Domácí úkol 12.

Příklad 1. Dokažte následující identity pro diferenciální operátory. Předpokládejte, že vektorová a skalární pole, na které budeme operátory působit, jsou diferencovatelná až do potřebného řádu. Symbolem $\vec{F}\vec{\nabla}$ rozumíme operátor $\vec{F}_1\frac{\partial}{\partial x} + \vec{F}_2\frac{\partial}{\partial y} + \vec{F}_3\frac{\partial}{\partial z}$ působící na vektorové pole po složkách.

$$\vec{\nabla}\,(\vec{F}\,\vec{G}) = (\vec{G}\,\vec{\nabla})\,\vec{F} + (\vec{F}\,\vec{\nabla})\,\vec{G} + \vec{G} \times rot\,\vec{F} + \vec{F} \times rot\,\vec{G}$$

Příklad 2.

a) Vypočítejte gradient funkce h:

$$h(x, y, z) = \frac{4}{z}\sqrt{x\ln y}$$

b) Vypočítejte div $\vec{F}$ a rot $\vec{F}$

$$\vec{F}(x, y, z) = (x\ln(y + z),\ 3y\ln(x + z),\ 2z\ln(x + y))$$