

Konzultační cvičení

Mechanika F1030

14. září 2023

Michael Krbek

Pokyny pro písemné vypracování úloh

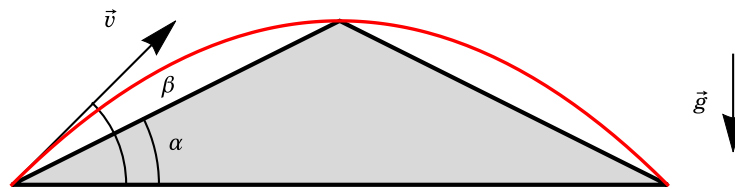
Pište čitelně a jasně. Prostě tak, aby řešení byli schopni pochopit Vaše kamarádky, kamarádi a zejména opravovatelé a konzultanti, kteří rozhodují o tom, zda bude řešení přijato. Součástí vypracovaného řešení by měl být diagram, graf a/nebo obrázek. Každý musí vypracovat vlastní řešení, zejména od ostatních ani odjinud řešení neopisujte ani svá řešení nikomu neposkytujte. Řešení vždy vypracujte nejprve obecně, tj. uveďte výpočet, jenž obsahuje proměnné. Případné zadané číselné hodnoty dosazujte až úplně na závěr a číselné výsledky správně zaokrouhľujte. Příklady označené \star jsou náročnější. Z každé ze tří sad příkladů si vyberte alespoň dva příklady dle svého uvážení.

K odevzdání do 21.10.

Příklad 1. Cyklisté a moucha. Vzdálenost mezi dvěma městy A a B je 40 km. Dva cyklisté vyjedou z A resp. z B proti sobě rychlostmi o konstantních velikostech 10 km/hod resp. 15 km/hod. Moucha vyletí současně s prvním cyklistou z A rychlostí o velikosti 50 km/hod, dorazí k druhému cyklistovi, dotkne se jeho helmy, vrátí se k prvnímu cyklistovi, dotkne se jeho helmy, atd., do té doby, než se cyklisté helmami srazí a mouchu rozdrtí.

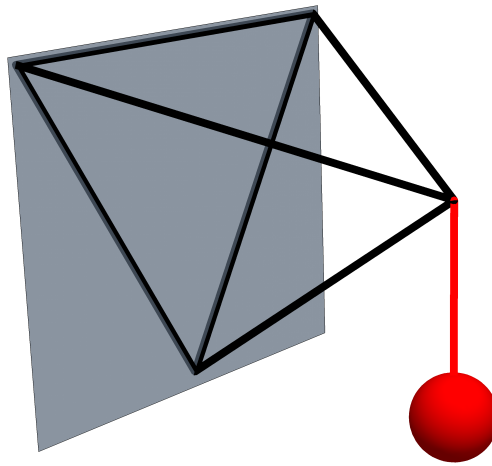
- (a) Zakreslete časoprostorový diagram drah cyklistů i mouchy.
- (b) Jakou dráhu celkem moucha při svém letu urazila?
- (c) Kolikrát se moucha dotkne helmy každého z cyklistů?
- (d) Jakou dráhu moucha urazí, než se po n -té dotkne helmy prvního cyklisty?

Příklad 2. Přehození střechy. Člověk vrhá kámen z okraje střechy s úhlem sklonu α . Jaký nejmenší úhel β musí svírat vektor počáteční rychlosti vrženého kamene s vodorovnou rovinou, aby kámen střechu právě přelétl (viz obrázek níže)? Byl by tento úhel odlišný, pokud by se střecha nacházela na Měsíci? Odpor vzduchu proti pohybu kamene a konečné rozměry těles zanedbejte.



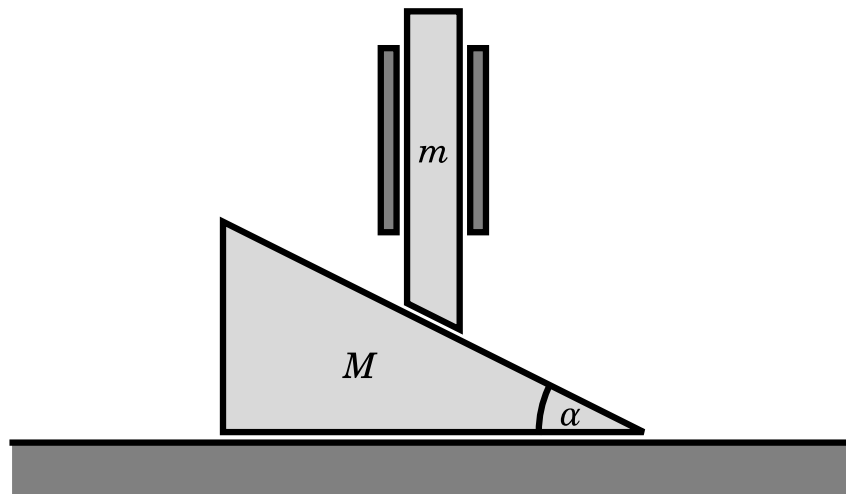
- (f) maximální velikost svislé složky zrychlení,
- (g) tečné zrychlení,
- (h) normálové zrychlení.

Příklad 4. ★Namáhaná kostra. Na svislé zdi je připevněna konstrukce z tyčí, které tvoří kostru pravidelného čtyřstěnu, jehož jedna stěna splývá se zdí. Rovnostranný trojúhelník tvořící tuto stěnu má horní stranu vodorovnou. Z vrcholu, který leží mimo stěnu, visí na vlákně zanedbatelné hmotnosti koule o hmotnosti m . Nalezněte síly působící na tyče vycházející z tohoto vrcholu.



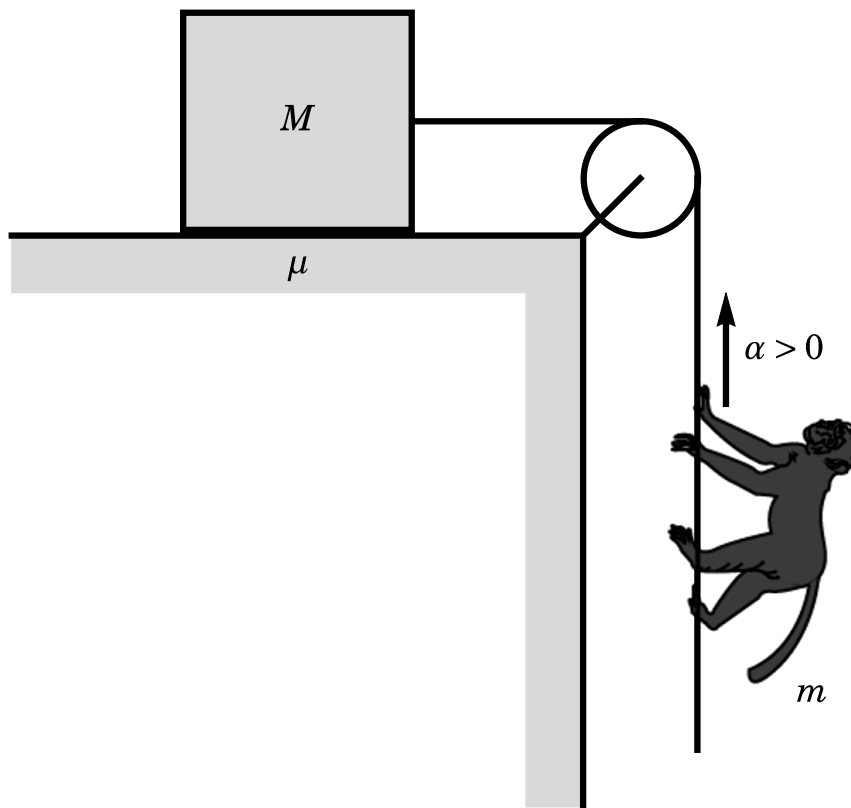
K odevzdání do 18.11.

Příklad 5. Tyč a klín. Svisle v pouzdře uložená tyč o hmotnosti m dosedá na klín o hmotnosti M a úhlu sklonu α , který se nachází na vodorovné podložce. Vypočtěte zrychlení tyče a klínu vůči podložce za předpokladu, že můžeme zanedbat třecí síly na všech rozhraních.



Příklad 6. Lezoucí opice. Opice o hmotnosti m visí na nehmotném a nepružném laně zavěšeném přes pevnou nehmotnou kladku. Opačný konec lana je připevněn k závaží o hmotnosti M , které se pohybuje po vodorovné rovině. Koeficient dynamického tření mezi závažím a vodorovnou rovinou je μ . Najděte sílu napínající lano za předpokladu, že

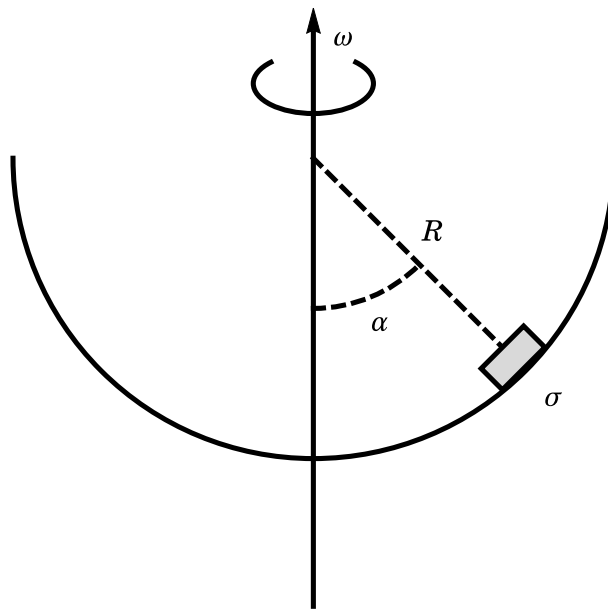
- (a) opice je v klidu vůči lanu,
- (b) velikost zrychlení opice vůči lanu je α a míří vzhůru,
- (c) velikost zrychlení opice vůči lanu je α a míří dolů.



Příklad 7. Umělá družice na geostacionární dráze. Umělá družice má bez pohonu stát nad stále stejným bodem zemského povrchu.

- (a) Jak velká musí být vzdálenost mezi ní a zemským povrchem?
- (b) Mohla by družice takto stát nad Brnem?
- (c) Kolik takových družic by bylo třeba, aby dosáhly každého bodu na rovníku pomocí velmi krátkých vln, které se šíří přímočaře?
- (d) Jakého nejsevernějšího bodu může družice pomocí velmi krátkých vln dosáhnout?
- (e) Jakou celkovou energii má družice o hmotnosti $m = 1,195$ kg, zvolíme-li nulovou hladinu gravitační potenciální energie v nekonečné vzdálenosti od Země?

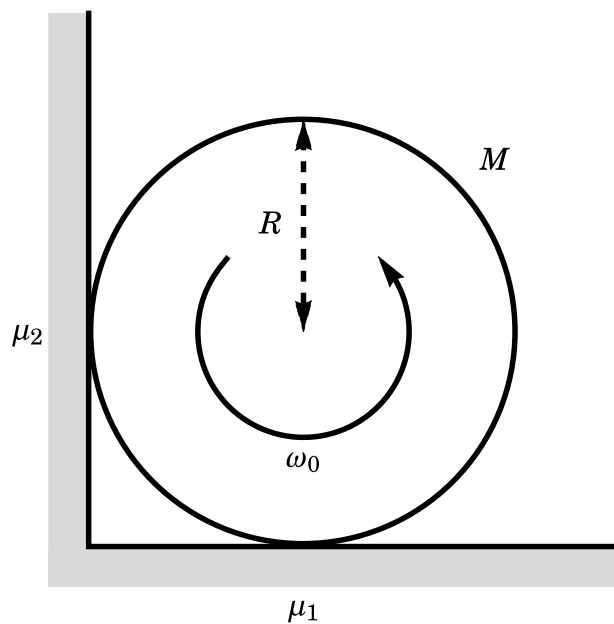
Příklad 8. ★Rotující miska. Půlkulová miska o poloměru R rotuje kolem svého svislého poloměru s konstantní úhlovou rychlostí o velikosti ω . Uvnitř misky je malé tělíčko, které během rotace svírá se svislicí úhel α . V jakém rozmezí musí ležet velikost úhlové rychlosti misky, aby se tělíčko nezačalo pohybovat, je-li koeficient statického tření mezi miskou a tělískem σ ?



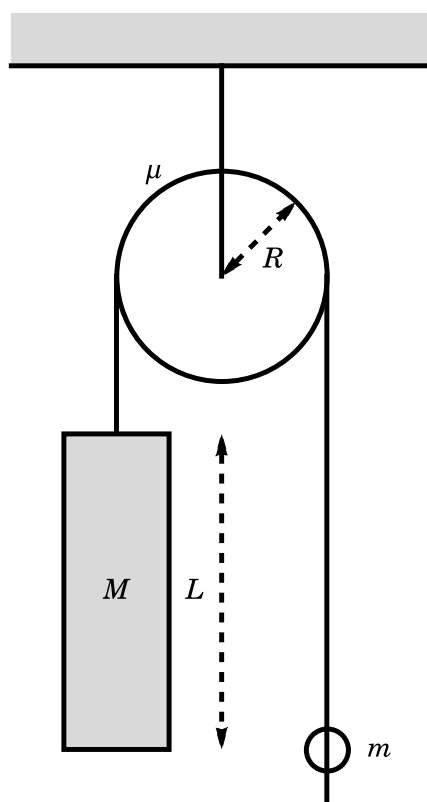
Bokorys rotující misky.

K odevzdání do 9.12.

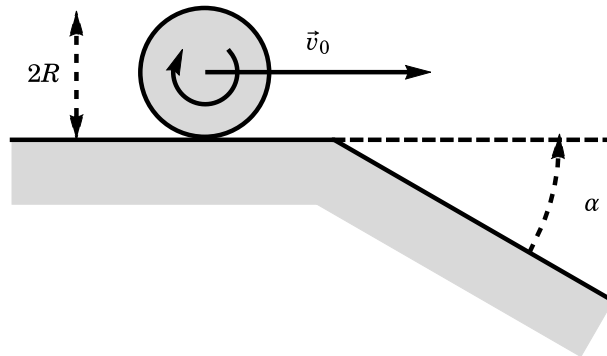
Příklad 9. Válec v rohu. Homogenní válec o hmotnosti M a poloměru R je zpočátku roztočen kolem své osy na úhlovou rychlost o velikosti ω_0 . Poté je válec vložen do rohu místnosti tak, že se dotýká podlahy a svislé stěny (viz obrázek). Koeficient dynamického tření mezi ním a vodorovnou rovinou je μ_1 , mezi ním a svislou rovinou μ_2 . Kolik otáček kolem své osy válec vykoná, než se úplně zastaví?



Příklad 10. Korálek na kladce. Uvažujme kladku tvaru tenkostěnného bubnu o hmotnosti μ a poloměru R přes kterou je na jednom konci zavěšen dlouhý válec o hmotnosti M a délce L . Vlákem na druhé straně kladky je provlečen korálek o hmotnosti m . V počátečním stavu jsou válec i korálek drženy v klidu tak, že korálek je ve stejné výšce jako dolní podstava válce. Po uvolnění soustavy z klidu se válec i korálek pohybují s konstantním zrychlením. Zjistíme, že v čase t bude korálek ve stejné výšce jako horní podstava válce. Vlákno na kladce nepodkluzuje, tření v ose kladky můžeme zanedbat. Určete třecí sílu působící na korálek.



Příklad 11. Homogenní válec o poloměru R pohybující se bez prokluzování po vodorovné rovině najede na nakloněnou rovinu o úhlu sklonu α . Jakou největší velikost rychlosti \vec{v}_0 může mít střed hmotnosti válce, aby nedošlo k oddělení válce od podložky?



Příklad 12. ★ Rotující činka. Uvažte dva hmotné body o hmotnosti m spojené nehmotnou tyčí délky 2ℓ , které rotují s konstantní úhlovou rychlostí o velikosti ω kolem pevné osy, která prochází hmotným středem soustavy. Osa rotace necht' s tyčí svírá úhel α , viz. https://www.physics.muni.cz/~krbek/rotace_cinky.gif

- (a) Zvolte vhodně kartézskou soustavu souřadnic.
- (b) Zapište úhlovou rychlost činky v této soustavě souřadnic.
- (c) Zapište moment hybnosti činky v této soustavě souřadnic. Jaký úhel svírá vektor momentu hybnosti \vec{L} soustavy s činkou?
- (d) Pro jaké hodnoty úhlu α jsou vektory \vec{L} a $\vec{\omega}$ rovnoběžné?
- (e) Jaký vztahem je vektor \vec{L} dán pomocí vektoru $\vec{\omega}$ obecně?