# SEMINÁŘE Z FYZIKY

**1. blok: Mechanika**

(listopad 2003)

---

Nejstarší fyzikální disciplína – *mechanika* – popisuje pohyb makroskopických těles, která nás obklopují. Právě proto bývá mechanika řazena jako úvodní tematický celek kurzů fyziky na různých úrovních i typech škol: možnost četných odkazů na každodenní zkušenosti totiž umožňuje prezentovat axiomatický přístup k výstavbě fyzikálních teorií a rozvíjet tak fyzikální způsob myšlení studentů.

První blok SEMINÁŘŮ Z FYZIKY je zaměřen na interpretaci a experimentální ověření základních pilířů mechaniky – *Newtonových zákonů*, a jejich dvou významných důsledků: zákona zachování hybnosti a zákona zachování momentu hybnosti pro izolovanou soustavu hmotných bodů.

## 1. Newtonovy zákony

V kinematice jsou definovány základní veličiny charakterizující pohyb hmotného bodu (*polohový vektor*, *rychlost*, *zrychlení*). Definice těchto veličin nezávisí na způsobu volby vztažné soustavy, přestože jejich konkrétní hodnoty na volbě vztažné soustavě závisejí. Z kinematického hlediska jsou tedy **všechny** vztažné soustavy zcela rovnocenné.

Při formulaci zákonů dynamiky, které na základě znalosti pohybového stavu hmotného bodu v daném okamžiku umožňují předpovědět průběh jeho dalšího pohybu, je však třeba odlišovat preferované *inerciální vztažné soustavy* od ostatních – – *neinerciálních*.

### 1.1 Inerciální vztažné soustavy

K definici preferované vztažné soustavy slouží abstraktní představa *volného hmotného bodu* jako hmotného bodu, který je zcela oproštěn od interakce s ostatními hmotnými objekty. Nalezneme-li (v rámci požadované přesnosti) čtveřici volných hmotných bodů, které neleží v jedné rovině, můžeme s nimi spojit vztažnou soustavu. Tuto vztažnou soustavu nazveme *inerciální*. Jedna z možných formulací *prvního Newtonova zákona* je následující:

> *V inerciální vztažné soustavě je každý volný hmotný bod v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém.*

První Newtonův zákon bývá také interpretován jako tvrzení o existenci inerciální vztažné soustavy.

Pokud je jistá vztažná soustava inerciální, jsou inerciální také všechny další vztažné soustavy, které se vzhledem k ní pohybují rovnoměrně přímočaře a neotáčejí se. Ostatní vztažné soustavy nazýváme *neinerciálními.*

Pokusy ukazují, že modelu inerciální vztažné soustavy s dobrou přesností vyhovuje *Galileova vztažná soustava*, jejíž počátek leží ve hmotném středu sluneční soustavy a osy mají vzhledem ke stálicím stálý směr. Vztažná soustava spojená se Zemí (*laboratorní vztažná soustava*) je pak neinerciální, protože se vzhledem ke Galileově vztažné soustavě pohybuje po zakřivené trajektorii a současně se otáčí. Při běžných dějích však nejsou projevy její neinerciálnosti příliš významné, a proto ji v prvním přiblížení obvykle považujeme za soustavu inerciální.

*Experiment 1: Volný hmotný bod, první Newtonův zákon*

*Všeobecná poznámka:* Newtonovy zákony jsou abstrakcí. Za jejich demonstraci je možné považovat pokusy, v nichž chování připraveného systému odpovídá předpovědi, jejíž souvislost s příslušným zákonem je dostatečně čitelná.

K prvnímu Newtonovu zákonu myšlenkově dospějeme sledováním postupného odstraňování příčin změn pohybového stavu zkoumaného objektu, například vozíčku, brzděného různým typem sil (smykové třecí síly, aerodynamické odporové síly, síly vznikající v důsledku vířivých proudů atd.).

Brzdný efekt smykového tření lze obecně snižovat vhodnou kombinací materiálů styčných ploch i technickým provedením experimentu – například umístěním objektu na závěs s centrálním ložiskem. Odtud je již blízko k nápadu uložit vozíček na valivá ložiska. I tento způsob ovšem vykazuje jisté mechanické ztráty (deformace, tření), avšak méně výrazné než v předchozích případech. $\diamondsuit$

Z hlediska aplikací má zásadní význam *druhý Newtonův zákon*, který postuluje souvislost mezi časovou změnou hybnosti $\vec{p} = m\vec{v}$ hmotného bodu o hmotnosti $m$ a výslednicí $\vec{F}$ sil, kterými na tento bod působí okolní hmotné objekty:

*V inerciální vztažné soustavě je změna hybnosti hmotného bodu za velmi krátký časový interval $[t, t + \Delta t]$ rovna výslednici sil, které na něj v tomto intervalu působí, tj.*

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}.$$

V obvyklém případě, kdy se hmotnost hmotného bodu nemění ($m = konst$), má druhý Newtonův zákon jednoduchý tvar

$$m\vec{a} = \vec{F}\,.$$

Abychom mohli druhého Newtonova zákona použít k výpočtu zrychlení hmotného bodu, musíme jej doplnit *principem superpozice sil* a *silovými zákony.*

Podle principu superpozice je výslednice jednotlivých sil $\vec{F}_i$, jimiž na hmotný bod současně působí různé okolní objekty, určena předpisem

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_{n-1} + \vec{F}_n \,.$$

Obsahem silového zákona je pak kvantitativní vyjádření síly, kterou na hmotný bod působí konkrétní hmotný objekt. Příkladem silového zákona je vztah pro gravitační sílu, kterou na hmotný bod o hmotnosti $m_1$ a polohovém vektoru $\vec{r}_1$ působí jiný hmotný bod o hmotnosti $m_2$ a polohovém vektoru $\vec{r}_2$

$$\vec{F}_\mathrm{g} = \kappa \frac{m_1 m_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3} \left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right) \,,$$

kde $\kappa$ je experimentálně zjištěná *gravitační konstanta*. Jiným příkladem silového zákona je vztah pro dynamickou třecí sílu

$$F_\mathrm{t,d} = \mu N \,,$$

kde $\mu$ je koeficient dynamického tření mezi tělesem a podložkou a $\vec{N}$ je tlaková síla, jíž působí těleso na podložku. (Dodejme pro úplnost, že pro statickou třecí sílu **žádný silový zákon neexistuje**. Víme pouze, že její velikost je omezena podmínkou

$$F_\mathrm{t,s} \leq \mu_0 N,$$

kde $\mu_0$ je koeficient statického tření. Konkrétní hodnotu z intervalu $[0,\, \mu_0 N]$, které statická třecí síla v daném okamžiku nabývá, zjišťujeme z druhého Newtonova zákona na základě znalosti ostatních působících sil a principu superpozice: je-li totiž těleso v daném okamžiku v klidu (*vazební podmínka* $\vec{a} = \vec{0}$), platí

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0}) \,.$$

*Experiment 2: Silové zákony*

Druhý Newtonův zákon předpokládá analýzu působících sil. Jejich matematický popis v závislosti na souřadnicích a na rychlostech (silový zákon) zjišťujeme experimentálně: princip superpozice totiž dovoluje zjišťovat nepopsanou silovou interakci (například silové působení pružiny) porovnáním se známým silovým působením (například gravitačním). ◊

Poslední, *třetí Newtonův zákon*, popisuje vzájemné působení hmotných bodů:

> *Každé dva hmotné body na sebe navzájem působí stejně velkými, ale opačně orientovanými silami. Tyto síly leží na přímé spojnici obou bodů a současně vznikají i zanikají.*

*Experiment 3: Třetí Newtonův zákon*

Třetí Newtonův zákon pro různé síly lze demonstrovat pomocí vozíčkové dráhy, která je uložena jako dvojzvratná páka. Pokud je počáteční horizontální poloha dráhy se dvěma vozíčky stabilní, zůstává stabilní, i když vozíčky vzájemným silovým působením mění svoji polohu. $\diamondsuit$

### 1.2 Neinerciální vztažné soustavy

Většina vztažných soustav, které nás obklopují, patří k soustavám *neinerciálním* (například rozjíždějící se dopravní prostředky, pouťové atrakce, samotná Země).

Abychom vystihli základní odlišnost od inerciálních soustav, uvažme nejjednodušší možný příklad neinerciální vztažné soustavy: vlak, který se rozjíždí po přímé vodorovné trati s konstantním zrychlením $\vec{A}$. Na podlaze jednoho z vagónů leží bedna o hmotnosti $M$, která se může pohybovat bez tření. Na bednu působí dvě síly: tíhová síla Země $\vec{F}_\mathrm{G} = M\vec{g}$ a tlaková síla podložky $\vec{N}$. Druhý Newtonův zákon pro bednu má tedy tvar

$$M\vec{a} = \vec{F}_\mathrm{G} + \vec{N}\,.$$

Síly $\vec{F}_\mathrm{G}$ i $\vec{N}$ mají svislý směr. Protože se ale bedna ve svislém směru nepohybuje (*vazební podmínka*), platí $F_\mathrm{G} = N$. Z druhého Newtonova zákona potom dostáváme pro zrychlení bedny

$$\vec{a} = \vec{0}\,.$$

Tento výsledek je ve shodě s pozorováním člověka stojícího poblíž trati (inerciální vztažná soustava), ale je v rozporu s pozorováním cestujícího ve vagóně: podle něj se totiž bedna pohybuje s nenulovým zrychlením proti směru pohybu vlaku. Druhý Newtonův zákon ve vztažné soustavě spojené s vlakem proto neplatí.

Nabízí se tedy otázka, jak teoreticky předpovědět zrychlení $\vec{a}\,'$ libovolného hmotného bodu vzhledem k vagónu. Odpověď vychází z jednoduché kinematické úvahy, která v tomto případě vede k závěru

$$\vec{a}\,' = \vec{a} - \vec{A}\,.$$

Vynásobíme-li obě strany tohoto vztahu hmotností $m$ hmotného bodu, dostáváme užitím druhého Newtonova zákona

$$m\vec{a}\,' = \vec{F} - m\vec{A} = \vec{F} - \vec{F}^*\,,$$

kde výraz $\vec{F}^* = -m\vec{A}$ má rozměr síly, ale nemá původ ve vzájemné interakci hmotného bodu s okolními hmotnými objekty. Nazýváme jej proto *fiktivní* nebo také *setrvačnou* silou. Jeho význam spočívá v tom, že umožňuje formálně rozšířit platnost druhého Newtonova zákona i na neinerciální vztažné soustavy.
(Dodejme, že pro obecný pohyb neinerciální vztažné soustavy (posuvný i otáčivý pohyb vzhledem ke vztažné soustavě inerciální) je vyjádření fiktivní síly složitější. Lze odvodit, že na hmotný bod v neinerciální vztažné soustavě, jejíž počátek se vzhledem k inerciální vztažné soustavě pohybuje se zrychlením $\vec{A}$ a osy se otáčejí konstantní

úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$, „působí“ *fiktivní síla translační* $\vec{F}_{\mathrm{t}}^{*} = -m\vec{A}$, *fiktivní síla odstředivá* $\vec{F}_{\mathrm{od}}^{*} = -m\,[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}\,')]$ a *fiktivní síla Coriolisova* $\vec{F}_{\mathrm{C}}^{*} = -2m\,(\vec{\omega} \times \vec{v}\,')$, kde $\vec{r}\,'$ a $\vec{v}\,'$ je polohový vektor a rychlost hmotného bodu v neinerciální vztažné soustavě.)

*Experiment 4: Neinerciální vztažné soustavy*

Jednoduchými experimenty lze ilustrovat rozdílnost trajektorie hmotného bodu vzhledem k inerciální i neinerciální vztažné soustavě (kyvadlo na točně), demonstrovat chování kapaliny v rotující válcové nádobě atd. ◇

## 2. Důsledky Newtonových zákonů: zákon zachování hybnosti a momentu hybnosti

Newtonovy zákony, doplněné principem superpozice sil a silovými zákony, dovolují na základě znalosti pohybového stavu hmotného bodu v daném okamžiku předpovědět jeho další pohyb. Umožňují tedy beze zbytku popsat pohyb libovolného mechanického systému. Tento postup je ale v mnoha případech komplikovaný, neboť vyžaduje znalost všech působících sil, a ty obecně závisejí na poloze i rychlostech všech hmotných bodů. Časté jsou také případy, kdy je podrobný popis působících sil takřka neproveditelný (například deformační síly při rázu těles).

V celé řadě situací však nepotřebujeme znát detailní průběh celého děje: pokud například uvažujeme o *izolované soustavě hmotných bodů*, zachovávají se některé veličiny, díky nimž je možné popsat pohyb soustavy **před** vzájemnou interakcí i **po** ní. Přímo z Newtonových zákonů lze odvodit *zákon zachování hybnosti* pro izolovanou soustavu $N$ hmotných bodů

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \cdots + \vec{p}_N = \overrightarrow{konst}\,,$$

kde $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ je hybnost $i$–tého hmotného bodu, a nad středoškolský rámec také *zákon zachování momentu hybnosti* pro izolovanou soustavu hmotných bodů

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = \vec{L}_1 + \cdots + \vec{L}_N = \overrightarrow{Konst}\,,$$

kde $\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i$ je *moment hybnosti* $i$–tého hmotného bodu o polohovém vektoru $\vec{r}_i$. Pro moment hybnosti tělesa (soustavy hmotných bodů), které se otáčí kolem pevné osy úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$, platí vztah

$$\vec{L} = J\vec{\omega}\,,$$

kde $J$ je moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose otáčení.

*Experiment 5: Zákon zachování hybnosti*

*Všeobecná poznámka:* Zákon zachování hybnosti i zákon zachování momentu hybnosti je vždy demonstrován s odkazem na omezenou přesnost detekce.

Zákon zachování hybnosti pro dvoučásticový systém demonstrujeme na zařízení popsaném v Experimentu 3: při pružné i nepružné srážce dvou vozíčků se nemění rovnovážná poloha dráhy.

Jiný experiment spočívá v porovnání změny pohybového stavu vozíčku ve dvou případech: v prvním je vozíček reaktivní silou volně tryskajících plynů urychlován, ve druhém jsou expandující plyny zachyceny v nádobě spojené s vozíčkem a ke změně jeho pohybového stavu proto nedojde. ♢

*Experiment 6: Zákon zachování momentu hybnosti*

Zákon zachování momentu hybnosti lze demonstrovat sledováním chování setrvačníků nebo systémů s měnitelným momentem setrvačnosti. ♢