

F1610 Úvod do práce v laboratoři, zápočtové příklady pro studenty kombinovaného studia

1. Najděte vztah pro výpočet standardní odchylky veličiny y , která je funkcí přímo měřených veličin a , b , c , d . Veličina k je konstanta. Vyjádřete jako absolutní i relativní chybu:

(a) $y = a^2 + b^2$

(b) $y = k \frac{a}{b} (c + d)$

(c) $y = ka^2b^3$

(d) $y = a^2(b^2 + cd)$

(e) $y = \sqrt{\frac{a}{b}}$

2. Pomocí studentových koeficientů určete intervaly spolehlivosti (50% , 68% a 99%) z následující tabulky měření délky:

n	l(cm)
1	32,3
2	31,8
3	32,0
4	33,0

3. Ze čtyř měření byl získán interval spolehlivosti 68%

$$x = (328,1 \pm 0,7)$$

Určete interval spolehlivosti 50% a 99% .

4. Vyhodnoťte měření hustoty materiálu kuličky.

Měření průměru:

i	d(mm)
1	13,24
2	13,21
3	13,28
4	13,31
5	13,20

Měření hmotnosti bylo zjištěno:

$$m = (10,325 \pm 0,003)g$$

kde interval spolehlivosti je dán krajní chybou.

Korigujte vážení na vliv vztlaku v atmosféře. Použili jste mosazná závaží.

5. Vlastníte pozemek obdélníkového tvaru s rozměry přibližně 50×30 m. Pro jeho přesnější zaměření máte jen ocelové pásmo délky 10 m. Lze odhadnout, že při jednom měření délky tímto pásmem se dopustíte chyby ± 2 mm. S jakou chybou jste schopni určit plochu pozemku? Diskutujte smysluplnost tohoto snažení s ohledem na jiné efekty, které mohou výsledek měření zatížit systematickou chybou.
6. Jak dlouho musíme měřit kmity matematického kyvadla délky 1m, abychom určili tíhové zrychlení s přesností na 0,1% ? Máme k dispozici stopky, které měří čas na 0,1s.

7. Hmotnost látky vyloučené při elektrolýze je dána vztahem

$$m = AIt$$

kde $A = 0,32941 \text{ mg C}^{-1}$ (pro měř vyloučenou z modré skalice), I je elektrický proud a t čas. Jak dlouho musíme nechat protékat elektrický proud, abychom jeho hodnotu určili na 0,1%? Předpokládejme, že vážíme s chybou asi 1mg. Víte, že $I \approx 100\text{mA}$.

8. Při měření momentu setrvačnosti válce byly naměřeny následující hodnoty průměru:

i	d (mm)
1	20,5
2	20,4
3	20,3
4	20,3
5	20,6

Vážením byla určena hmotnost válce jako $m = (334,2 \pm 0,3) \text{ g}$ (krajní chyba).

(a) Vyhodnoťte toto měření.

(b) Které měření - hmotnost či průměr - by bylo vhodné zpřesnit a kolikrát?

9. Připravujete se k měření Youngova modulu pružnosti z průhybu tyče obdélníkového průřezu. Přibližné rozměry tyče jsou: délka $l = 1\text{m}$, šířka $b = 2\text{cm}$, tloušťka $a = 1\text{cm}$. Očekáváte, že maximální průhyb tyče bude do 1mm. Z níže uvedené tabulky vyberte ty přístroje, které jsou pro měření jednotlivých veličin optimální.

měřidlo	citlivost	rozsah
ocelové pásmo	0,5mm	1,5m
posuvné měřítko	0,1mm	20cm
mikrometr	0,01mm	2cm
indikátorové hodinky I	0,005mm	1cm
indikátorové hodinky II	0,001mm	1mm

Pozn.: Optimální není vždy nejpreciznější. V tomto modelovém příkladě předpokládáme, že měření přesnějším přístrojem je pracnější popř. i dražší. Optimální měření je tedy to, kdy získáme maximální přesnost za minimální "cenu".

10. Odhadněte, jak je nutné stabilizovat teplotu v místnosti, aby se kyvadlové hodiny neodchýlily o více než 5s za týden.

Pozn.: Je zřejmé, že hodiny mohou za týden ukázat čas s malou odchylkou i v případě, kdy teplota bude značně kolísat. Není tedy nutné stabilizovat okamžitou teplotu, ale je třeba zajistit, aby změna její střední hodnoty nepřesáhla jistou mez. Skoková změna střední hodnoty teploty může nastat například při zahájení topné sezóny.

11. Aristarchos ze Samu (310(?) - 200 př. n. l.) měřil vzdálenost Země - Slunce (ZS) (vyjádřenou vzhledem k jednotkové vzdálenosti Země - Měsíc (ZM)) následujícím způsobem: Vyčkal na okamžik, kdy tělesa Země, Měsíc a Slunce zaujaly konfiguraci ve vrcholech pravoúhlého trojúhelníka s Měsícem u vrcholu s pravým úhlem. Pak ze Země změřil úhel mezi zornými paprsky Země-Měsíc a Země-Slunce. Takto lze z jednoduché geometrie vyjádřit vzdálenost ZS pomocí vzdálenosti ZM. Určete, jak přesně by Aristarchos musel měřit zmíněný úhel, aby zjistil poměr ZS/ZM s přesností na 1%? Jaké jiné experimentální problémy by mu zřejmě zcela znemožnily zjistit vzdálenost ZS s touto přesností? Pro výpočet použijte dnes známých středních hodnot vzdáleností ZS a ZM.

Pozn.: Aristarchos tento experiment skutečně provedl a získal hodnotu, která je asi 70 krát menší, než hodnota skutečná. Nicméně i tak je tento výsledek hoděn uznání, protože Aristarchos tímto a několika dalšími experimenty získal velmi realistický obrázek o uspořádání blízkého vesmíru.

12. Ručkový ampérmetr třídy přesnosti 0,5 ukazuje hodnotu 152 mA na rozsahu 200 mA. Jaká je střední kvadratická chyba této hodnoty? Chybu vyjádřete absolutně i relativně.
13. V návodu digitálního multimetru MIT 380 je zadán následující vztah pro výpočet chyby měření stejnosměrného napětí

$$100\text{ppm MH} + 20\text{ppm MHMR}$$

kde MH značí měřenou hodnotu a MHMR maximální hodnotu měřicího rozsahu. Předpokládejte, že měříte napětí 8,212V na rozsahu 15V. Určete střední kvadratickou chybu měřené hodnoty.

14. Při měření odporu z Ohmova zákona byly získány tyto výsledky: Proud 170mA byl měřen ručkovým ampérmetrem třídy přesnost 0,5 s aktuálním měřicím rozsahem 300mA. Měřením napětí na digitálním přístroji byla získána hodnota 4,721V; měřeno bylo na rozsahu 6V, pro který výrobce udává krajní chybu 0,1% MH + 0,2% MHMR. Pro měření bylo použito zapojení s voltmetrem paralelně k měřenému odporu a ampérmetrem přímo sériově se zdrojem. Určete hodnotu odporu a střední kvadratickou chybu. Diskutujte možný vliv měřicích přístrojů na systematickou chybu měření vzhledem k typickým vlastnostem použitých přístrojů.
15. Metodou nejmenších čtverců proložte přímkou následujícími body:

x	y
1	0,29
2	0.70
3	0.95
4	1,40
5	1,70

Výpočet proveďte buď ručně a nebo pomocí vlastního vámi sestaveného programu v některém programovacím jazyku. Ve druhém případě přiložte k řešení výpis použitého programu.