Mgr. Pavla Musilová, Ph.D., učo 20228

Přírodovědecká fakulta
jaro 2020

test – prohlídka

PřF: F2182 Lineární a multilineární algebra (jaro 2020)

Celkem bodů: 19.000

Parametry odpovědníku

20 bodovaných otázek
10 bodů ≤ splněno
+1správně
0nezodpovězeno
0špatně
Více

Omezení práv a časů

1 Omezení
Více

Varování:

Znění testových otázek je autorským dílem. Šíření otázek bez písemného souhlasu autora je porušením autorských práv a jako takové může být postihováno dle platných zákonů.

1.

Které z následujících vektorů jsou vlastními vektory operátoru $\varphi : M_{2/2}(\mathbf{R}) \to M_{2/2}(\mathbf{R})$ (prostor reálných matic typu $2/2$)?

$$\varphi\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a+b & a+b \\ d & c \end{pmatrix}$$

☐ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

☑ ✓ * $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

- [ ] $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ * $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ * $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ * $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
z ok ex
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/vlastni_vektory.qdefx)

2.

Je dána polynomická matice

$$A(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda^2 - 1 \end{pmatrix}$$

Které z následujících polynomických matic jsou jí ekvivalentí?

- [x] ✓ * $B(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda - 1 & 0 \\ 0 & \lambda + 1 \end{pmatrix}$
- [ ] $D(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda - 1 & 0 \\ 0 & \lambda - 1 \end{pmatrix}$
- [ ] $C(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 + \lambda & 1 \\ 1 & 1 - \lambda \end{pmatrix}$
- [x] ✓ * $E(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb /Jordanuv_normalni_tvar.qdefx)

3.

Který z následujících vektorů lineárního operátoru je VŽDY vlastní

- [ ] nenulový vektor z image operátoru
- [ ] vektor, který po určitém počtu provedení operátoru bude nulový
- [ ] jednotkový vektor
- [x] ✓ *nenulový vektor, který se zobrazí na sebe
- [x] ✓ *nenulový vektor, který se zobrazí na k němu opačný vektor
- [x] ✓ *nenulový vektor z jádra operátoru
- [ ] nulový vektor

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/vlastni_vektory.qdefx)

4.

Které vlastnosti nutně musí mít matice G reprezentující skalární součin ve vektorovém prostoru nad $\mathbf{C}$. Zaškrtněte všechny (i ty, které by vyplývaly z již zaškrtnutých).

- [ ] symetrická, tj. $G = G^T$
- [x] ✓ *smoadjungovaná, tj. $G = G^{T*}$
- [x] ✓ *pozitivně definitní, tj. má všechny vlastní hodnoty reálné kladné
- [x] ✓ *regulární, tj. $\det G \neq 0$
- [ ] unitární, tj. $G^{-1} = G^{T*}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/skalarni_soucin.qdefx)

5.

Ve vektorovém prostoru $\mathbf{C}^2$ vypočtěte ortogonální projekci vektoru $(1, 2\mathrm{i})$ do podprostoru $L = [(-1, \mathrm{i})]$. Skalární součin je zadán maticí ve standardní bázi

$$G = \begin{pmatrix} 3 & -2\mathrm{i} \\ 2\mathrm{i} & 2 \end{pmatrix}.$$

- ( ) $(0, 0)$
- ( ) $(0, \mathrm{i})$

- ✔ *$(-\frac{1}{3}, \frac{i}{3})$
- jiná odpověď
- $(-3, 3i)$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/skalarni_soucin.qdefx)

6.

Rozhodněte, který z následujících operátorů v $\mathbf{R}^2$ by mohl být při vhodně zvoleném skalárním součinu symetrický. (Návod: zkoumejte, zda operátory mají vlastnosti, které musí mít každý symetrický operátor.)

- [ ] $\varphi(x,y) = (-y, x)$
- [ ] $\alpha(x,y) = (0, x)$
- [x] ✔ *$\gamma(x,y) = (2x, 3y)$
- [ ] $\psi(x,y) = (x, x+y)$
- [x] ✔ *$\beta(x,y) = (x, x+2y)$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/unitarni_a_samoadjungovany_operator.qdefx)

7.

Které z následujících operátorů v $\mathbf{R}^2$ nemají žádný vlastní vektor?

- [x] ✔ *otočení o 90 stupňů
- [ ] inverze (každému vektoru je přiřazen opačný)
- [ ] nulový operátor
- [ ] zrcadlení
- [ ] identita

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/vlastni_vektory.qdefx)

8.

V prostoru $\mathbf{C}^2$ nad $\mathbf{C}$ je zadán skalární součin vztahem

$$((x, y), (a, b)) = xa^* + yb^*.$$

Vytvořte správné dvojice.

Je unitární, ale není samoadjungovaný ✓ (Je unitární, ale není samoadjungovaný, Je unitární, ale není samoadjungovaný) Operátor $\varphi(x, y) = (\mathrm{i}y, \mathrm{i}x)$.

Je samoadjungovaný a unitární současně ✓ (Je samoadjungovaný a unitární současně, Je samoadjungovaný a unitární současně) Operátor $\psi(x, y) = (-\mathrm{i}y, \mathrm{i}x)$.

Je samoadjungovaný, ale není unitární ✓ (Je samoadjungovaný, ale není unitární, Je samoadjungovaný, ale není unitární) Operátor $\alpha(x, y) = (x - \mathrm{i}y, \mathrm{i}x + y)$.

Není ani samoadjungovaný, ani unitární ✓ (Není ani samoadjungovaný, ani unitární, Není ani samoadjungovaný, ani unitární) Operátor $\beta(x, y) = (x + \mathrm{i}y, \mathrm{i}x + y)$.

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/unitarni_a_samoadjungovany_operator.qdefx)

9.

Které z následujících operátorů nad $\mathbf{C}$ mají diagonální reprezentaci?

- [ ] $\varphi : \mathbf{C}^2 \ni (x, y) \to \varphi(x, y) = (0, x) \in \mathbf{C}^2$
- [x] ✓ *$\varphi : \mathbf{C}^2 \ni (x, y) \to \varphi(x, y) = (y, x) \in \mathbf{C}^2$
- [x] ✓ *$\varphi : \mathbf{C}^2 \ni (x, y) \to \varphi(x, y) = (x, 0) \in \mathbf{C}^2$
- [ ] $\varphi : \mathbf{C}^2 \ni (x, y) \to \varphi(x, y) = (x + y, y) \in \mathbf{C}^2$
- [x] ✓ *$\varphi : \mathbf{C}^2 \ni (x, y) \to \varphi(x, y) = (y, -x) \in \mathbf{C}^2$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
z ok ex
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/vlastni_vektory.qdefx)

10.

Matice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ nad $\mathbf{C}$ je

- [x] ✓ * samoadjungovaná
- [ ] ortogonální
- [x] ✓ * regulární
- [ ] singulární
- [ ] unitární
- [x] ✓ * symetrická

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/unitarni_a_samoadjungovany_operator.qdefx)

11.

Ve vektorovém prostoru $P_1[x]$ všech reálných polynomů stupně nejvýše jedna je skalární součin je zadán předpisem
$(p(x), q(x)) = \int_0^1 p(x)q(x)\mathrm{d}x.$
Který z následujících vektorů generuje ortogonální doplněk k podprostoru $L = [|x+1|]$?

○ $x - 1$

○ $9x + 5$

○ $5x - 9$

○ žádný z předchozích

◉ ✓ *$9x - 5$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/skalarni_soucin.qdefx)

12.

Které z následujících polynomických matic jsou unimodulární?

- [ ] $D(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

☑ ✓ *$A(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^2+3 & 1 \\ \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$

☑ ✓ *$B(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda^5 & 2 \\ \lambda^6+3 & 2\lambda \end{pmatrix}$

☐ $C(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 1+\lambda & \lambda+\lambda^2 \end{pmatrix}$

☐ $E(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda-1 & 0 \\ 0 & \lambda+1 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/Jordanuv_normalni_tvar.qdefx)

13.

Které z následujících operátorů v $\mathbf{R}^2$ mají dvě různé vlastní hodnoty?

☑ ✓ *zrcadlení
☐ identita
☐ inverze (každému vektoru je přiřazen opačný)
☐ otočení o 90 stupňů
☐ nulový operátor

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/vlastni_vektory.qdefx)

14.

Ve vektorovém prostoru $P_1[x]$ všech reálných polynomů stupně nejvýše jedna je skalární součin je zadán předpisem

$$(p(x), q(x)) = p(0)q(0) + p(1)q(1).$$

Který z následujících vektorů generuje ortogonální doplněk k podprostoru $L = [|x+1|]$?

○ $3x+2$

- $x-1$
- žádný z předchozích
- $2x-3$
- ✓ *$3x-2$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/skalarni_soucin.qdefx)

15.

Je dána matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Které z následujících matic jsou jí podobné?

- [ ] $F = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ *$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ *$C = \begin{pmatrix} 0 & 2\mathrm{i} \\ 2\mathrm{i} & 4 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ *$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- [ ] $E = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/Jordanuv_normalni_tvar.qdefx)

16.

Symetrický operátor v $\mathbf{R}^3$ má pouze dvě různé vlastní hodnoty (jednonásobnou a dvojnásobnou). Dále víme, že jeho vlastními vektory jsou $\mathbf{a} = (1, 0, 1)$ a $\mathbf{b} = (1, 1, 0)$. Vyberte pravdivé tvrzení.

- [x] ✓ * Z uvedených informací nelze určit, jaký je třetí nezávislý vlastní vektor.
- [ ] Vektory $\mathbf{a}$ a $\mathbf{b}$ jsou příslušné různým vlastním hodnotám.
- [ ] Vektor $\mathbf{d} = (0, 1, -1)$ je vlastním vektorem příslušným dvojnásobné vlastní hodnotě.
- [ ] Vektory $\mathbf{a}$ a $\mathbf{b}$ jsou příslušné téže vlastní hodnotě.
- [ ] Vektor $\mathbf{c} = (-1, 1, 1)$ je vlastním vektorem příslušným jednonásobné vlastní hodnotě.
- [x] ✓ * Z uvedených informací nelze rozhodnout, zda jsou vektory $\mathbf{a}$ a $\mathbf{b}$ příslušné téže vlastní hodnotě, nebo různým vlastním hodnotám.

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/unitarni_a_samoadjungovany_operator.qdefx)

17.

Které z následujících číselných matic jsou v Jordanově tvaru?

- [x] ✓ *$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- [ ] $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- [x] ✓ *$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -2i \end{pmatrix}$
- [ ] $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- [ ] $E = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1

(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/Jordanuv_normalni_tvar.qdefx)

18.

Symetrický operátor v $\mathbf{R}^3$ se skalárním součinem zadaným vztahem

$$((x,y,z),(X,Y,Z)) = xX + yY + zZ$$

má pouze dvě různé vlastní hodnoty (jednonásobnou a dvojnásobnou). Dále víme, že jeho vlastními vektory jsou $\mathbf{a} = (1,0,1)$ a $\mathbf{b} = (1,1,1)$. Které z následujících vektorů jsou vlastními vektory tohoto operátoru?

- [ ] $(2,0,-1)$
- [ ] $(1,1,-1)$
- [x] ✓ *$(0,1,0)$
- [ ] $(0,1,1)$
- [x] ✓ *$(2,-1,2)$
- [x] ✓ *$(-1,0,1)$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/unitarni_a_samoadjungovany_operator.qdefx)

19.

Které z následujících matic mohou být maticemi skalárního součinu ve vektorovém prostoru dimenze 2 nad $\mathbf{R}$?

- [ ] $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- [ ] $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 2 & \mathrm{i} \\ -\mathrm{i} & 1 \end{pmatrix}$

☑ ✓ * $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

☑ ✓ * $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
z ok ex
1
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/skalarni_soucin.qdefx)

20.

Které z následujících matic mají Jordanovu matici J?

$$J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

☑ ✗ $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

☑ ✓ * $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

☐ $F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

☐ $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

☑ ✓ *$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

P. Musilová, učo 20228, 1. 5. 2020 10:23.09
0
(zdrojová sada otázek: /el/sci/jaro2020/F2182/odp/tb/Jordanuv_normalni_tvar.qdefx)
Zpět