

PÍSEMKA

1. Lineární transformace je v bázi (e_i) zadána maticí

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Nalezněte bázi, v níž je tato transformace reprezentována Jordanovou maticí (a Jordanovu matici určete).

2. Z kanonického tvaru charakteristické matice určete matici Jordanovu.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-\lambda) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\lambda)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\lambda)^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\lambda^2)(1+\lambda^2)^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (2-\lambda)(1-\lambda)^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda)(2-\lambda) \end{pmatrix}$$

3. Z Jordanovy matice určete kanonický tvar charakteristické matice:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \begin{pmatrix} i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4a. Uveďte příklad

a) dvou matic se stejným determinanem, které nejsou podobné.

b) dvou matic se stejnou stopou, které nejsou podobné.

c) dvou matic se stejným charakteristickým polynomem, které nejsou podobné.

Zdůvodněte proč.

5. Na příkladu ukažte, že „symetričnost“ matice není podobnostním invariantem, tj. nalezněte dvě podobné matice, z nichž jedna bude symetrická a druhá nikoli.