

Příklady do cvičení z Úvodu do fyziky mikrosvěta

1. Benjamin Franklin (1706–1790) byl zřejmě první, kdo odhad velikosti molekul podepřel experimentálním výsledkem: zjistil, že 5 cm^3 oleje, vylitých na klidnou vodní hladinu, vytvoří souvislou vrstvu o ploše 0,2 ha.

K jakým závěrům o velikosti základních stavebních částic látek mohl na základě tohoto pozorování dospět? Jaké předpoklady při tom musel učinit? Lze tento postup považovat za důkaz diskrétní struktury látek?

2. Jiný jednoduchý odhad velikosti molekul navrhl V. Weisskopf. (Nápad je sice ze současnosti, ale docela dobře mohl vzniknout i dříve.) Opírá se o představu, že při vypaření kapalinového tělesa (s povrchem S) dochází k jeho přeměně na jednotlivé molekuly, které lze považovat za elementární kapalinová tělíška, jejichž úhrnný povrch je podstatně větší. Na základě znalosti experimentálně zjištěných charakteristik vody

skupenské teplo výparné	$2,1 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$
povrchové napětí (energie připadající na plošnou jednotku povrchu kapalinového tělesa)	$7,2 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

odhadněte velikost jejích molekul.

Posuďte kriticky předpoklady, z nichž tento postup vychází, a zhodnoťte jeho kvalitu.

3. Další pokus o kvantitativní popis diskrétní struktury látek se objevil po vytvoření základů molekulárně kinetické teorie plynů. Roku 1865 vyšel Joseph Loschmidt z představy, že zkapalněním plynového tělesa zaujímajícího objem V_{pl} (o němž předpokládal, že obsahuje N molekul) vznikne kapalinové těleso, jehož objem V_{kap} je přibližně roven N násobku objemu jedné molekuly. S použitím výrazu pro střední volnou dráhu \bar{l} molekul, kterou zavedl o několik let dříve jeden z průkopníků molekulárně kinetické teorie Rudolf Clausius, se mu podařilo vyjádřit průměr molekul a jejich počet v objemové jednotce plynu za normálních podmínek (tzv. Loschmidtovu konstantu) pomocí experimentálně zjistitelných veličin: $\frac{V_{\text{kap}}}{V_{\text{pl}}}$, střední rychlosti molekul \bar{v} a koeficientu difuze D . Pokuste se jeho postup zopakovat a kriticky jej zhodnoťte. Lze jej považovat za nezvratný důkaz molekulární struktury látek nebo ponechává prostor i pro nějakou alternativní interpretaci? Navrhněte způsob experimentálního určení jednotlivých veličin.

Poznámka: Koeficient difuze D , jenž je konstantou úměrnosti mezi hustotou difuzního toku a gradientem hustoty difundující látky, lze vyjádřit ve tvaru

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{l}.$$

Návod: Uvažte souvislost střední volné dráhy molekul s jejich průměrem a koncentrací.

Doporučená literatura:

Brož J., Roskovec V.: *Základní fyzikální konstanty*. SPN, Praha 1988.

4. Pro všeobecné přijetí představy o diskrétní struktuře látek byla rozhodující Perrinova experimentální analýza Brownova pohybu (1908). Připravte krátký referát o jeho sedimentační metodě studia Brownových částic suspendovaných v kapalině, pomocí níž určil s vysokou přesností Avogadrovu konstantu a rozměry i hmotnost molekul.

Doporučená literatura:

Brož J., Roskovec V.: *Základní fyzikální konstanty*. SPN, Praha 1988.

5. Ukažte, že jak elektrická, tak magnetická složka elektromagnetického pole ve vakuu (v němž nejsou přítomny náboje ani proudy) splňuje tzv. vlnovou rovnici

$$\Delta \xi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (1)$$

(Tato rovnice popisuje vlnový rozruch šířící se prostorem bez deformace rychlostí v .)

6. Přesvědčte se, že vlnové rovnici vyhovuje libovolná funkce tvaru

$$\xi(\vec{r}, t) = A f_1(\vec{u}\vec{r} - vt) + B f_2(\vec{u}\vec{r} + vt),$$

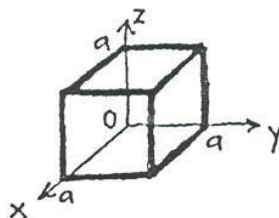
kde A, B jsou libovolné konstanty, f_1, f_2 jsou libovolné dvakrát diferencovatelné funkce a \vec{u} je jednotkový vektor. Jaký fyzikální význam mají funkce f_1, f_2 ?

7. V rovnici (1) separujte proměnné \vec{r} a t , tj. předpokládejte funkci $\xi(\vec{r}, t)$ ve tvaru $\xi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}) \cdot f(t)$, najděte rovnice pro $\varphi(\vec{r})$ a $f(t)$ a vyřešte je.
8. Najděte tvar vlnového pole v krychlové dutině za podmínky, že amplituda oscilací je na jejích stěnách nulová. Zjistěte počet stojatých vln v tomto rezonátoru, jejichž vlnová délka λ (resp. frekvence ν) leží v infinitezimálně malém intervalu $\langle \lambda, \lambda + d\lambda \rangle$ (resp. $\langle \nu, \nu + d\nu \rangle$).

Doporučená literatura:

např. Alonso M., Finn E.J.: *Fundamental University Physics*. Addison–Wesley, Reading 1970; II (str. 884),

příp. Beiser A.: *Úvod do moderní fyziky*. Academia, Praha 1975 (str. 390).



9. Určete střední hodnotu elektromagnetické energie vyzářené za časovou jednotku nábojem q konajícím harmonické kmity o kruhové frekvenci ω .

10. Užitím Wienova zákona (1893)

$$\rho(\nu) = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (2)$$

pro spektrální hustotu energie rovnovážného tepelného záření odvoďte

- a) Stefanův–Boltzmannův zákon,
- b) Wienův posunovací zákon.

Na základě těchto znalostí se pokuste načrtnout průběh funkce $\rho(\nu)$. Jak se tato křivka změní, zvýší-li se (sníží-li se) teplota?

11. Ověřte, zda Wienův vyzařovací zákon (1896)

$$\rho_{\text{W}}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} a' \nu \exp\left(-b \frac{\nu}{T}\right)$$

(c je rychlost světla, a' , $b > 0$ jsou empirické konstanty) splňuje obecný Wienův předpis (2) pro spektrální hustotu energie rovnovážného tepelného záření. Pokud ano, stanovte pro tento případ konstanty ve Stefanově–Boltzmannově a Wienově posunovacím zákoně. Průběh funkce $\rho(\nu, T)$ načrtněte v závislosti na ν pro dvě různé teploty.

12. Splňte úkoly předcházejícího zadání pro Rayleighův–Jeansův vyzařovací zákon (1900)

$$\rho_{\text{RJ}}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT.$$

13. Splňte úkoly předcházejícího zadání pro Planckův vyzařovací zákon (1900)

$$\rho_{\text{P}}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}.$$

14. Ukažte, že Wienův vyzařovací zákon je limitním případem Planckova vyzařovacího zákona pro vysoké frekvence, zatímco Rayleighův–Jeansův vyzařovací zákon je jeho limitním případem pro frekvence nízké. Stanovte a fyzikálně interpretujte kritérium velikosti (malosti) frekvencí.

15. H. A. Lorentz kdysi prohlásil: „*Rovnice klasické fyziky (měl na mysli Rayleighův–Jeansův vyzařovací zákon) se ukázaly nezpůsobitelnými vysvětlit, proč vyhaslá pec nevyzařuje stejně žluté světlo jako pec rozpálená.*“ Měl pravdu? Vysvětlete.

16. Jak se změní maximální hodnota ρ_{max} spektrální hustoty energie záření absolutně černého tělesa $\rho(\nu, T)$, zvýší-li se jeho teplota z hodnoty T na hodnotu T' ?

17. Všechny vztahy vystupující v předcházejících úlohách, které byly vyjádřeny pomocí frekvence ν , vyjádřete pomocí vlnové délky λ . Jednotlivé závislosti načrtněte pro dvě různé teploty.

18. Přímým výpočtem se přesvědčte, že mezi frekvencí ν^* a vlnovou délkou λ^* záření, na něž připadá ve spektru absolutně černého tělesa maximální energie, neplatí obecný vztah $\nu = \frac{c}{\lambda}$ spojující frekvenci ν s vlnovou délkou λ . Vysvětlete.

19. Stanovte teplotní interval, pro nějž maximum spektrální hustoty rovnovážného tepelného záření padne do viditelné oblasti.

-
20. Najděte červený práh fotoefektu pro měď, jejíž výstupní práce je $A = 4,74 \text{ eV}$.
21. Měděnou kuličku, dostatečně vzdálenou od jiných těles, osvětlíme monochromatickým světlem s vlnovou délkou $\lambda = 200 \text{ nm}$. Na jaký maximální potenciál se kulička může nabít v důsledku ztráty fotoelektronů? (Výstupní práce mědi je $4,74 \text{ eV}$.)
22. Číselná hodnota Planckovy konstanty (stejně jako jiných univerzálních konstant) se stanovuje srovnáním teoretických předpovědí s odpovídajícími experimentálními výsledky. Velmi jednoduchým způsobem jejího určení je změření brzdných napětí fotoelektrického jevu, příslušným dvěma různými monochromatickým zářeními, dopadajícím na fotonku. Najděte hodnotu Planckovy konstanty na základě následujících experimentálních údajů:

$$\begin{array}{lll} \lambda_1 = 436 \text{ nm} & (\text{modrá rtuťová čára}), & U_1 = 0,83 \text{ V}; \\ \lambda_2 = 578 \text{ nm} & (\text{žlutá rtuťová čára}), & U_2 = 0,13 \text{ V}. \end{array}$$

23. Klasická elektrodynamika nedokázala uspokojivě vysvětlit rozptyl rentgenového záření na vodivostních (volných) elektronech (Comptonův jev, 1922). Velmi snadno lze tento efekt vysvětlit za předpokladu, že rozptyl záření neprobíhá spojitě, ale po kvantech. Najděte změnu vlnové délky záření při Comptonově rozptylu.
24. Vysvětlete, proč první nápad interpretovat posun vlnové délky při Comptonově efektu jako důsledek pohybu rozptylových center – vodivostních elektronů (Dopplerův jev), není přijatelný.

Několik měsíců po zveřejnění Comptonových výsledků registroval Wilson a nezávisle na něm Bothe pomocí mlžné komory stopy elektronů odražených při Comptonově rozptylu, čímž se potvrdila představa o interakci kvant záření (fotonů) s jednotlivými elektrony. Při těchto experimentech byla stanovena jak energie, tak směr pohybu odražených elektronů.

25. Vypočtěte kinetickou energii T elektronu, na němž došlo k rozptylu fotonu záření o frekvenci ν_0 do úhlu φ .

$$\left[T = \frac{h\nu_0(1-\cos\varphi)}{1-\cos\varphi + \frac{m_0c^2}{h\nu_0}} \right]$$

26. Najděte souvislost mezi kinetickou energií T odraženého elektronu a úhlem ϑ , který svírá směr jeho pohybu se směrem dopadajícího záření (ν_0).

$$\left[T = \frac{h\nu_0(2\alpha\cos^2\vartheta)}{(1+\alpha)^2 - \alpha^2\cos^2\vartheta}, \quad \alpha = \frac{h\nu_0}{m_0c^2} \right]$$

27. Najděte vztah, kterým je spojen úhel φ (sevřený směrem pohybu dopadajícího záření (ν_0) a směrem pohybu rozptýleného záření) s úhlem ϑ (sevřeným směrem pohybu dopadajícího záření a směrem pohybu odraženého elektronu).

$$\left[\cotg\vartheta = (1+\alpha)\tg\frac{\varphi}{2}, \quad \alpha = \frac{h\nu_0}{m_0c^2} \right]$$

28. Elektromagnetické záření dopadající na vodivý vzorek může být jeho vodivostními elektrony buď rozptylováno (Comptonův jev) nebo absorbováno (fotoelektrický jev). Zatímco teoretický popis prvního případu vychází ze zákonů zachování energie a hybnosti, při analýze druhého se zpravidla o hybnosti vůbec nehovoří. Znamená to, že:

- a) Zachování celkové hybnosti je v tomto případě zcela evidentní, takže se zvlášť nezdůrazňuje?
- b) Požadavek zachování hybnosti nepřináší pro popis fotoelektrického jevu nic podstatného, a proto se nezmiňuje?
- c) Hybnost se v tomto případě nezachovává?

Odpověď podrobně zdůvodněte.

29. Popište interakci fotonu s **volným** elektronem. Uvažte zvlášť případ

- a) rozptylu,
- b) absorpce.

30. Vypočtěte energii fotonů z viditelné oblasti spektra elektromagnetického záření.

31. Jakou vlnovou délku má elektromagnetické záření, vznikající při elektron–pozitronové anihilaci?

32. Sítnice lidského oka je nejcitlivější na žlutozelené světlo ($\lambda = 550 \text{ nm}$), pro něž jeho prahová citlivost činí $1,7 \cdot 10^{-18} \text{ W}$. Jaký minimální počet fotonů při tom musí dopadnout za sekundu na sítnici, aby došlo k vyvolání zrakového vjemu?

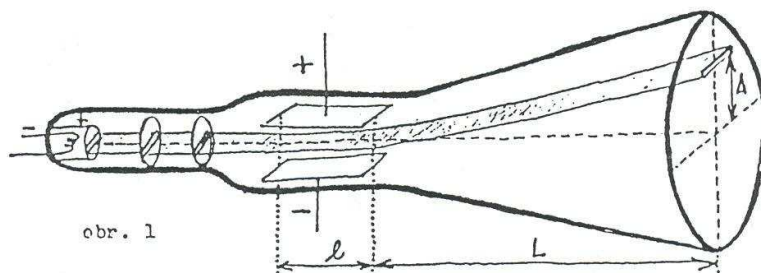
33. Anténa radiostanice vysílá radiové vlny o frekvenci 1 MHz (střední vlny) při výkonu 1 kW. Kolik fotonů emituje anténa za jednu sekundu?

34. Odhadněte počet fotonů dopadajících do oka pozorovatele ze svíčky ($P \approx 1 \text{ W}$) vzdálené 1 km.

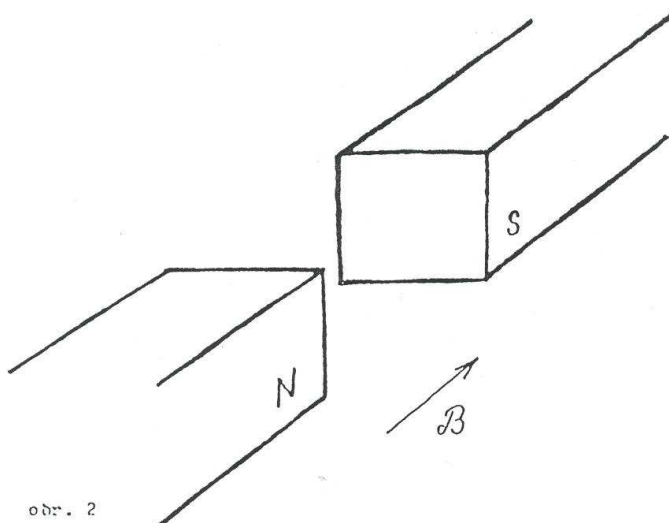
Rozhodující krok při vysvětlení podstaty katodového záření učinil anglický fyzik Joseph John Thomson. Ve své práci, publikované v roce 1897, píše:

„Cílem experimentů, které jsou popsány v tomto článku, bylo získání určité informace o povaze katodových paprsků. Na původ těchto paprsků jsou dva zcela opačné názory; podle téměř jednomyslného mínění německých fyziků jsou spojeny s jakýmsi procesy v éteru, pro něž ovšem – vzhledem k tomu, že dráha paprsků v homogenním magnetickém poli není přímá, ale kruhová – neexistuje žádná analogie ve dříve studovaných jevech. Podle druhého názoru nemají tyto paprsky nic společného s éterem, ale jsou prostě tokem hmotných částic se záporným nábojem.“

Závěr, že jde o proud nabitých korpusek, podepřel experimentem, v němž elektrostatičtým vychylováním monoenergetického svazku katodového záření určil jejich **měrný náboj** $\frac{e}{m}$.

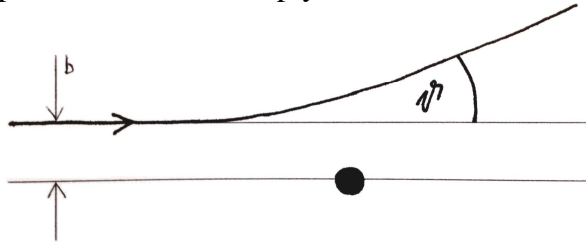


35. Vyjádřete měrný náboj korpusek katodového záření pomocí geometrických parametrů l , L Thomsonova experimentálního zařízení (obr. 1), výchylky svazku na stínítku Δ , intenzity vychylovacího pole \mathcal{E} a podélné rychlosti korpusek v . Zatímco určení hodnot veličin l , L , Δ , \mathcal{E} žádné potíže nečinilo, experimentální stanovení podélné rychlosti v hypotetických částic bylo netriviálním problémem. Thomson ji určil vtípnou kompenzační metodou, jejímž základem bylo přiložení příčného magnetického pole na vychylovací prostor (obr. 2). Vysvětlete fyzikální podstatu takového postupu a vyjádřete na základě něj podélnou rychlost v pomocí snadno měřitelných veličin.



36. Diskutujte závislost velikosti maximální síly, jíž může kladný náboj Q atomu působit na proletující α -částici, na poloměru oblasti R , v níž je tento náboj soustředěn. (Předpokládejte, že tato oblast je kulová a náboj je v ní rozestřen rovnoměrně.)
37. Najděte souvislost mezi kinetickou energií α -částice T , srážkovým parametrem b (jiný název pro tuto veličinu je záměrná vzdálenost = minimální vzdálenost, na

kteřou by se α -částice přiblížila ke středu atomu, kdyby mezi nimi nepůsobily žádné síly) a úhlem rozptylu ϑ při Rutherfordově rozptylu.



Poznámka: V přednášce (kap. III, paragraf 4) byl vztah mezi těmito veličinami jenom polokvantitativně odhadnut.

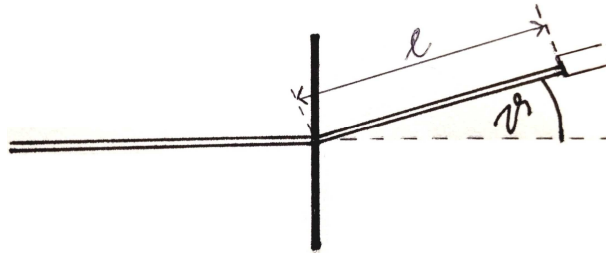
Doporučená literatura:

Beiser A.: *Úvod do moderní fyziky*. Academia, Praha 1975 (str. 121-4).

příp. Vanovič J.: *Atomová fyzika*. Alfa, Bratislava 1980 (str. 66-9).

Vztah odvozený v předcházejícím problému nelze přímo konfrontovat s experimentem, neboť žádným způsobem nelze zjistit záměrnou vzdálenost b odpovídající tomu kterému úhlu rozptylu. Detailní fyzikální interpretaci rozptylu lze proto udělat jenom na základě statistické analýzy experimentálních výsledků.

38. Odvoďte tzv. Rutherfordův vzorec pro rozptyl, tj. výraz udávající počet α -částic odchýlených od původního směru o úhel ϑ a dopadajících na jednotkovou plochu sondy detektoru umístěného ve vzdálenosti l od místa dopadu primárního svazku α -částic na fólii.



Doporučená literatura:

Beiser A.: *Úvod do moderní fyziky*. Academia, Praha 1975 (str. 125-8).

příp. Vanovič J.: *Atomová fyzika*. Alfa, Bratislava 1980 (str. 70-1).

39. Jaké závěry byly učiněny (lze učinit) na základě porovnání Rutherfordova vzorce s experimentálními výsledky?

40. Užitím aparátu klasické mechaniky odvoďte vztah spojující poloměr r kruhové dráhy elektronu v planetárním modelu atomu vodíku s velikostí rychlosti v resp. frekvencí f jeho obíhání kolem jádra. (Ve starší literatuře je tento vztah označován jako „klasická/podmínka mechanické stability kruhové dráhy“.)

41. Uveďte co nejvíce argumentů svědčících a) pro,
b) proti planetárnímu modelu atomu.

42. Odhadněte dobu života planetárního atomu.

Návod: Celková energie elektronu obíhajícího po kruhové dráze o poloměru r se vypočte jako součet jeho energie kinetické a potenciální. Při úpravě tohoto výrazu vyjádřete velikost rychlosti v jeho obíhání pomocí poloměru dráhy r užitím „podmínky mechanické

stability“, zmiňované v úloze 40. Derivací tohoto výrazu podle času se dostane časová změna energie elektronu, pro niž však platí i obecný vztah

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3},$$

kde a je – v tomto případě – dostředivé zrychlení kroužícího elektronu.

43. Jedním z experimentálních faktů, na nichž ztroskotala klasická fyzika, je čarový charakter optických spekter atomů (vysvětlete). Ve spektrech atomů vodíkového typu (tj. atomů, resp. iontů, majících ve svém obalu jediný elektron) se sdružují spektrální čáry do sérií, v nichž jsou vlnočty jednotlivých čar vyjádřeny tzv. zobecněným Balmerovým vzorcem

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

kde k (definující sérii), n (určující čáru v sérii) jsou přirozená čísla ($k < n$), Z je atomové číslo, R je (původně empiricky zjištěná) Rydbergova konstanta. Na základě Bohrova modelu atomu určete:

- a) poloměry kruhových drah elektronu v atomu vodíkového typu,
 - b) rychlost a energii elektronu na těchto drahách,
 - c) vlnočty spektrálních čar atomu vodíkového typu.
44. Najděte deset nejnižších hodnot energie (elektronu v) atomu vodíku. Bohrem uvažované hodnoty energie jsou záporné: $E_n \in \langle -13,6, 0 \rangle$ eV. Jaké fyzikální situaci odpovídá oblast kladných energií?
45. Jaké spektrální čáry se objeví ve viditelné oblasti spektra při excitaci vodíkových atomů elektrony o energii 12,8 eV?
46. Empiricky určená hodnota Rydbergovy konstanty činí $109\,677\,58,1\text{ m}^{-1}$. Vypočtete její hodnotu teoreticky
- a) za předpokladu, že atomové jádro je nekonečně těžké,
 - b) při uvážení skutečné hmotnosti atomového jádra.
47. Zjistěte, zda se sousední série v optickém spektru vodíku mohou překrýt.
48. Vypočtete intervaly vlnové délky (frekvence), v nichž leží prvních šest sérií (Lymanova, Balmerova, Paschenova, Brackettova, Pfundova, Humpreyova) optického spektra vodíku.
49. Jak se projeví ve spektru žhavého vodíku skutečnost, že jde o směs dvou izotopů: lehkého vodíku H a těžkého vodíku (deuteria) D? Bylo by možné určit spektroskopickým měřením jejich koncentraci ve směsi?

50. Vlnočty čar tzv. Pickeringovy série vyhovují Balmerovu vzorci

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

modifikovanému tak, že n nabývá hodnot 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5... Na základě Bohrova modelu atomu vodíkového typu objasněte její původ.

Jednou z hlavních potíží, na niž se naráželo při pokusech aplikovat fyziku přelomu 19. a 20. století – správně vysvětlující fyzikální jevy v makrosvětě – na děje probíhající v mikrosvětě, byl nespojitý (kvantový) charakter změn některých fyzikálních veličin (např. energie harmonických oscilátorů v problému absolutně černého tělesa, projevující se ve vlastnostech jeho záření). Při popisu řady situací mikrosvěta, v nichž se tento fakt neprojevoval (např. pohyb nabitých částic ve vnějších statických elektrických a magnetických polích, tepelný pohyb atomů a molekul v plynech aj.) však byla klasická fyzika velmi úspěšná. V těchto případech se ovšem s jejími závěry musely shodovat i výsledky nově vznikající „fyziky mikrosvěta“. Tento požadavek – známý pod označením **princip korespondence** – se v dobách budování „nové fyziky“ (často metodou zkoušek a omylů) užíval jako prubířský kámen, pomocí něhož byly testovány nové ideje a postupy. Podle něj:

Pro velké hodnoty kvantových čísel musí přivést popis provedený užitím kvantové teorie k týmž výsledkům jako popis klasický.

Toto tvrzení bylo velice užitečným, samozřejmě ne však jediným, nástrojem při konstrukci nové teorie.

51. Podle představ klasické fyziky je emise elektromagnetického záření spojitým procesem podmíněným zrychleným (periodickým) pohybem elektrického náboje. V duchu této interpretace určete frekvenci elektromagnetického záření emitovaného elektronem obíhajícím po kružnici, jejíž poloměr je dán Bohrovou podmínkou pro kvantování kruhových drah.

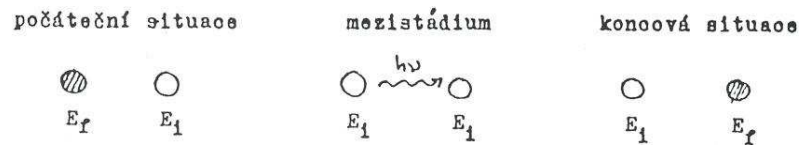
Podle představ zavedených N. Bohrem je emise elektromagnetického záření procesem nespojitě povahy a souvisí s přechodem zdroje záření z energeticky bohatšího stavu do stavu energeticky chudšího. Vypočtěte frekvenci záření emitovaného bohrovským atomem při přechodu z jeho $(n + 1)$ -ho stacionárního stavu do stavu n -tého. Závěry obou postupů porovnejte

- a) v obecném případě,
- b) v případě $n \gg 1$.

52. Určete, jakou minimální energii musí mít objekt o hmotnosti m , aby byl schopen svým nárazem převést objekt o hmotnosti M ze stavu s (vnitřní) energií E_i do stavu s (vnitřní) energií E_f ($E_f > E_i$).

O tuto představu – excitace terče dopadající střelou – se opírá závěr, že výsledky Franckova–Hertzova pokusu (1914) svědčí ve prospěch Bohrových představ (1913) o kvantování energie atomu (I. Bohrův postulát). Další potvrzení této interpretace přinesl pozdější experiment, v němž byla při bombardování atomů elektrony s dostatečně vysokou energií, kromě již pozorovaného úbytku energie elektronů, zjištěna emise elektromagnetického záření, pro jehož frekvenci s vysokou přesností platí $\nu = \frac{1}{h} (E_f - E_i)$ (\sim II. Bohrův postulát).

53. Objekt o hmotnosti M přechází ze stavu s vnitřní energií E_f do stavu s vnitřní energií E_i ($E_f > E_i$) za současné emise fotonu. Najděte energii vyzářeného kvanta.
54. Možnost odrazu terče při nárazu střely, resp. při jeho deexcitaci emisí fotonu, se často ignoruje (viz např. popis Franckova–Hertzova experimentu uvedený v přednášce). Na základě předcházejících výsledků posuďte závažnost tohoto efektu
- při bombardování atomů elektrony, resp. emisí optických fotonů atomy,
 - při vzájemných srážkách atomových jader, resp. emisí „jaderných fotonů“ (γ -fotonů) atomovými jádry.
55. Kroužky v následujících obrázcích představují dva atomy téhož typu nacházející se v různých kvantových stavech ($E_f > E_i$). Je proces znázorněný uvedeným piktogramem reálný?
- Jinými slovy: Může být foton emitovaný atomem v důsledku jeho přechodu mezi dvěma kvantovými stavy $|E_f\rangle \rightarrow |E_i\rangle$ absorbován jiným atomem téhož typu (tj. způsobit v něm opačný přechod $|E_i\rangle \rightarrow |E_f\rangle$)?



Soubor elektronových stavů v atomu majících tutéž hodnotu hlavního kvantového čísla n se nazývá (elektronová) **slupka**. Tyto slupky se tradičně označují velkými písmeny podle následujícího schématu

n	1	2	3	4	5	6	7
označení slupky	K	L	M	N	O	P	Q

Elektronové stavy n -té slupky, které mají tutéž hodnotu orbitálního kvantového čísla l , tvoří tzv. **podslupku**. Konvenční označení podslupek je

l	0	1	2	3	4	5
označení podslupky	s	p	d	f	g	h

V nejjednodušším případě atomu vodíku mají všechny stavy téže elektronové slupky stejnou energii, stavy téže podslupky jsou charakterizovány stejně velkým momentem hybnosti.

Ve víceelektronových atomech se energie jednotlivých podslupek poněkud liší.

Jedním ze základních pravidel pro obsazování elektronových stavů je Pauliho vylučovací princip zakazující přítomnost více než jednoho elektronu v témže stavu.

56. Stanovte maximální možný počet elektronů v jednotlivých podslupkách.

57. Stanovte maximální možný počet elektronů v jednotlivých slupkách.

Druhým základním pravidlem pro obsazování jednotlivých stavů elektrony je požadavek, aby energie (elektronového obalu) atomu byla minimální. Symbol užívaný k zápisu elektronové konfigurace atomu má následující obecnou strukturu:

počet elektronů	počet el.	
SLUPKA podslupka	SLUPKA podslupka	... ,

např. symboly $1s^1$, $1s^2$, $1s^2 2s^1$ vyjadřují elektronové konfigurace základních stavů (tj. stavů s nejnižší energií) atomů vodíku, helia, lithia.

58. Napište elektronové konfigurace základních stavů atomů prvků ze tří prvních period Mendělejevovy periodické tabulky.

59. Napište (a znázorněte graficky) elektronovou konfiguraci sodíku ($Z = 11$) a draslíku ($Z = 19$). Porovnejte svůj výsledek s empirickým závěrem, že počet elektronů ve valenční slupce by měl být v atomech obou prvků stejný. (Na základě čeho tak usuzujeme?)

Případný nesouhlas vysvětlete.

Mendělejevova tabulka je uspořádána do sloupců (grup) tvořených prvky s podobnými chemickými vlastnostmi a řádků (period), které jsou charakterizovány víceméně rovnoměrným přechodem od aktivního kovu přes méně aktivní kovy a slabě aktivní nekovy k vysoce aktivním nekovům a nakonec k inertnímu plynu.

60. Na základě obecných pravidel pro obsazování elektronových stavů odhadněte atomová čísla inertních plynů. (Jde o poslední prvky v jednotlivých periodách.) Svůj odhad porovnejte se skutečnými hodnotami těchto čísel a vysvětlete případný nesouhlas.

Počínaje čtvrtou periodou se v každé periodě Mendělejevovy tabulky objevuje mezi grupami II a III řada tzv. přechodových prvků, které jsou chemicky velice příbuzné.

61. Vysvětlete existenci přechodových prvků.

62. Kolik by existovalo celkem prvků, kdyby všechny elektronové slupky K, L, M, N, O, P mohly být zcela zaplněny?

63. Vysvětlete, proč optické absorpční spektrum prvku obsahuje méně čar než jeho spektrum emisní.

64. Atom, který z procházejícího záření absorbuje určitou vlnovou délku (pohlíí foton určité energie), je tím vybuzen do excitovaného stavu. V něm ovšem nesetrvá, ale vrací se téměř okamžitě zpět do původního stavu za současné emise odpovídajícího fotonu. Jak to, že pozorujeme v procházejícím světle tmavé čáry (absorpční spektrum)?



65. Lze pomocí spektroskopických pozorování zjistit, svítí-li Měsíc a planety vlastním světlem nebo odraženým světlem slunečním? Pokud ano, jak?

66. Objasněte, jak z Barklova rozptylového experimentu (popsaného v přednášce) plyne, že dopadající záření je příčným vlněním.

67. Vysvětlete existenci krátkovlnné hrany $\lambda_{\min} > 0$ spojitého rtg spektra. Odvoďte vztah

$$\lambda_{\min} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6}}{V \text{ [volt]}} \quad [\text{m}]$$

spojující λ_{\min} s urychlujícím napětím V .

68. Běžné rtg přístroje mají – podle účelu svého použití – urychlovací napětí
- asi 50 kV (mikrostrukturní technické rentgeny),
 - až 150 kV (lékařské diagnostické rentgeny),
 - až 400 kV (lékařské terapeutické a technické makrostrukturní rentgeny).

Najděte odpovídající λ_{\min} .

69. Vysvětlete, proč jsou rtg spektra prvků s blízkými atomovými čísly navzájem velmi podobná, zatímco jejich optická spektra se zpravidla značně liší.

70. Zatímco každá z čar optického absorpčního spektra se shoduje s některou čarou příslušného spektra emisního, rtg absorpční spektrum se od svého emisního protějšku diametrálně odlišuje. Vysvětlete. Rtg absorpční spektrum popište.

71. Spektrální analýza umožňuje zjistit, které prvky vyšetřovaný vzorek obsahuje. Lze pomocí ní zjistit, zda jde o jejich směs a nebo sloučeninu?

72. Rtg filmy se vkládají do přístroje v neprůhledných hliníkových kazetách, jejichž stěny rtg záření při expozici prosvítí. Laborant se přitom na pacienta dívá průhledným skleněným okénkem. Není to pro něj nebezpečné?

73. V obrazovce televizoru jsou elektrony urychlené napětím ≈ 20 kV zachyceny její fluoreskující přední stěnou. Nedochozí při tom k emisi rtg záření? Není to pro diváka nebezpečné?
74. Rtg záření vznikající v atomu může být absorbováno jeho vlastními elektrony, v důsledku čehož dochází k jejich uvolnění (tzv. Augerův jev). Vypočtete rychlost takového elektronu, který byl uvolněn ze druhé slupky atomu wolframu absorpcí fotonu K_α , víte-li, že rtg absorpční hrany K, L wolframu jsou po řadě 0,178 Å a 1,02 Å.
-
75. Vyjádřete de Broglieovu vlnovou délku relativistické částice, pohybující se s hybností p , pomocí její klidové energie m_0c^2 a
- její celkové relativistické energie E ($E = p^2c^2 + m_0^2c^4$),
 - její kinetické energie $T = E - m_0c^2$.
76. Jaká je de Broglieova vlnová délka elektronu, pohybujícího se s kinetickou energií 20 keV, která je typická pro elektrony v obrazovce barevného televizoru?
77. Rozlišovací schopnost mikroskopu je zhruba dána vlnovou délkou záření, s nímž toto zařízení pracuje. Určete kinetickou energii elektronů v elektronovém mikroskopu, která by byla potřebná k rozlišení objektů o velikosti
- 10^{-6} m (virus),
 - 10^{-8} m (molekula DNA),
 - 10^{-10} m (atom),
 - 10^{-15} m (nukleon).
- Jsou všechny tyto možnosti prakticky realizovatelné?
78. Elektronový mikroskop pracuje s elektrony o energii 40 keV. Vypočtete jeho maximální rozlišovací schopnost za předpokladu, že se rovná vlnové délce elektronu.
79. Elektron a foton mají oba energii 1 eV. Jaké jsou jejich vlnové délky?
80. Vypočtete de Broglieovu vlnovou délku elektronu, atomu vodíku a atomu uranu ^{238}U , má-li každá z těchto částic energii 100 eV.
81. Vypočtete de Broglieovu vlnovou délku pro objekt
- o hmotnosti 1 g, pohybující se rychlostí $1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$,
 - o hmotnosti 1 kg, pohybující se rychlostí $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
82. Jaké rozměry musí mít štěrby, vymezující pohyb elektronů a protonů v různých zařízeních (obrazovkách, urychlovačích částic apod.), aby se elektrony o energii 10 eV a protony o energii 1 MeV chovaly jako klasické částice a nevykazovaly výraznější difrakční jevy?
83. Jakou kinetickou energii musí mít neutrony, aby jejich difrakce na krystalech s mřížkovými konstantami v rozmezí 0,25–0,6 nm byla co nejvýraznější?

84. Svazek elektronů dopadá na přirozenou plochu monokrystalu pod úhlem $\vartheta = 60^\circ$ (měřeno od kolmice k povrchu) a maximum odražených elektronů se pozoruje pod úhlem rovným úhlu dopadu. Jakým napětím byly elektrony urychleny, jde-li o maximum prvního (druhého, třetího) řádu?

Konstanta krystalové mříže je $d = 0,24 \text{ nm}$, lom elektronů v krystalu se zanedbává.

85. V jednom z Davissonových–Germerových pokusů na odraz elektronů od monokrystalu niklu se pozoruje maximum čtvrtého řádu ve směru, který svírá úhel $\alpha = 55^\circ$ se směrem dopadajících elektronů. Kinetická energie dopadajících elektronů je $T = 180 \text{ eV}$. Vypočtete mezivinnou vzdálenost toho systému atomových rovin, na němž odraz (interference) nastává, a určete úhel, který tyto roviny svírají s povrchem krystalu.

Poznámka: Při Davissonových–Germerových pokusech dopadá svazek elektronů kolmo na sbroušenou rovinu, nikoli na přirozenou plochu monokrystalu.

86. Výraz $\Phi = A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2}$ převedte do tvaru $\Phi = A e^{i\varphi}$, tj. vyjádřete veličiny A , φ pomocí veličin A_1 , φ_1 , A_2 , φ_2 . Vypočtete intenzitu tohoto vlnového pole.

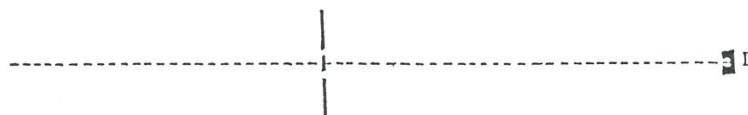
87. V bodě P na obrázku je umístěna sonda Geigerova–Müllerova počítače. Amplituda vlny vycházející ze štěrbin A a dopadající do bodu P je v relativních jednotkách $\psi_A = 2$; amplituda vlny přicházející od štěrbin B je $\psi_B = 6$. Je-li otevřena pouze štěrbina A , dopadá do bodu P 100 elektronů za sekundu. Kolik elektronů bude registrováno za sekundu v bodě P ,

- je-li otevřena jen štěrbina B ,
- jsou-li otevřeny obě štěrbin a dochází-li ke konstruktivní interferenci,
- jsou-li otevřeny obě štěrbin a dochází-li k destruktivní interferenci?



88. Jaké rozdělení intenzity se bude pozorovat v dvojštěrbinovém interferenčním experimentu, propouští-li štěrbina B čtyřikrát více elektronů než štěrbina A ?

89. Detektor D umístěný v ose symetrického difrakčního zařízení zaznamená v případě, že je otevřena jen jedna štěrbina, dopad 1000 elektronů za minutu. Kolik elektronů zaregistruje za stejný časový interval, otevřeme-li i druhou štěrbinu?



90. Jaké vlnové pole popisuje funkce $\psi_k(x, t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$?

- Určete: a) tvar vlnoploch,
 b) vlnovou délku,
 c) směr pohybu,
 d) rychlost pohybu.

91. Vyšetřete lokalizaci a pohyb vlnového pole $\Psi(x, t)$, které vznikne superpozicí rovinných monochromatických vln $\psi_k(x, t)$ z velmi úzkého intervalu $k \in \left\langle k_0 - \frac{\Delta k}{2}, k_0 + \frac{\Delta k}{2} \right\rangle$

$$\Psi(x, t) = \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} c(k) \psi_k(x, t) dk, \quad \text{přičemž } c(k) = C = \text{konst.}$$

92. Vyšetřete lokalizaci vlnového pole $\Psi(x, t)$, které vznikne superpozicí de Broglieových vln $\varphi_p(x, t)$ z intervalu (obecné délky Δp) $p \in \left\langle p_0 - \frac{\Delta p}{2}, p_0 + \frac{\Delta p}{2} \right\rangle$

$$\Psi(x, t) = \int_{p_0 - \frac{\Delta p}{2}}^{p_0 + \frac{\Delta p}{2}} c(p) \varphi_p(x, t) dp, \quad \text{kde } c(p) = C = \text{konst.}$$

v časovém okamžiku $t = 0$.

Výsledkem předcházejícího příkladu je mj. relace neurčitosti

$$\Delta p \cdot \Delta x \approx 2h. \quad (3)$$

Jiná volba funkce $c(p)$ by sice zkomplikovala matematický postup, ale mohla by přivést k menšímu faktoru na pravé straně (3) a tím k přesnějšímu současnému určení obou veličin. Problém minimalizace tohoto faktoru řešil Werner Heisenberg již v práci, v níž relaci neurčitosti zavedl (1927), a zjistil, že jeho minimální hodnota odpovídá volbě

$$c(p) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi} \sqrt[4]{\langle (p - p_0)^2 \rangle}} \cdot e^{-\frac{(p - p_0)^2}{4\langle (p - p_0)^2 \rangle}}, \quad p \in (-\infty, +\infty).$$

93. Za předpokladu $t = 0$ vytvořte klubko de Broglieových vln s těmito koeficienty. Ve stavu popsaném takto získanou vlnovou funkcí vypočítejte střední hodnoty

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x |\Psi(x, 0)|^2 dx, \quad \langle p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} p |c(p, 0)|^2 dp$$

a tzv. rozptyly $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle, \quad \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle.$

93a. V předcházejícím příkladu uvolněte předpoklad $t = 0$, tj. vyšetřete, jak se bude (gaussovské) vlnové klubko vyvíjet v čase.

94. Najděte fázovou a grupovou rychlost de Broglieových vln pro relativistickou částici s energií E a hybností p .

95. Připravte krátký referát o vývoji fyzikální interpretace de Broglieových vln.

96. Porovnejte neurčitost rychlosti elektronu a protonu, jsou-li obě částice uvězněny v oblasti s lineárním rozměrem 1 \AA .

97. Najděte neurčitost rychlosti

a) elektronu uvnitř atomu,

b) prachové částice o hmotnosti 10^{-12} g , jejíž poloha může být určena s přesností 10^{-6} cm .

Je možné užívat k jejich popisu klasické fyziky?

98. Nemožnost určit současně s libovolnou přesností polohu a hybnost mikroobjektu, vyplývající z relace neurčitosti, nedovoluje při popisu jevů mikrosvěta zavést (v makrosvětě samozřejmý) pojem trajektorie objektu. Jak se s tímto závěrem slučuje možnost pozorovat stopy mikročástic ve Wilsonově mlžné komoře? Po obecném komentáři proveďte kvantitativní rozbor pro elektrony o energii 1 keV .

99. Porovnejte neurčitost δv rychlosti v makroskopického objektu (např. nejmenší součástky v náramkových hodinkách) související s určením jeho polohy s přesností δx se změnou této veličiny Δv způsobenou nárazem molekuly vzduchu.

100. Na základě definice atomové hmotnostní jednotky stanovte její číselnou hodnotu.

101. Odhadněte hustotu jaderné materie.

102. Na základě znalosti hmotností

$$\text{neutronu} \quad m(^1\text{n}) = 1,008665 u$$

$$\text{atomu vodíku} \quad m(^1\text{H}) = 1,007825 u$$

$$\text{a atomu deuteria} \quad m(^2\text{H}) = 2,014102 u$$

vypočtete vazebnou energii deuteronu. Srovnáním s vazebnou energií atomu vodíku (= ionizační energie) si lze učinit představu o relativní velikosti silné a elektromagnetické interakce.

103. Načrtněte průběh Yukawova potenciálu $U(r) = -\frac{U_0 R_0}{r} e^{-\frac{r}{R_0}}$.

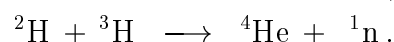
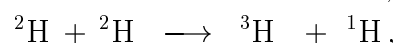
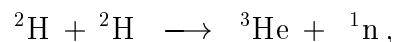
104. Vypočtete energii Q uvolněnou při jaderném štěpení popsaném rovnicí



$$m(^{235}\text{U}) = 235,043924 u, \quad m(^{140}\text{Ce}) = 139,905433 u,$$

$$m(^1\text{n}) = 1,008665 u, \quad m(^{94}\text{Zr}) = 93,906315 u.$$

105. Vypočtete energie Q uvolněné při jaderných syntézách popsaných rovnicemi



$$m(^1\text{H}) = 1,007825 u, \quad m(^1\text{n}) = 1,008665 u,$$

$$m(^2\text{H}) = 2,014102 u, \quad m(^3\text{He}) = 3,016028 u,$$

$$m(^3\text{H}) = 3,016053 u, \quad m(^4\text{He}) = 4,002606 u.$$

106. Produktem radioaktivního rozpadu látky a (rozpadová konstanta λ_a) je látka b , která je rovněž radioaktivní (rozpadová konstanta λ_b). Zjistěte, jak se mění množství N_b látky b v závislosti na čase, bylo-li na počátku $N_b(0) = 0$. Načrtněte závislosti $N_a(t)$, $N_b(t)$, $N_c(t)$ za předpokladu, že poločas rozpadu a je menší než poločas rozpadu b , a látka c , která je produktem radioaktivního rozpadu b , je stabilní.

-
107. Ukažte, že uran ^{238}U se nemůže samovolně rozpadnout tak, aby emitoval proton.

$$\begin{aligned} m(^{238}\text{U}) &= 238,05079 \text{ u}, \\ m(^{237}\text{Pa}) &= 273,05121 \text{ u}, \\ m(^1\text{H}) &= 1,007825 \text{ u}. \end{aligned}$$

108. Měření vzorku horniny z Měsíce na hmotnostním spektroskopu ukázala, že poměr počtu přítomných (stabilních) atomů argonu ^{40}Ar k počtu (radioaktivních) atomů draslíku ^{40}K je 10,3. Předpokládejte, že všechny argonové atomy vznikly rozpadem draslíku s poločasem rozpadu $1,29 \cdot 10^9$ let. Jaké je stáří horniny?

109. V Mendělejevově periodické tabulce vypadá políčko hořčíku takto:

$$\begin{array}{c} 12 \\ \text{Mg} \\ 24,312 \end{array}$$

Existují tři izotopy hořčíku:

$$^{24}\text{Mg}, \text{ atomová hmotnost } 23,98504 \text{ u},$$

$$^{25}\text{Mg}, \text{ atomová hmotnost } 24,98584 \text{ u},$$

$$^{26}\text{Mg}, \text{ atomová hmotnost } 25,98259 \text{ u}.$$

Výskyt izotopu ^{24}Mg je 78,99%. Určete výskyt zbývajících dvou izotopů.

110. 5,00 g dřevěného uhlí z dávného ohniště má aktivitu uhlíku ^{14}C 63,0 rozpadů za minutu. Živý strom má aktivitu uhlíku ^{14}C 15,3 rozpadů za minutu z 1,00 g. Poločas rozpadu uhlíku ^{14}C je 5730 let. Jak starý je vzorek dřevěného uhlí?