

SEMINÁŘE Z FYZIKY

3. blok: Využití počítačů při výuce kmitání, vlnění a optiky

(březen 2004)

Výpočetní technika zasahuje do všech oblastí lidského života, fyziku nevyjímaje. Pro fyzika mohou být počítač a jím ovládaná připojená zařízení velmi užitečným nástrojem, protože umožňují:

- měřit veličiny v průběhu fyzikálních experimentů a efektivně vyhodnocovat výsledky měření,
- matematicky modelovat fyzikální experimenty,
- numericky řešit rovnice získané fyzikálními úvahami a jejich řešení názorně zobrazovat,
- v neposlední řadě umožňují pomocí připojených zařízení zviditelňovat drobné nebo obtížně pozorovatelné efekty.

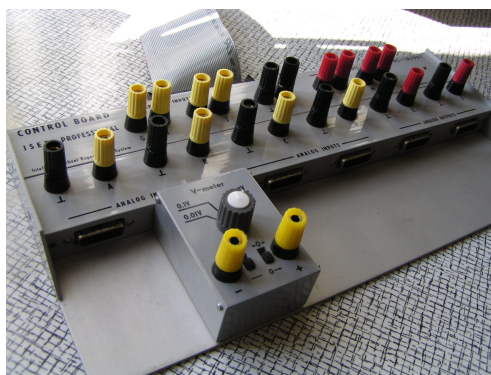
Většinu těchto aplikací budeme v průběhu přednášky demonstrovat na konkrétních problémech z oblastí kmitání, vlnění a optiky. K měření použijeme např. školní experimentální systém ISES, zvukovou kartu a webovou kameru.

Školní měřicí systém ISES je tvořen počítačovou kartou, ovládacím programem, konektorovým panelem a malými moduly pro měření fyzikálních veličin, které se připojují ke konektorovému panelu. Měřicí karta je obvykle ISA karta firmy AXIOM s následujícími parametry:

- 16 analogových vstupů s rozsahem do 5 V (10 V),
- 2 analogové výstupy (0 – 5 V, 0 – 10 V),
- digitální vstupy a výstupy,
- dvanáctibitové A/D a D/A převodníky,
- maximální vzorkovací frekvence 60 kHz.

Konektorový panel (viz Obrázek 1) má na horní straně vyvedeny analogové vstupy (A, B, C, D, G, H, I, J), analogové výstupy (E, F) a digitální výstupy (K, L, M, N). Pro měření jsou podstatné analogové vstupy, na kterých lze měřit pouze elektrické napětí v rozsahu 0 – 5 V (0 – 10 V; podle typu karty). Z boční strany je však k těmž vstupům možné připojit dodávané moduly, které systém dokáže rozpoznat. Je pak schopen měřené napětí správně interpretovat a zobrazovat hodnoty přímo v jednotkách měřené veličiny. (Například při měření teploty se zobrazuje teplota ve stupních Celsia a nikoliv ve voltech.)

Modulů dodávaných se soupravou je celá řada, mezi nejběžnější patří modul voltmetr, ampérmetr, ohmmetr, relé, siloměr, teploměr, tlakoměr, ukazatel polohy, optická závora, mikrofon, ukazatel tepu srdce, modul EKG atd.



Obrázek 1: Panel systému ISES

Popis jednotlivých experimentů

Poznamenejme, že u předvedených experimentů nebudeme moci na přednášce vzhledem k časové tísní podrobně vysvětlovat všechny použité pojmy. Proto odkazujeme zájemce o problematiku na vlastní studium, například středoškolských učebnic.

Fyzikální rozbor pohybu jednoduchého oscilátoru

Zabývejme se následující situací: Závaží o hmotnosti m je zavěšeno na pružině a na začátku experimentu se nachází v klidu. Nyní závaží lehce vychýlíme směrem dolů. Naším cílem je matematicky popsat pohyb, který bude závaží vykonávat.

Začněme nyní experiment fyzikálně analyzovat. Na začátku pokusu se závaží nachází v klidu, výslednice všech sil na něj působících je tedy nulová. Působící síly jsou zřejmě tíhová síla $\vec{F}_G = m\vec{g}$ (směr svisle dolů) a síla \vec{F}_p , kterou působí na závaží pružina (směr svisle vzhůru). Pokud je hmotnost závaží taková, že deformace pružiny je vratná (tento předpoklad lze snadno ověřit změřením délek nezátížené pružiny před zavěšením závaží a po jeho sejmutí), lze na základě platnosti Hookova zákona tvrdit, že velikost síly \vec{F}_p je přímo úměrná prodloužení pružiny Δl : $F_p = k\Delta l$, kde k je konstanta nazývaná *tuhost pružiny*. Pomocí výše uvedených vztahů lze tuhost pružiny vyjádřit vztahem

$$k = \frac{mg}{\Delta l}.$$

Sílu, kterou je pružina napínána, můžeme snadno změřit v systému ISES pomocí modulu siloměr. Modul siloměr lze použít i k měření hmotnosti. Prodloužení stanovíme např. klasickou metodou měření délek, příp. pomocí modulu měření vzdálenosti.

Polohu, ve které se bude závaží nacházet v klidu, nazvěme *rovnovážnou polohou*. Nyní vychýlíme závaží z této rovnovážné polohy o vzdálenost y . Je-li výchylka z rovnovážné polohy $\vec{y} = (0, y, 0)$, působí na závaží nyní síla $\vec{F} = -k\vec{y}$. V důsledku jejího působení se závaží opět vrací do rovnovážné polohy. Podle druhého Newtonova zákona platí pro svislou složku výchylky a zrychlení $ma = -ky$, a protože zrychlení a můžeme zapsat jako druhou časovou derivaci výchylky, $a = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$, jedná se o diferenciální rovnici druhého

řádu s konstantními koeficienty

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{k}{m}y(t) = 0,$$

jejímž řešením je závislost výchylky y na čase t . Pomocí programu pro matematické výpočty Maple lze získat řešení i bez znalosti vyšší matematiky. Pro zadané počáteční podmínky (v čase $t = 0$ s je výchylka $y(0) = A$ a rychlost nulová) je řešením funkce

$$y(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right).$$

Závaží vykonává pohyb, který se pravidelně opakuje – takový pohyb nazveme *periodický* a dobu, za kterou závaží projde všemi možnými polohami a vrátí se zpět do polohy počáteční, *periodou* T . Pohyb, při němž závislost výchylky na čase je popsána pomocí funkce sinus anebo kosinus, bývá zvykem nazývat *harmonickým pohybem*. Úhlová frekvence ω tohoto pohybu je pak určena vztahem

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

a s periodou T potom souvisí jako

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Platnost posledního výsledku můžeme snadno ověřit pomocí systému ISES. Periodu určíme z časové závislosti vratné síly pružiny naměřené pomocí modulu siloměr, hodnoty hmotnosti a tuhosti jsou známy z předchozích měření.

Periodické zvuky a Fourierova analýza

Hudební tóny jsou periodické zvuky, které však obecně nemají harmonický časový průběh. Ze zkušenosti však víme, že zvuky stejné frekvence vydávané různými nástroji znějí různě – liší se barvou tónu. Naskytá se otázka, jak barvu tónu popsat. Podle Fourierovy teorie lze libovolnou periodickou funkci s periodou T zapsat jako lineární kombinaci harmonických funkcí s periodami $\frac{T}{n}$, kde n je přirozené číslo. Právě koeficienty v této lineární kombinaci matematicky popisují barvu tónu. Frekvence $f = \frac{1}{T}$ se nazývá frekvencí základní, frekvence odpovídající přirozeným násobkům této základní frekvence nazýváme vyššími harmonickými frekvencemi, výsledek analýzy nazýváme frekvenční spektrum.

Existují programy, které umí určit jak základní frekvenci zvukového signálu, tak i intenzitu vyšších harmonických frekvencí a dokáží pomocí těchto koeficientů zvuk uměle syntetizovat. Zkoumaným zvukovým signálem může být dokonce i lidský hlas, jak bude předvedeno na přednášce.

Užití výpočetní techniky při spektroskopii a v optice

Můžeme se ptát, zda by stejným postupem nešly určit frekvence i jiného než zvukového vlnění, například světla. Perioda elektromagnetické vlny s vlnovou délkou ve viditelné oblasti spektra je však velmi malá, řádově 10^{-15} s. Jak vysvětlíme na přednášce, výše použitou metodu získání frekvenčního spektra nelze realizovat. Je však možné jednotlivé vlnové délky oddělit pomocí disperzního prvku (optického hranolu či mřížky). Výsledkem je spektrum v širokém rozsahu vlnových délek, z něhož pouze malá část je viditelná lidským okem.

Existují zdroje světla, jejichž spektrum obsahuje jen některé vlnové délky – je čarové. Vlnovou délku jednotlivých čar je možné stanovit například pomocí Youngova experimentu, jehož podstatou je interference světla na dvojštěrbíně. Známe-li vzdálenost Δx sousedních interferenčních maxim na stínítku, vzdálenost d štěrbin a vzdálenost L mezi dvojštěrbínou a stínítkem, lze vlnovou délku λ určit jako

$$\lambda = \frac{\Delta x d}{L}.$$

Na přednášce se pokusíme subtilní jev interference nejprve zviditelnit pro co největší počet posluchačů zároveň. Naší další snahou pak bude využít počítač a jeho příslušenství k vlastnímu měření vlnové délky.

Náměty k přemýšlení a jednoduché experimenty:

Pro všechny

1. Časová závislost výchylky tělesa na pružině byla v textu popsána funkcí kosinus. Upravte toto vyjádření tak, aby v něm vystupovala funkce sinus. Rozmyslete si také, jestli a jak ovlivňují výběr funkce sinus či kosinus takzvané počáteční podmínky, tj. znalost polohy a rychlosti v čase $t = 0$ s.
2. Pokuste se vysvětlit, proč barva tónu struny libovolného nástroje závisí na místě, ve kterém je struna rozezvučena, a na způsobu, jakým je rozezvučena.
3. Pokuste se vysvětlit, jak fungují elektrické varhany a syntetizátory zvuku.
4. Matematicky popište vznik rázů (rázy vznikají při skládání dvou velmi blízkých harmonických frekvencí), vhodným způsobem je realizujte a najděte způsob určení rozdílu obou frekvencí z časového záznamu rázů.
5. Vymyslete několik způsobů, jak oddělit jednotlivé vlnové délky libovolného nemo-nochromatického zdroje světla a některé prakticky vyzkoušejte. (Vhodnou pomůckou je CD disk.)
6. Jak vzniká duha? Dokážete si vyrobit duhu v pokoji či na zahradě?

7. Jak lze pomocí Youngova experimentu změřit vlnovou délku světla? Měření realizujte.

Pokud použijete jako zdroj světla laserové ukazovátko, zabraňte dopadu světla do oka! Oko i jiné detektory světla chraňte i před laserovým světlem odraženým na lesklých plochách!

Něco navíc pro zkušené uživatele výpočetní techniky

1. Pro měření se v praxi často používají dvanáctibitové A/D převodníky. Stanovte, kolik možných hodnot může počítač naměřit. Určete přesnost měření elektrického napětí tímto převodníkem na rozsahu 10 V.
2. Při řízení experimentu počítačem se používají naopak dvanáctibitové D/A převodníky. Jaké číslo je potřeba převodníku zadat, aby se na jeho výstupu objevilo napětí 3 V? Rozsah převodníku je 5 V.
3. Odhadněte minimální vzorkovací frekvenci, se kterou lze kvalitně navzorkovat zvuk (například při záznamu koncertu zpěvačky Petry Janů s tříoktávovým hlasovým rozsahem).