

SEMINÁŘE Z FYZIKY – 2. ročník

1. blok: Krátký kurz elektřiny a magnetizmu 2

(listopad–prosinec 2004)

Úvod

„Byl to ten slavný den, kdy k nám byl zaveden elektrický proud...“ zpívá se ve slavném Svěrákově a Uhlířově Elektrickém valčíku. Tento refrén se určitě nemalou měrou zasloužil o rozšíření základní informace o rozvodu elektrické energie pro domácnosti a možná mohl vyprovokovat i nějaké otázky, například: co to vlastně ten elektrický proud je, jak to, že elektřina „má“ nejen proud, ale i napětí atd. Odpovědi na tyto otázky však není možné podat, aniž by byly zodpovězeny otázky základnější, především co je elektrický náboj, co je elektrické a magnetické pole, a také otázka náročnější – z jaké vztažné soustavy jsme schopni efektivně popisovat elektrické jevy.

Následující text se bude zabývat některými aspekty souvisejícími s pohybem nábojů. Je zamýšlen jako doplněk k souboru experimentů v rámci Seminářů z fyziky pro střední školy. S vědomím, že nemohou být zcela pochopeny, jsou v něm uvedeny i vzorce nad rámec středoškolské fyziky. Elektrické jevy lze totiž odpovídajícím způsobem popsat pouze pomocí abstraktních pojmů a pokusy o mechanické analogie jsou problematické.

Elektrický náboj

Odpověď na otázku, co je elektrický náboj, získáme nejlépe tak, že experimentálními a teoretickými postupy zjistíme, jak se projevuje a jaké má vlastnosti. Elektrický náboj je kladný nebo záporný. Elektrického náboje naměříme vždy stejné množství, ať provádíme měření z kterékoliv pozorovací soustavy. Výsledek je vždy celočíselným násobkem elementárního elektrického náboje

$$q_{\text{elem}} = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Coulombův silový zákon

Pro velikost elektrostatické síly mezi dvěma nepohyblivými bodovými náboji Q_1, Q_2 umístěnými ve vakuu ve vzdálenosti r platí jednoduchý vztah

$$|\vec{F}_{1,2}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

známý jako Coulombův zákon. (Konstanta ϵ_0 se nazývá permitivita vakua.) Síla je co do velikosti úměrná součinu velikostí obou nábojů a nepřímo úměrná druhé mocnině jejich vzdálenosti. Náboje stejného znaménka se odpuzují, náboje opačného znaménka se přitahují.

Princip superpozice v elektrostatice

Působí-li na bodový náboj Q celkem n jiných bodových nábojů Q_1, Q_2, \dots, Q_n elektrostatickými silami $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, je výsledná elektrostatická síla \vec{F} působící na náboj Q jejich vektorovým součtem, tj.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Pohybující se náboje

Jsou-li náboje uvedeny do pohybu, situace se podstatně změní. Výslednou sílu, která působí na uvažovaný náboj Q , by sice bylo v principu možné získat – stejně jako v elektrostatičce – vektorovým sečtením příspěvků párové interakce mezi ním a každým z okolních nábojů Q_1, Q_2, \dots, Q_n , avšak tento postup by byl pro většinu praktických případů velmi obtížný. Pro párovou interakci navzájem se pohybujících bodových nábojů Q, Q_i totiž neexistuje podobně jednoduchý vztah, jakým je elektrostatičkový Coulombův zákon.

Elektrické a magnetické pole

Ukazuje se, že nejvýhodnější je charakterizovat prostor v okolí pohybujících se nábojů pomocí abstraktních veličin \vec{E} a \vec{B} , které se nazývají intenzita elektrického pole a magnetická indukce.

Lorentzova síla

Vztah pro Lorentzovu sílu, jak se nazývá síla, která působí na náboj Q pohybující se tímto prostorem rychlostí \vec{v} , je velmi jednoduchý:

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = Q (\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}) .$$

Znaménko \times označuje speciální operaci s vektory \vec{v}, \vec{B} , která se nazývá vektorový součin. Výsledkem této operace je opět vektor. Jeho velikost je dána součinem velikostí obou vektorů \vec{v}, \vec{B} a sinu úhlu, který svírají. Směr výsledného vektoru je kolmý na rovinu určenou oběma vektory \vec{v}, \vec{B} a je orientován tak, že vektor \vec{v} vystupující ve vektorovém součinu jako první, vektor \vec{B} vystupující jako druhý a výsledný vektor tvoří pravotočivý systém. Jako pomůcka pro určení orientace vektorů pravotočivého systému poslouží první tři prsty pravé ruky v postavení os pravoúhlé souřadnicové soustavy.

Zbývá zodpovědět otázku, jakým způsobem veličiny \vec{E} a \vec{B} popisující elektrické a magnetické pole určit. Tato úloha je v obecnosti obtížná, ale v určitých speciálních případech relativně jednoduchá. Je zajímavé, že tyto případy, ač speciální, jsou naopak v praxi velmi obvyklé.

Pojem vztažné soustavy a její význam v nauce o elektřině

Podobně jako jevy mechanické, i jevy elektrické je možné popisovat z různých vztažných soustav. Hovoříme-li v této souvislosti o pozorování, nemáme na mysli jen smyslové vnímání, ale pozorování v širším pojetí, tj. všechna měření, která se provádějí různými přístroji. Studujeme-li v mechanice nějaký děj, například pohyb částice, měříme její polohu, rychlost a další veličiny. K tomu jsou zapotřebí různě umístěná čidla pro měření příslušných veličin. Čidla mohou být umístěna v pozemské laboratoři, v rychle rotující orbitální stanici atd. Tímto umístěním určujeme vztažnou soustavu. Soubor všech možných soustav je možno rozdělit do dvou skupin: na soustavy inerciální a na soustavy neinerciální. Toto dělení je známé z mechaniky. Všechny inerciální vztažné soustavy jsou rovnocenné a popis (můžeme říci také objasnění) mechanických jevů nazíraných z těchto soustav je nejjednodušší.

Odpověď na otázku, zda také při studiu jevů elektromagnetických má smysl dělit vztažné soustavy stejně jako v mechanice, je kladná. I při sledování elektrických a magnetických jevů jsou inerciální vztažné soustavy privilegované, a budeme jim proto dávat přednost.

Určení veličin \vec{E} a \vec{B} popisujících elektrické a magnetické pole

Známe-li rozmístění a rychlosti nábojů, stojíme před úlohou, jak popsat elektrické a magnetické pole v daném místě. Tak jako v elektrostatice platí i v případě pohybujících se nábojů princip superpozice, a to jak pro elektrické, tak pro magnetické pole.

Určení intenzity elektrického pole a magnetické indukce pole vytvořeného soustavou pohybujících se nábojů je v obecnosti komplikovaná úloha.

Elektrický proud

Pro potřeby předchozí úlohy se zavádí veličina elektrický proud. Pokud se velké množství elementárních elektrických nábojů pohybuje podél elektrického vodiče, pak proudem I nazveme veličinu definovanou vztahem

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Slovním vyjádřením: elektrický proud I je roven podílu množství náboje ΔQ prošlého za dostatečně malý časový interval Δt zvoleným řezem vodiče a tohoto časového intervalu, resp., fyzikálněji, je určen nábojem prošlým tímto řezem za časovou jednotku.

Biotův–Savartův–Laplaceův zákon

Situace se velmi zjednoduší, pokud je pohyb nábojů ustálený. Pak magnetické pole a elektrické pole jsou navzájem nezávislá. Děje-li se navíc pohyb náboje ve vodiči, je elektrické pole volných nosičů náboje kompenzováno nepohyblivými náboji atomů vodivého materiálu. Jediný navenek pozorovatelný efekt bude souviset právě jen s (ustáleným) pohybem nábojů, a tím je vznik magnetického pole.

Uvažujme nejprve malý úsek vodiče Δl zanedbatelného průřezu. Vzhledem k principu superpozice můžeme pro příspěvek k celkové magnetické indukci (v nemagnetickém prostředí) v bodě ve vzdálenosti r od daného úseku vodiče psát výraz

$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\Delta \vec{l} \times \vec{r}}{r^3},$$

kde μ_0 je konstanta, která se nazývá permeabilita vakua. Tento vztah, tzv. Biotův–Savartův–Laplaceův zákon, můžeme číst jako návod pro konstrukci vektoru magnetické indukce ze známého rozložení elektrického proudu: Vyberme dostatečně malý úsek vodiče, tak malý, aby ho bylo možno považovat za přímý (nazvěme jej elementem vodiče) a s daným úsekem ztotožněme vektor $\Delta \vec{l}$ s orientací ve směru proudu I . Od elementu $\Delta \vec{l}$ vedme vektor \vec{r} k bodu, ve kterém magnetickou indukci \vec{B} určujeme. Podle pravidla vektorového součinu dvou vektorů zkonstruujeme výsledný vektor $\Delta \vec{l} \times \vec{r}$ a jeho velikost vynásobme součinem permeability vakua μ_0 dělené 4π , proudu a převrácené hodnoty třetí mocniny vzdálenosti. Dostaneme příspěvek od zvoleného úseku vodiče. Zopakujme tento postup i pro zbývající úseky vodiče a všechny tyto příspěvky sečtěme. Postup opakujme pro jemnější rozdělení vodiče na jednotlivé úseky tak dlouho, dokud se bude součet (tedy výsledná magnetická indukce v daném bodě) s dalším zjemňováním lišit od předchozího o hodnotu větší než je požadovaná přesnost. Tento postup je možné provést např. početně, tzv. numericky; v jednodušších případech lze k přibližnému výsledku dospět i graficky pomocí pravítek a kružítko. Pomocí integrálního počtu je pak možné provést výše popsanou operaci pro libovolně malé úseky vodiče a získat tak hodnotu přesnou.

Magnetické pole v okolí přímého vodiče

Pro velikost magnetické indukce ve vzdálenosti r od přímého vodiče získáme předchozím postupem vztah

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Pokud prostředí, ve kterém se proudovodič nachází, vykazuje magnetické vlastnosti, je situace složitější a zde se jí nebudeme zabývat.

Tvar magnetických indukčních čar

Tvar magnetických indukčních čar kolem přímého vodiče je možné demonstrovat pomocí jemných feromagnetických (např. železných) šupinek na nemagnetické desce, kterou kolmo prochází proudovodič. Šupinky se vlivem magnetického pole při mírném poklepu orientují jako miniaturní strelky magnetického kompasu do tvaru magnetických indukčních čar. Pro přímý proudovodič mají tvar soustředných kružnic se středem v ose vodiče. Orientaci vektoru \vec{B} určíme pomocí pravidla o vektorovém součinu. Platí, že magnetické indukční čáry jsou vždy uzavřené smyčky, nikde nezačínají a nikde nekončí.

Síla mezi rovnoběžnými proudovodiči

Nyní máme připraveno vše pro určení síly mezi proudovodiči. Vezměme jednu z nejjednodušších situací, tj. dva rovnoběžné vodiče protékané proudy I_1, I_2 .

S využitím vztahu pro Lorentzovu sílu dostaneme pro velikost síly působící na jeden metr délky mezi dvěma proudovodiči umístěnými ve vzdálenosti d výraz

$$\frac{\Delta F}{\Delta l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d}.$$

Pomocí pravidla pro orientaci vektorového součinu určíme směr síly mezi vodiči: Pro proudy stejného směru je síla přitažlivá, pro proudy opačného směru je síla odpuzivá.

Poznámka k soustavě SI

V soustavě SI je na předchozím vztahu založena definice jednotky proudu (1 Ampér) a konstanta μ_0 (permeabilita vakua), je tedy číslo přesné. Platí

$$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ m kg s}^{-2} \text{ A}^{-2}.$$

Permitivita vakua ε_0 v Coulombově zákoně

$$|\vec{F}_{1,2}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

naopak tímto vztahem definičně určena není, neboť náboj v soustavě SI je jednotkou odvozenou, a její velikost je třeba určit nezávislým experimentem. Například by bylo možné vyjít ze vztahu mezi rychlostí světla c a součinem permitivity ε_0 a permeability μ_0 , který plyne z Maxwellových rovnic:

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

Vzhledem k tomu, že od roku 1983 se jednotka délky 1 m v soustavě SI určuje pomocí rychlosti světla ve vakuu jako dráha světla za $1/299\,792\,458$ sekundy, je od tohoto roku i veličina ε_0 přesná.

Případ proměnných elektrických a magnetických polí

Zatím jsme se zabývali případem, kdy se v čase nemění ani elektrické, ani magnetické pole, vodiče jsou protékány konstantním proudem a vůči pozorovateli se nepohybují.

Experimenty ukazují, že v případě časově proměnných proudů se děje něco fundamentálně nového, co ve fyzice ustálených proudů, natožpak v elektrostatice, nebylo pozorováno. Tento jev se nazývá elektromagnetická indukce. Dříve, než jej popíšeme matematicky, pokusíme se vyjádřit jeho obsah slovně.

Elektromagnetická indukce

Uvažujme uzavřenou vodivou smyčku. Pokud se v této smyčce mění magnetický indukční tok, pak se podél smyčky indukuje elektromotorické napětí, jehož velikost je rovna časové změně magnetického indukčního toku ve smyčce.

Magnetický indukční tok

Pokusme se obsah tohoto pojmu ilustrovat na příkladu proudící tekutiny. Uvažujme nevířivý hladký proud tekutiny. Do tohoto proudu vložíme uzavřenou smyčku, která bude představovat onu vodivou smyčku, v níž se indukuje elektromotorické napětí. Představme si třeba drátěný rámeček, na který je upevněno velmi jemné síto, tak jemné, že nebrání proudění vody. Magnetickému indukčnímu toku plochou vymezenou uzavřenou smyčkou pak odpovídá množství tekutiny, které proteče sítím za jednotku času. Z názoru je možná patrné, že množství přecezené vody nezávisí na tvaru síta cedníku, rozhodující je jen umístění a tvar rámečku, který sítko nese. Stejně tak tomu je i pro magnetický indukční tok.

Magnetický indukční tok plochou vymezenou uzavřenou smyčkou má v matematické podobě tvar

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Zapsaný integrál přes oblast vymezenou smyčkou představuje následující operaci: Vybereme libovolnou plochu, která je omezena zadanou uzavřenou smyčkou. Plochu rozparcelujeme na malé čtverečky. Ke každému čtverečku vedme jeho středem kolmici a promítneme na ni vektor indukce magnetického pole v daném místě. Velikost projekce vektoru magnetické indukce vynásobme plošným obsahem příslušného čtverečku. Hodnoty takto získané pro všechny čtverečky sečtíme. Získaný součet konverguje se zmenšováním čtverečků k hodnotě, která se nazývá magnetický indukční tok libovolnou plochou ohraničenou zadanou uzavřenou křivkou.

Faradayův zákon elektromagnetické indukce

Zákon elektromagnetické indukce, tzv. Faradayův zákon, určuje napětí indukované v uzavřené smyčce vztahem

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Znaménko mínus souvisí s orientací smyčky. Orientací smyčky se myslí volba, v jakém směru jdeme podél smyčky při určování indukovaného napětí. Při výpočtu magnetického indukčního toku pak orientujeme kolmice k jednotlivým čtverečkům na tu stranu, ze které je vidět orientaci zvoleného směru podél smyčky proti směru hodinových ručiček.

Do výpočtu toku je ovšem třeba zahrnout všechna pole, včetně polí vytvořených indukovanými proudy. Je pozoruhodné, že tento jednoduchý vztah platí pro všechny situace, ať už se magnetický indukční tok mění jakýmkoliv způsobem. Zahrnuje jak situace, kdy

vodič protíná magnetické indukční čáry magnetu a kdy je, z pohledu nehybného pozorovatele, za indukované napětí „odpovědná“ Lorentzova síla (v tomto případě musí být uzavřená smyčka reálným vodičem, protože náboj musí být v magnetickém poli unášen), tak situace, kdy vodič magnetické indukční čáry neprotíná (v takovém případě se indukuje elektrické napětí v každé i myšlené uzavřené smyčce). Zde je vhodné poznamenat, že Faradayův zákon elektromagnetické indukce nepopisuje všechny situace, kdy dochází k indukci elektromotorického napětí.

Lenzovo pravidlo

Zbývá zodpovědět otázku, jakou orientaci má indukované elektromotorické napětí. O směru indukovaného proudu (napětí) hovoří Lenzovo pravidlo: indukované elektrické jevy mají takovou orientaci, že působí proti změně, která je vyvolala. Pokud by tomu bylo obráceně, každá malá fluktuace magnetického pole by, například u naší smyčky, vedla k lavinovitému nárůstu proudu.

Poznámka: Nabízí se otázka, zda je Faradayův zákon elektromagnetické indukce samostatným zákonem. Vynechme případy, kdy je elektromagnetická indukce způsobena Lorentzovou silou působící na náboj, který je unášen vodičem v magnetickém poli. Pro zbývající případy by Faradayův zákon elektromagnetické indukce mohl být v jistém smyslu chápán jako další zákon. Na pokusný náboj působí síla, která má tu vlastnost, že práce této síly po uzavřené křivce je nenulová. Tuto vlastnost nemá síla elektrického pole statických nábojů, ale ani Lorentzova síla, která je kolmá na směr rychlosti. Toto však není zcela správné. Vztah pro Lorentzovu sílu je úplný. Můžeme tedy dovozovat, že elektromagnetickou indukci se vytváří elektrické pole, které má uzavřené elektrické siločáry (na rozdíl od elektrostatického elektrického pole), jinak by nemohla být práce síly po uzavřené křivce nenulová.

Elektromagnetické vlnění

Siločáry elektrického pole, které je vytvořeno elektromagnetickou indukci, tvoří uzavřené smyčky. V tom je, mohli bychom říci, tvarová podobnost s magnetickým polem. Pak se nabízí otázka, zda nebude existovat jev v jistém smyslu symetrický s jevem Faradayovy elektromagnetické indukce, tj. takový, kdy změna elektrického indukčního toku nějakou uzavřenou křivkou způsobí vznik pole magnetického.

Ukazuje se, že tomu tak skutečně je. Pokusme se o vyjádření tohoto dalšího vztahu mezi elektrickým a magnetickým polem. Slovní předpis pro určení magnetického pole podél smyčky, ve které se mění elektrický indukční tok, by mohl mít následující podobu: Uvažujme uzavřenou smyčku \mathcal{C} , kterou rozdělíme, podobně jako při výpočtu magnetického pole od proudovodiče (Biotův–Savartův–Laplaceův zákon), na dostatečně malé úseky $\Delta\vec{l}$. Každý úsek orientujme ve stejném smyslu. Do každého úseku promítneme vektor \vec{B} v daném místě. Všechny takto získané údaje sečtíme. Postupně zjemňujeme dělení smyčky tak dlouho, až se výsledek s dalším zjemňováním dělení změní o hodnotu menší, než je požadovaná chyba. Výsledek nazvěme cirkulace vektoru podél smyčky. Shodným postupem jako při určování magnetického indukčního toku určíme elektrický indukční tok zvolenou smyčkou. Kladný směr normály k zvoleným ploškám míří na tu stranu, ze které vidíme vektory $\Delta\vec{l}$ orientované proti směru hodinových ručiček. Platí, že časová změna toku intenzity elektrického pole zvolenou smyčkou vynásobená součinem permitivity a permeability vakua je rovna cirkulaci vektoru podél této smyčky. Matematicky má tento zákon tvar

$$\int_{\mathcal{C}} \vec{B} d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\Delta\Phi_{\vec{E}}}{\Delta t}.$$

Ukazuje se dále, že pokud smyčkou prochází elektrický proud, je třeba započítat jej následujícím způsobem:

$$\int_c \vec{B} d\vec{l} = \varepsilon_0 \left(I + \mu_0 \frac{\Delta\Phi_{\vec{E}}}{\Delta t} \right).$$

Předchozí vztahy dovolují odvodit vlnovou rovnici pro šíření elektromagnetického pole ve vakuu a souvislost mezi rychlostí světla ve vakuu a permitivitou a permeabilitou vakua. Postup je ale příliš komplikovaný na to, aby bylo možné prezentovat jej na této úrovni. Shrňme proto pouze výsledky:

- Elektromagnetické vlnění je vlnění příčné (jinými příklady příčného vlnění jsou vlny na vodní hladině nebo vlnění na struně). Vektor intenzity elektrického pole \vec{E} je orientován kolmo na směr šíření vlny. Pro tzv. harmonickou vlnu, která postupuje v kladném směru osy x , má vlnovou délku λ a periodou T , platí:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right).$$

- Vektor intenzity elektrického pole, vektor indukce magnetického pole a směr šíření vlny jsou navzájem kolmé a mají orientaci pravotočivého systému.
- Poměr velikosti vektoru intenzity elektrického pole a vektoru magnetické indukce je

$$\frac{|\vec{E}_0|}{|\vec{B}_0|} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

- Pro rychlost světla ve vakuu platí vztah

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

Elektromagnetické vlny zahrnují velice široký spektrální obor (viz tabulka). Generovat elektromagnetické vlnění s určenou fází i amplitudou lze běžnými elektrotechnickými prostředky pro frekvence do jednotek až desítek GHz, čemuž odpovídají vlnové délky řádově v centimetrech až milimetrech. Vysílání komerční satelitní televize probíhá v pásmu 10,7 až 12,75 GHz. Experimenty s centimetrovými vlnami prokazují shodnost podstaty radiových vln s viditelným světlem. Difraktují na dvojštěrbíně, lámou se na rozhraní látek s různým indexem lomu (například parafín) a odrážejí se od kovových povrchů. Jejich detekce přitom probíhá principiálně podobnými prostředky, jako třeba rozhlasové vysílání VKV.

český název	frekvence	vlnová délka	anglické označení
extrémně dlouhé vlny	0,3 - 3 kHz	103 - 102 km	Extremely Low Frequency (ELF)
velmi dlouhé vlny	3 - 30 kHz	102 - 10 km	Very Low Frequency (VLF)
dlouhé vlny (DV)	30 - 300 kHz	10 - 1 km	Low Frequency (LF)
střední vlny (SV)	0,3 - 3 MHz	1 - 0,1 km	Medium Frequency (MF)
krátké vlny (KV)	3 - 30 MHz	100 - 10 m	High Frequency (HF)
velmi krátké vlny (VKV)	30 - 300 MHz	10 - 1 m	Very High Frequency (VHF)
ultra krátké vlny (UKV)	0,3 - 3 GHz	1 - 0,1 m	Ultra High Frequency (UHF)
mikrovlny	3 - 30 GHz	100 - 10 mm	Super High Frequency (SHF)
mikrovlny	30 - 300 GHz	10 - 1 mm	Extremely High Frequency (EHF)
infračervené záření	10^{10} - 10^{14} Hz	1 mm - 1 mm	Infra Red (IR)
viditelné záření	10^{14} Hz	400 - 900 nm	Visible (VIS)
ultrafialové záření	10^{14} - 10^{16} Hz	400 - 10 nm	Ultra Violet (UV)
rentgenovo záření	10^{16} - 10^{19} Hz	10 - 0,1 nm	X-Rays
gama záření	10^{19} - 10^{24} Hz	10^{-10} - 10^{-14} m	Gamma Rays