

1. Pro funkci  $f(x, y) = x^3 e^{2xy^2}$  vypočtěte parciální derivace  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .
2. Pro vektory  $\vec{u} = (1, 2, 3)$  a  $\vec{v} = (2, -1, 1)$  vypočtěte skalární součin  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  a vektorový součin  $\vec{u} \times \vec{v}$ .
3. Dokažte, že platí  $(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 + (\vec{u} \times \vec{v})^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2$ , a to (I) pomocí vztahů užívajících  $\cos \phi$  a  $\sin \phi$ , kde  $\phi$  je úhel mezi vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ , a pak (II) pomocí složek vektorů  $(u_x, u_y, u_z)$  a  $(v_x, v_y, v_z)$ .
4. Pro funkci  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  vypočtěte gradient. Zakreslete, jak vypadá tato funkce a její gradient v rovině  $xy$ , to jest, pokud budeme uvažovat  $z = 0$ .
5. Uvažujte vektorová pole  $\vec{v}(x, y, z) = (x, y, 0)$  a  $\vec{u}(x, y, z) = (-y, x, 0)$ . Zakreslete, jak vypadají v rovině  $xy$  a vypočtěte jejich divergenci a rotaci.
6. Dokažte identity  $\text{rot grad } f = 0$  a  $\text{rot}(f\vec{v}) = \text{grad } f \times \vec{v} + f \text{rot } \vec{v}$ .
7. Pro oblouk kružnice ležící v rovině  $x - y$  se středem v počátku poloměru  $R$  nacházející se v oblasti  $y \geq 0$  vypočtěte křivkový integrál I. druhu z funkce  $f(x, y, z) = x - y$ .
8. Uvažujte plášť koule poloměru  $R$  se středem v počátku ležící v poloprostoru určeným podmínkou  $z \geq 0$ . Vypočtěte plošný integrál II. druhu z vektorového pole  $\vec{v}(x, y, z) = (0, 0, v)$ , kde  $v$  je konstanta.
9. Pomocí objemového integrálu vypočtěte hmotnost koule poloměru  $R$  s konstantní hustotou  $\rho_m$ .