Domácí úkol 3.

Příklad 1.

Jsou dány vektory $u = (1, 2, 0)$, $v = (2, 1, -1)$, $w = (1, -1, -1)$ a $c = (0, 0, 1)$ v $\mathbf{R}^3$. Zjistěte, zda existuje lineární zobrazení $\varphi : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ takové, že:
$\varphi(u) = (1, 2), \varphi(v) = (2, 3), \varphi(w) = (1, 1), \varphi(c) = (0, 0)$

Příklad 2.

Nechť $\mathbf{P}[n]$ je vektorový prostor všech polynomů s reálnými koeficienty stupně nejvýše n. Definujme zobrazení $\varphi : \mathbf{P}[n] \to \mathbf{P}[n]$ takto:

$$\mathbf{P}[n] \ni P(x) \to \varphi(P(x)) = P'(x) \in \mathbf{P}[n],$$

kde $P'(x)$ značí derivaci polynomu $P(x)$.

a) Dokažte, že φ je lineární zobrazení.
b) Určete jádro (Kerφ) a obraz (Imφ), hodnost (dimenze Imφ) a defekt (dimenze Kerφ) tohoto zobrazení.