Konzultační cvičení
Mechanika F1030

14. září 2022

Michael Krbek

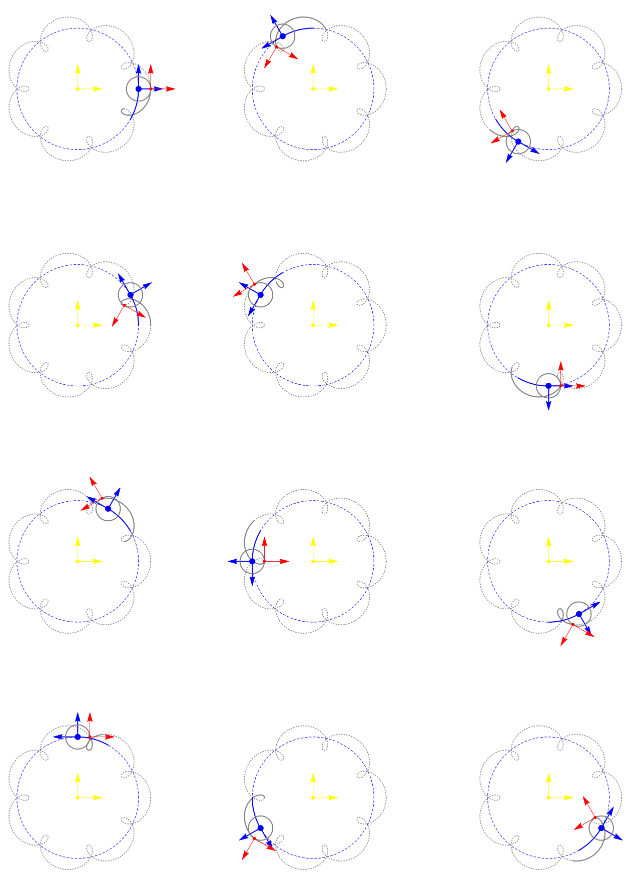
Pokyny pro písemné vypracování úloh

Pište čitelně a jasně. Prostě tak, aby řešení byli schopni pochopit Vaše kamarádky, kamarádi a zejména opravovatelé a konzultanti, kteří rozhodují o tom, zda bude řešení přijato. Součástí vypracovaného řešení by měl být diagram, graf a/nebo obrázek. Každý musí vypracovat vlastní řešení, zejména od ostatních ani odjinud řešení neopisujte ani svá řešení nikomu neposkytujte. Řešení vždy vypracujte nejprve obecně, tj. uveďte výpočet, jenž obsahuje proměnné. Případné zadané číselné hodnoty dosazujte až úplně na závěr a číselné výsledky správně zaokrouhlujte. Příklady označené $\star$ jsou náročnější. Z každé ze tří sad příkladů si vyberte alespoň dva příklady dle svého uvážení.

K odevzdání do 15.10.

Příklad 1. Vrhem vymetená plocha. Uvažte šikmý vrh v homogenním gravitačním poli Země na vodorovné rovině. Velikost počáteční rychlosti vrženého hmotného bodu nechť je v. Pod jakým úhlem α jej musíme vrhnout, aby svislá plocha vymetená mezi jeho drahou a vodorovnou rovinou byla maximální? Tíhové zrychlení označte g, odpor vzduchu zanedbejte.

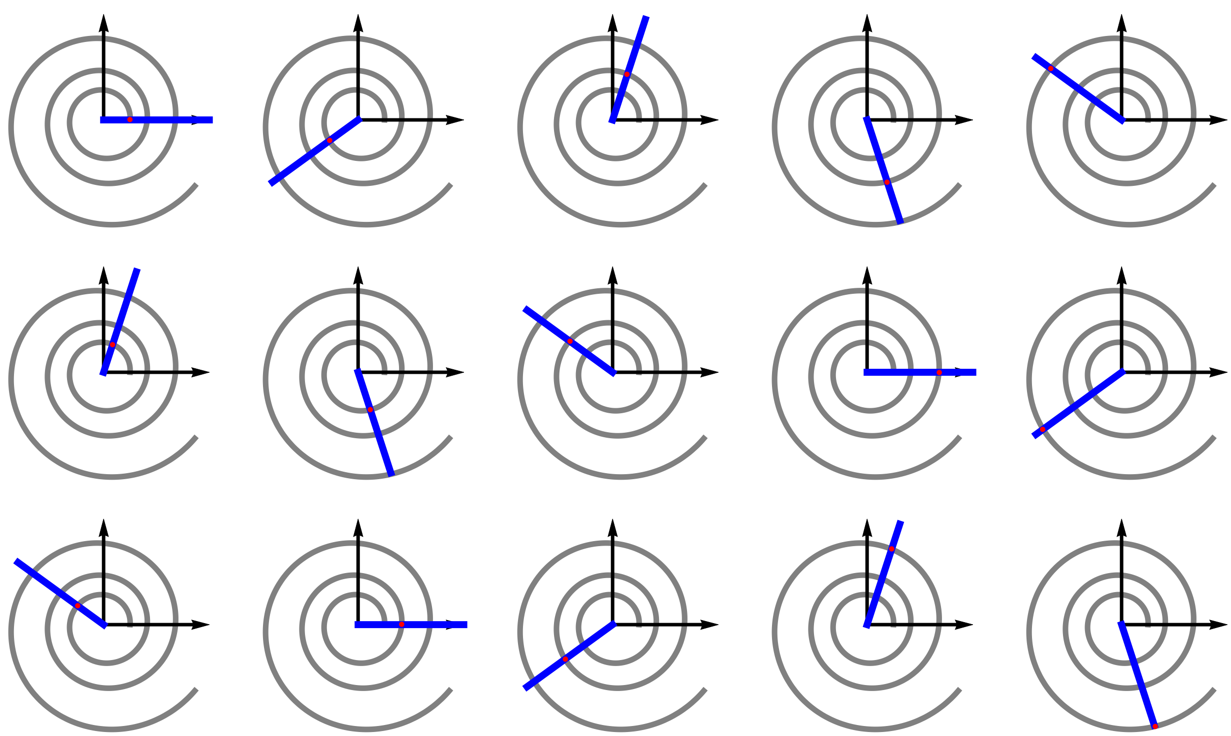
Příklad 2. Slunce a Země v rovině. Uvažme dva kruhy v rovině, nazvěme je Slunce a Země. Střed Země obíhá po kružnici o poloměru R kolem středu Slunce a to s úhlovou frekvencí Ω. Země o poloměru r se otáčí kolem svého středu a vzhledem ke spojnici středu Slunce a Země s úhlovou frekvencí ω. Oba otáčivé pohyby jsou ve stejné rovině. Napište závislost polohy, rychlosti a tečného a normálového zrychlení středu Slunce na čase vzhledem k pozorovateli na povrchu Země. Animace pro shodné hodnoty parametrů jako obrázek je na `https://www.physics.muni.cz/~krbek/slunce_planeta.gif`.



Obrázek pro $\omega/\Omega = 8$ a $R/r = 5$.

Příklad 3. Kulička na nakloněné rovině. Po nakloněné rovině o úhlu sklonu α skáče kulička. Její počáteční rychlost v bodě ležícím na nakoněné rovině a vzhledem k nakloněné rovině má velikost v, s nakloněnou rovinou svírá úhel β a leží ve svislé rovině kolmé na rovinu nakloněnou. Jak daleko od místa, odkud byla vyhozena z povrchu nakloněné roviny, se kulička dostane po n dokonale pružných odrazech od ní? Zvolte vhodným způsobem soustavu souřadnic. Výpočet napřed proveďte pro jeden odraz, potom pro dva odrazy a následně se jej pokuste zobecnit pro n odrazů.

Příklad 4. Rotující tyč.⋆ Tyč rovnoměrně rotuje v rovině kolem jednoho svého konce úhlovou rychlostí o velikosti ω. Podél tyče se pohybuje bod, jehož velikost rychlosti v vzhledem k tyči je dána vztahem $v = ar$, kde $a > 0$ a r je vzdálenost od osy rotace. Jaký úhel svírají vektor rychlosti a zrychlení bodu v soustavě pevně spojené s rovinou rotace?



Tyč rotující rychlostí $\omega = 4\pi \mathrm{s}^{-1}$ a s $a = 1\mathrm{s}^{-1}$. Animace pro shodné hodnoty parametrů jako obrázek je na `https://www.physics.muni.cz/~krbek/rotujici_tyc.gif`.

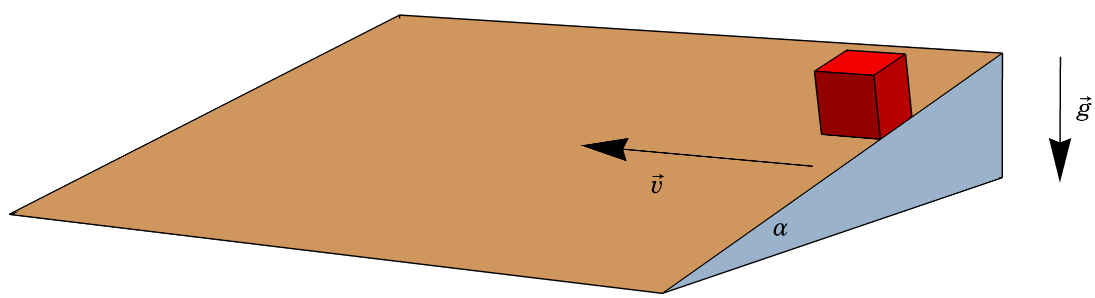
K odevzdání do 12.11.

Příklad 5. Kostka na nakloněné rovině. Kostka o hmotnosti m je vržena s vodorovnou počáteční rychlostí o velikosti v podél nakloněné roviny o úhlu sklonu α. Koeficient dynamického tření mezi kostkou a rovinou je μ. Rozměry kostky zanedbejte.

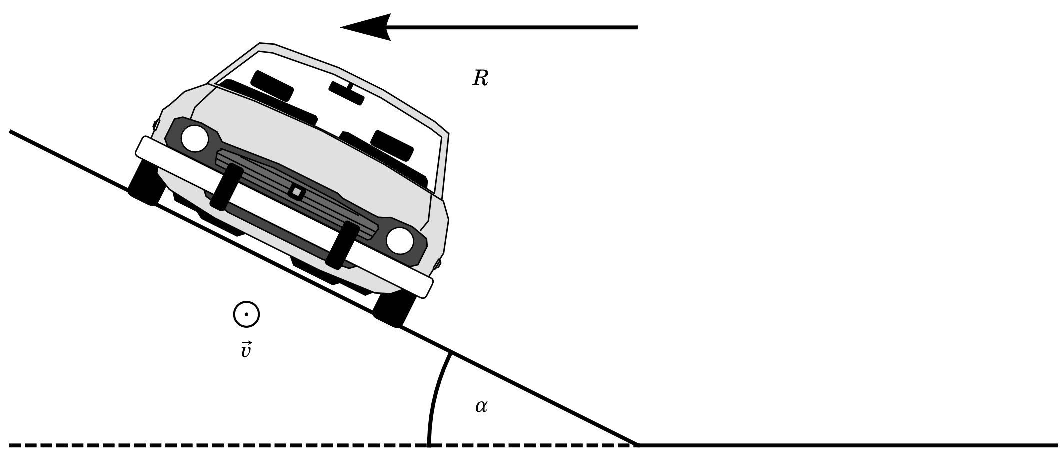
(a) Určete, která tělesa a jakými silami působí na kostku.

(b) Zapište druhý Newtonův zákon pro kostku.

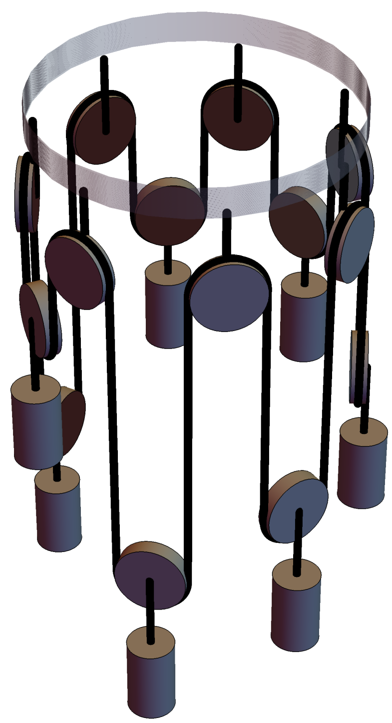
(c) Určete oskulační kružnici pro kostku v počátečním okamžiku.



Příklad 6. Auto v zatáčce. Automobil o hmotnosti m projíždí rovnoměrně zatáčkou o poloměru R klopenou pod úhlem α. Koeficient statického tření mezi pneumatikami a asfaltem je σ. V jakém intervalu se musí nacházet velikost v rychlosti $\vec{v}$ automobilu, aby nedocházelo ke smyku? Před řešením vlastní úlohy můžete zkusit vyřešit úlohu pro neklopenou zatáčku $\alpha = 0$.

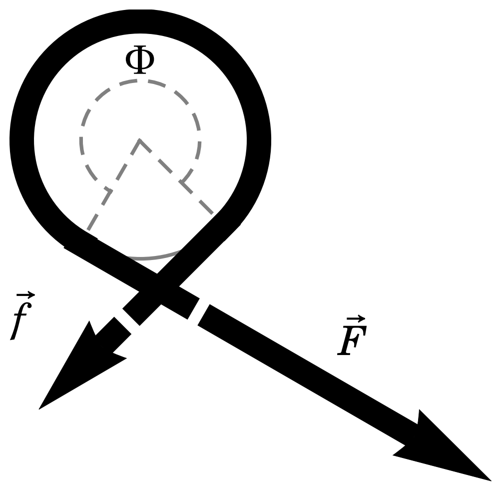


Příklad 7. Padostroj na prstenci. Na prstenci jsou pomocí kladek zavěšeny válce o hmotnostech $m_1, m_2, \ldots, m_N$. Kladky a lanka považujte za nehmotné, lanka po kladkách neprokluzují a jsou nepružná. Vypočítejte zrychlení všech válců.



Znázornění padostroje pro $N = 7$.

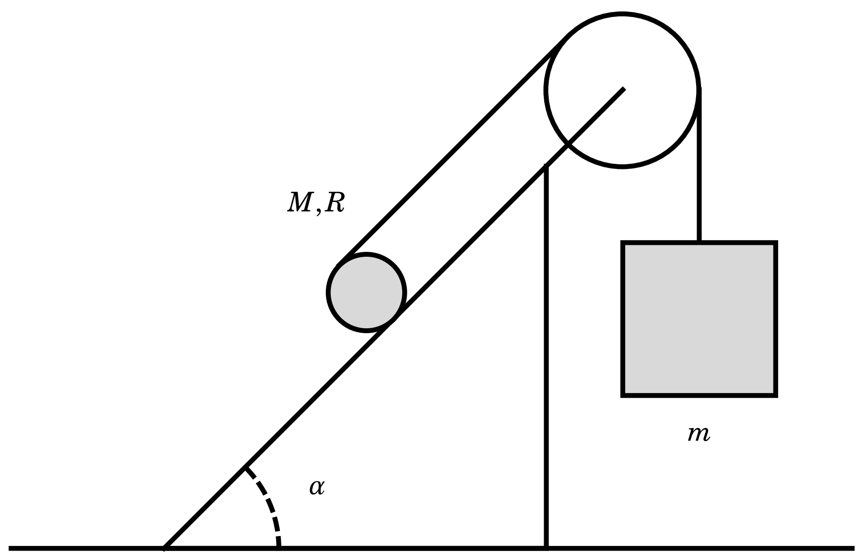
Příklad 8. Lano kolem pylonu. ⋆ Lano je obtočeno kolem kamenného pylonu. Jeden konec lana je přivázán k lodi, druhý držíme dvěma prsty tak, že velikost tahové síly $\vec{f}$, kterou působíme prsty, je q-krát menší než velikost tahové síly $\vec{F}$, kterou na lano působí z druhé strany loď. Koeficient statického tření mezi lanem a pylonem je σ. Jaký úhel Φ kolem pylonu obtáčí lano?



Schematický půdorys pylonu s lanem.

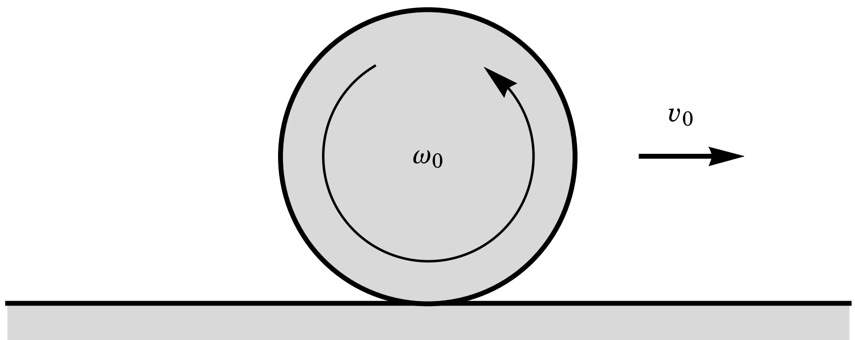
K odevzdání do 10.12.

Příklad 9. Rovnováha válce na nakloněné rovině. Homogenní plný válec o poloměru R a hmotnosti M spočívá na nakloněné rovině o úhlu sklonu α. Přes nehmotné a nepružné vlákno a nehmotnou kladku je spojen s tělesem o hmotnosti m. Jaký musí být poměr hmotností M/m, aby soustava byla v rovnováze? Byla by tato soustava potom v rovnováze i na Měsíci?



Bokorys: Rovnováha soustavy na nakloněné rovině.

Příklad 10. Balón na ledě. Na vodorovné ledové ploše přišlápneme balón tak, že jeho střed hmotnosti se začne pohybovat rychlostí o velikosti v_0. Balón se začne točit úhlovou rychlostí o velikosti ω_0. Koeficient dynamického tření mezi míčem a ledem je μ. Vypočtěte závislost polohy středu hmotnosti balónu a jeho úhlové rychlosti na čase. Reálný pokus je vidět například zde `https://www.physics.muni.cz/~krbek/pohyb_mice.mp4`.

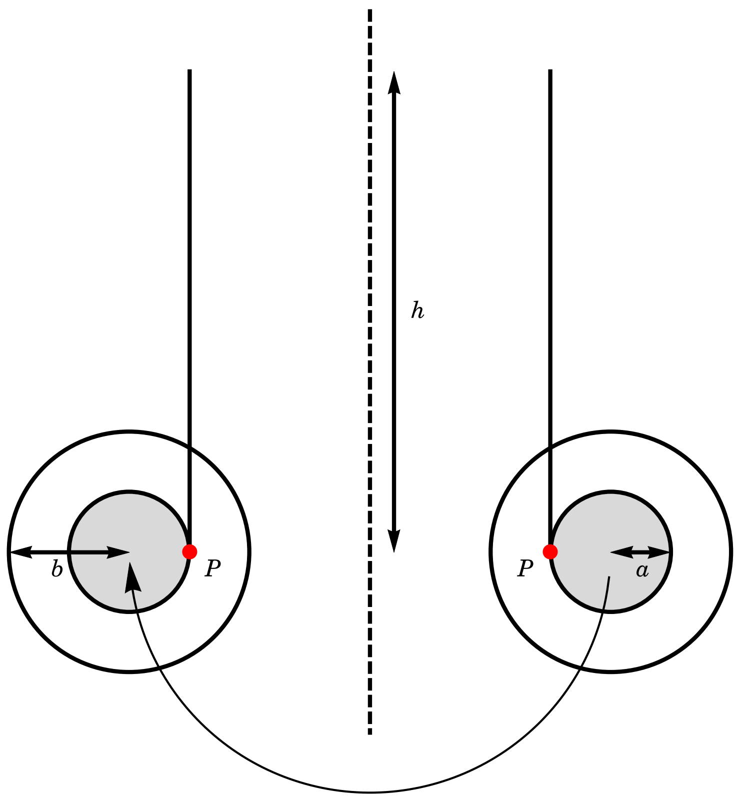


Bokorys: Počáteční rychlost středu hmotnosti balónu a jeho počáteční úhlová rychlost.

Příklad 11. Pohyb joja. Jojo o hmotnosti M má osu o poloměru a a špulku o poloměru b. Moment setrvačnosti joja vzhledem k jeho ose symetrie je $\frac{1}{2}Mb^2$, zanedbáváme tedy hmotnost osy joja. Jojo je uvolněno z klidu:

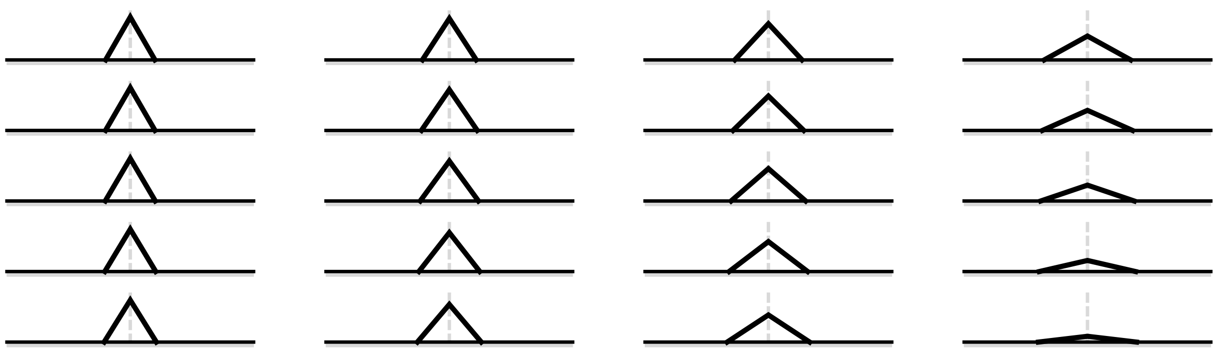
(a) Jaké je napětí nehmotné a nepružné nitě při jeho pohybu dolů a pak zpět nahoru?

(b) Střed joja sestoupí kolmo dolů o vzdálenost h, než se nit zcela odvine. Předpokládejme, že pak jojo změní směr obtáčení kolem osy s konstantní úhlovou rychlostí kolem bodu P. Najděte průměrnou sílu působící na nit během překlopení joja.



Bokorysy: Překlopení joja s konstantní úhlovou rychlostí. Napravo je počáteční stav a nalevo koncový stav, animace překlopení je na
`https://www.physics.muni.cz/~krbek/anim_jojo_flip.gif`

Příklad 12. Nezajištěný žebřík. ⋆ Žebřík je složen ze dvou shodných homogenních částí délky ℓ spojených nehmotnými klouby ve vrcholu V. Počáteční úhel otevření žebříku je 2Φ. Žebřík uvolníme v počátečním čase z klidu. Určete rychlost a zrychlení vrcholu V v okamžiku dopadu vrcholu žebříku vodorovnou dokonale hladkou podložku.



Padající žebřík s počátečním úhlem otevření $2\Phi = \frac{\pi}{3}$. Animace pro shodné hodnoty parametrů jako obrázek je na `https://www.physics.muni.cz/~krbek/padajici_zebrik_pi6.gif`.