Obecný rozbor charakteru řešení Schr. r. – klasifikace podle pásem energií

– vlastnosti řešení stacionární Schr. rovnice pro obecný 1D potenciál

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right]\psi(x) = E\psi(x) \quad \rightarrow \quad \psi''(x) = \frac{2m}{\hbar^2}\left[V(x) - E\right]\psi(x)$$

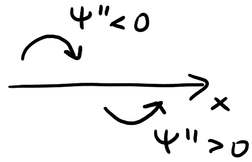
předpokládáme $V(x)$ spojitý nebo s konečným počtem skoků konečné výšky

$\rightarrow$ $\psi(x)$ je spojitá a hladká funkce

- chování vlnové funkce

1) klasicky dostupný interval $E > V(x)$:

ψ'' a ψ mají opačná znaménka $\rightarrow$ ψ oscilující kolem nuly

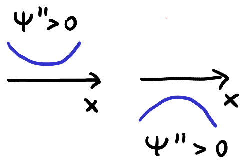


2) klasicky nedostupný interval $E < V(x)$:

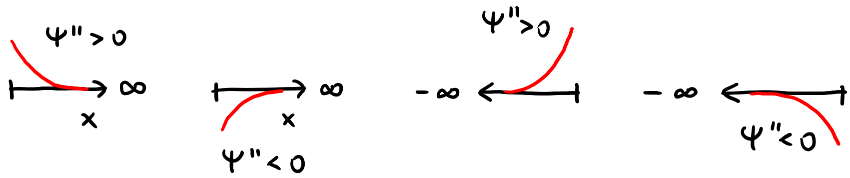
ψ'' a ψ mají stejné znamení $\rightarrow$ ψ odkloněné od osy x a zrychluje se vzdáleností,

na neomezeném intervalu musí exponenciálně vyhynout

omezený interval:



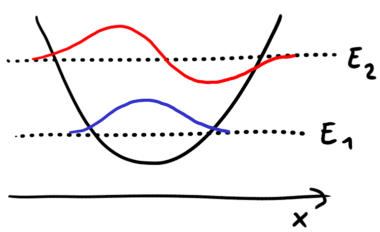
polonekonečný interval:



3) klasické body obratu $E = V(x_0)$ $\rightarrow$ inflexní bod $\psi''(x_0) = 0$

- povaha souboru vlastních energií (spektrum vlastních energií) a příslušných ψ

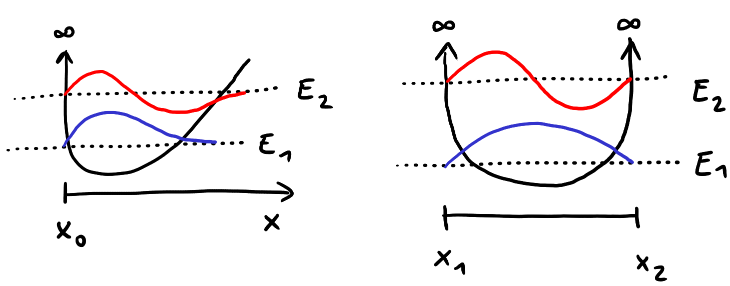
1) případ $V(x) \rightarrow +\infty$ pro $|x| \rightarrow \infty$



- diskrétní sada energií $E_1 < E_2 < E_3 < \dots$
- vázané stavy s $\psi_1, \psi_2, \dots$ ψ_n má $n-1$ uzlů
- každé energii přísluší právě jedno ψ (nedegenerované stavy)

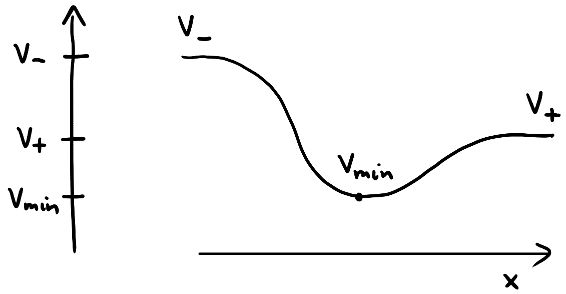
2) případ $V(x) \rightarrow +\infty$ pro $x \rightarrow \infty$ a x_0

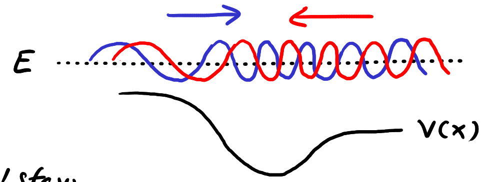
a případ $V(x) \rightarrow +\infty$ pro $x \rightarrow x_1, x_2$



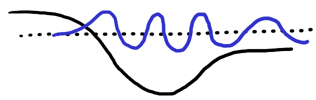
- polonekonečná a nekonečná jáma
- soubor řešení jako v prvním případě, ψ navíc splňují buď $\psi(x_0) = 0$ nebo $\psi(x_1) = \psi(x_2) = 0$

3) případ s omezeným potenciálem (jen jedna možnost pro ilustraci)

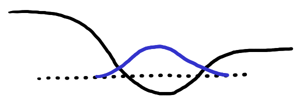




pásmo $E > V_-$
- spojité spektrum vlastních energií
- pro každou energii dva nezávislé rozptylové stavy



pásmo $V_+ < E < V_-$
- spojité spektrum vlastních energií
- pro každou energii jeden rozptylový stav



pásmo $V_{min} < E < V_+$
- diskrétní spektrum vlastních energií (konečný počet)
- sada nedegenerovaných vázaných stavů

pásmo $E < V_{min}$
- řešení neexistuje

Pozn. Normovat (na $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1$) lze jen vázané stavy, rozptylové dávají $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx \to \infty$