jednomódových vláknech k rozšiřování pulzu uvedeným způsobem nedochází.

Šíření vln

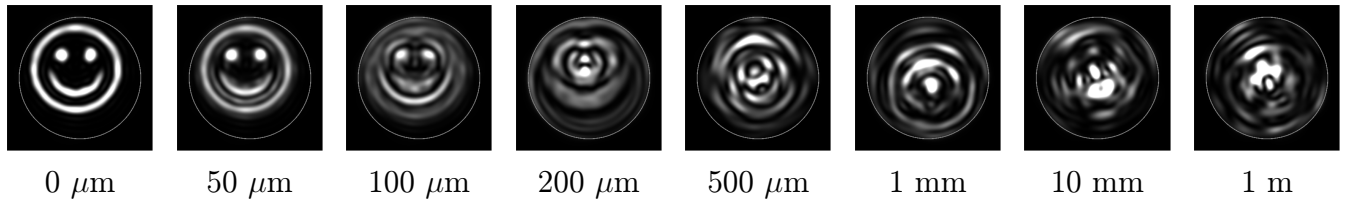
Jestliže jsme se seznámili s módy ve vlákně, můžeme se zabývat otázkou, jak se vláknem šíří obecná vlna, která sama není módem. Například by nás mohlo zajímat, jak se bude podél vlákna vyvíjet vlna původně lokalizovaná v určitém místě průřezu jádra. To je velmi praktická otázka: takovouto lokalizovanou vlnu můžeme snadno vytvořit tak, že laserový svazek čočkou soustředíme na vstupní plochu vlákna, a pak se zajímá o to, jak bude vypadat světlo vycházející z druhého konce vlákna.

Vzhledem k jednoduchému vývoji módů podél vlákna se nabízí prosté řešení: vyjádřit vstupní vlnu v rovině $z = 0$ jako superpozici módů, nechat každý mód vyvíjet podél vlákna s jeho propagační konstantou a pak pro dané $z > 0$ takto vyvinuté módy opět složit. Protože se obecně liší propagační konstanty jednotlivých módů, získá na daném úseku každý mód jinou fázi a proto se bude výsledná vlna lišit od té původní. Tak například původně zfokusovaný bod se začne postupně rozplývat a po několika milimetrech z něj dostaneme zdánlivě náhodnou změň světlých a tmavých skvrn, jak je vidět na obr. 5. Evoluce světla vykreslujícího na vstupu do vlákna smajlík je pak na obr. 6. Protože vzájemné poměry propagačních konstant jsou obecně iracionální čísla, nebude existovat žádná vzdálenost, pro kterou by změna fáze všech módů byla rovna celočíselnému násobku 2π . Proto se původní světelný profil již nikdy neobnoví.

To má významné důsledky pro zobrazování vícemódovými vlákny. Z toho, jak rychle se stavy ve vlákně



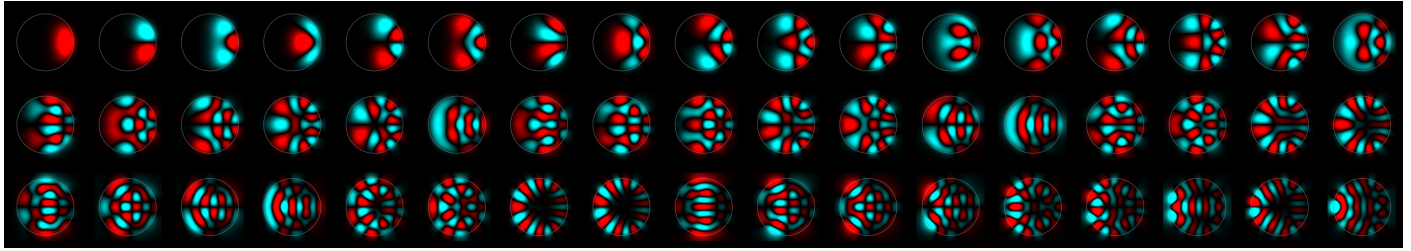
Obrázek 5: Evoluce stavu, který byl na vstupu do vlákna lokalizován na poloměru $r_0 = 10 \mu\text{m}$ ve vlákně s parametry $R = 25 \mu\text{m}$, $NA = 0,1$, $\lambda = 532 \text{ nm}$ v různých vzdálenostech od začátku vlákna. Vzdálenosti jsou uvedeny pod jednotlivými obrázky, zobrazena je intenzita světla. Vlivem nesouměřitelných propagačních konstant se světlo již nikdy znovu nefokusuje.



Obrázek 6: Evoluce stavu, v němž světlo vykresluje na vstupu do vlákna smajlík. Parametry jsou stejné jako u obr. 5. Je takřka nemožné určit tvar smajlíku z pohledu na profil světla už po několika stech mikrometrech.

rozplývají, je totiž zřejmé, že nelze přímo přenést obraz jediným vláknem např. tak, že bychom zobrazili scénu před jedním koncem vlákna čočkou na vstupní plochu vlákna a na druhém konci vlákna pak obraz sledovali např. mikroskopem. Přesto ale obraz vláknem přenést lze, je k tomu ale třeba mnohem sofistikovanější metody. Pro dané vlákno, kterým chceme zobrazovat, je třeba nejprve s vysokou přesností změřit tzv. transformační matici. Tato matice popisuje, jaký stav dostaneme na výstupu z vlákna pro obecný vstupní stav. Je-li vyjádřena v bázi módů vlákna, je tato matice diagonální a na hlavní diagonále má fázové faktory jednotlivých módů. Jestliže transformační matici známe, můžeme stav světla na vstupu do vlákna pomocí počítače zrekonstruovat ze změřeného světla na výstupu a tím vlastně jediným vláknem přenést obraz, jak je to popsáno v článku [1]. Problém však nastane, jestliže se vlákno byť i jen trochu zdeformuje. Pak se totiž změní módy vlákna (viz obr. 7) a tím i celá transformační matice a proces rekonstrukce obrazu přestane fungovat. Donedávna se mělo za to, že jediným řešením je opakovaně proměřovat transformační matici po každé deformaci vlákna, což by bylo časově náročné, vyžadovalo by to přístup k oběma koncům vlákna a činilo tak jednovláknový endoskop značně nepraktickým. Letos však vědci z týmu, jehož jsem rovněž součástí, prakticky prokázali převratnou možnost rekonstrukce transformační

matice zdeformovaného vlákna s pomocí změřené matice pro rovné vlákno a znalosti tvaru vlákna. Výzkum uveřejněný v časopise Nature Photonics [2] by mohl otevřít cestu k jednovláknovým endoskopům tloušťky lidského vlasu, pomocí kterých by bylo možné pozorovat např. živé neurony v mozku. To by mohlo mít velký význam pro studium mozku i jiných orgánů nebo zkoumání mechanismu vzniku a příčin onemocnění jako je Alzheimerova choroba.



Obrázek 7: Módy ohnutého vlákna stejných parametrů jako na obr. 2 a 4. Poloměr křivosti ohnutí je $\rho = 10$ mm a střed křivosti je vlevo. Přestože je $\rho \gg R$, jsou módy výrazně jiné než pro rovné vlákno. Souvisí to s malým kontrastem indexů lomu jádra a pláště.

Multimódová optická vlákna mají obrovský potenciál, který je dnes využit jen z malé části. Kromě možnosti zobrazování nabízejí také přenos mnohem většího množství informací než vlákna jednomódová, jestliže bychom z výše popsané nevýhody dokázali učinit výhodu, namodulovat na každý z módů vlákna samostatný radiofrekvenční signál a na konci signály zase rozdělit. To by mohlo mnohanásobně zvýšit kapacitu přenosu informací vlákny, předtím ale bude třeba vyřešit celou řadu teoretických i praktických problémů.

Literatura

- [1] T. Čižmár, K. Dholakia, Exploiting multimode waveguides for pure fibre-based imaging. Nature Communications 3, 1027 (2012).
- [2] M. Plöschner, T. Tyc, T. Čižmár, Seeing through chaos in multimode fibres, Nature Photonics 9, 529 (2015).