1. Popis časového vývoje fyz. soustavy

Popis stavu částice a soustavy částic v klas. mechanice, základní pohybové zákony

– veličiny lze měřit přesně – stav je jednoznačně určen (i stavem předchozí = determinismus,

– stav částice určen pomocí 6 proměnných – $\vec{r}, \vec{p} = m\frac{d\vec{r}}{dt}$ $\qquad T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i v_i^2$

– stav soustavy N částic ~~bez interakce~~ je určen 6N proměnnými $\qquad V = V(r_1, r_2, \dots, \dot{r}_1, \dot{r}_2, \dots)$

– pohybové zákony:

- zákon setrvačnosti – těleso setrvává v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém, dokud není vnějšími silami nuceno tento stav změnit

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$$

- zákon síly – časová změna hybnosti částice je úměrná součtu sil působících na těleso $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$, impuls $\vec{J} = \Delta\vec{p} = \int \vec{F}dt$

- zákon akce a reakce – působí-li jedno těleso na druhé silou pak působí i první těleso na druhé silou stejně velkou opačného směru
  – síly současně vznikají a zanikají

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

– reálná tělesa se obvykle aproximují hmotným bodem = infinitezimální, všechna hmotnost
  – leží v těžišti soustavy

$$\vec{R} = \frac{\Sigma m_i \vec{r}_i}{\Sigma m_i} \approx \frac{\iiint_V \rho(\vec{r})\cdot\vec{r}\,d^3\vec{r}}{M}$$

Popis gravitačního a elektromag. pole, gravitační zákon, základní elmag. pojmy, Maxwellky

– oba mají stejnou povahu, slupkový teorém, princip superpozice

Gravitační zákon $\quad \vec{r}_{2\to1} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad$ Coulombův zákon

síla $\quad \vec{F}_{2\to1} = -\varkappa\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}_{2\to1} \qquad \vec{F}_{2\to1} = +\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}_{2\to1}$

intenzita $\quad \vec{K}_2 = \frac{\vec{F}_{1\to2}}{m_1} \qquad \vec{E}_2 = \frac{\vec{F}_{1\to2}}{q_1}$

potenciál $\quad \vec{K} = -\text{grad}\,\phi, \; \phi(r) = -\frac{\varkappa M}{r} \qquad$ viz Maxwellky

pot. energie $\quad E_{p,\infty} - E_{p,r} = \int_r^\infty \vec{F}d\vec{r}, \; E_p = \varkappa\frac{m_1 m_2}{r}$

Maxwellovy rovnice

- pro popis elektromagnetického pole
- v diferenciálním a integrálním tvaru

- izotropní nedisperzním prostředí:

	EL	MAG
zdroj pole	$\text{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ ($\text{div}\,\vec{D} = \rho$)	$\text{div}\,\vec{B} = 0$
	Gaussův zákon elstat.	zákon spojitosti indukčního toku
	$\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\text{rot}\,\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$ ($\text{rot}\,\vec{H}$, $\vec{D}$)
	Faradayův indukční zákon	Ampérův zákon

- elmag. potenciály:

$$\vec{E} = -\text{grad}\,\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{B} = \text{rot}\,\vec{A}$$

- konstanta — gradient skalárního pole
  - kalibrace

- v materiálech – započítává se polarizace a magnetizace materiálu

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu \vec{H}$$

- Lorentzova kalibrace

$$\nabla \cdot \vec{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \Box \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\Box \vec{A} = -\mu \vec{j}$$, kde $\Box$ ... d'Alembertův operátor

$$\Box = \Delta - \mu\varepsilon \frac{\partial}{\partial t^2}$$

Popis stavu kvantověmechanické soustavy, fyzikálních veličin, vl. hodnoty a stavy, SCHR

- stav objektu nelze určit jednoznačně, popsán vlnovou fcí – nemá význam, ale její kvadrát vyjadřuje pravděpodobnost urč. stavu
  - vektor z Hilbertova prostoru

$$\psi(\vec{r}, t) \longrightarrow |\psi(\vec{r}, t)^2|$$

- fyzikální veličiny jsou reprezentovány tzv. operátory (hermitovsky sdružené) – působí na vlnovou fci a dávají nám sadu možných výsledků
  - operátory, které nekomutují $\left[(\hat{F}\hat{G} - \hat{G}\hat{F})\psi \neq 0\right]$ nelze měřit zároveň a platí pro ně relace neurčitosti $\Delta\hat{F}\Delta\hat{G} \geq \frac{\hbar}{2}$
- působením operátoru získáme vlastní ~~hodnoty~~ vektory ψ a jim příslušné vl. hodnoty λ $\Rightarrow$ komutujícím operátorům přísluší stejné vl. hodnoty a vektory
- Schrödingerova rovnice – lineární (superpozice) a dif. 1. stupně v čase

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$$

- časový faktor $\varphi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}E \cdot t}$ (kauzalita)
- stacionární $\hat{H}\psi = E\psi$, kde $\hat{H} = \{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V\}$

2. Popis fyzikálního systému v různých vztažných soustavách, Invariance fyz. zákonů vzhledem k transformacím.

Vliv volby soustavy souřadnic na popis pohybu částic, unášivé zrychlení

- volba SS může ovlivnit pohybové rovnice – často se volí tak aby byly co nejjednodušší
- neexistuje soustava absolutního klidu
- u volné částice lze vždy najít soustavu, kt. je v klidu nebo pohybu RPČ
  a čas se jeví homogenní a prostor homogenní ($L \neq f(\vec{r})$) a izotropní ($\vec{v} \to v$)
  $\Rightarrow$ Lag. závisí pouze na velikosti rychlosti $L = L(v^2)$
  – z Lag.-Eul. rovnic zjistíme, že v = konst. $\quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = 0$
  $\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \text{const.}$
- když zvolíme soustavu, která se vůči 1. soustavě pohybuje rychlostí $\vec{u}$ bude pohyb opět RPČ
  $\Rightarrow$ existuje nekonečně mnoho takových soustav (inerciálních) = Galileiho princip
- inerciální soustava – soustava, která se ke zvolené soustavě pohybuje konstantní rychlostí
- neinerciální soustava – soustava, která se ke zvolené soustavě pohybuje zrychleně
  – nejjednodušší s konstantním zrychlením = a_u ... unášivé zrychlení

Nerelativistická mechanika, pohybové zákony, Galileova transformace + princip relativity

- inerciální vztažná soustava – Galileiho transformace – rychlost $\vec{u}$ = konst.

$$\vec{r} = \vec{r}\,' - \vec{u}\cdot t\,,\quad \vec{v} = \vec{v}\,' - \vec{u}\,,\quad t = t' \ (\text{homogenita})$$

- platnost pohybových zákonů? $\qquad t = -t$ (izotropie)

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}\,' \Rightarrow$$ Newtonovy zákony jsou vůči Gal. transformaci invariantní
= Galileiho princip relativity

- neinerciální vztažná soustava – volba $\vec{a}_u$ = konst. (ale může se změnit)

$$\vec{r} = \vec{r}\,' - \frac{1}{2}\vec{a}_u t^2\,,\ \vec{v} = \vec{v}\,' - \vec{a}_u t\,,\ \vec{a} = \vec{a}\,' - \vec{a}_u \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}\,' - m\cdot\vec{a}_u$$ – setrvačná síla (fiktivní)

$\Rightarrow$ neplatí 1. a 3. Newtonův pohybový zákon $\qquad$ a kdyby soustava rotovala dopadne

Relativistická mechanika, princip stálé rychlosti světla, Lorentzova transformace

- Maxwellovy rovnice nejsou invariantní vůči Galileově transformaci
  - nefunguje klasické skládání rychlostí $\Leftrightarrow$ princip stálé rychlosti světla
- Einstein formuloval postuláty:
  - mech., opt. a elmag. jevy probíhají ve všech. inerciálních soustavách podle stejných zákonů $\Rightarrow$ Maxwellky mají ve všech soustavách stejný tvar
  - rychlost světla ve vakuu je nezávislá na rychlosti zdroje ani pozorovatele
- používá se jiná metrika – hledáme transformaci, kt. by splnila podmínku

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$$

$\Rightarrow$ Lorentzova transformace: (pohyb jen v x rychlostí v) : $\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & \frac{v}{c}\gamma & 0 & 0 \\ \frac{v}{c}\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

- změní se i rychlosti: pokud se S vůči S' pohybuje rychlostí $\vec{u} = (0, 0, u)$

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{v_x u}{c^2}}, \quad v_y = \frac{v_y'}{\gamma\left(1 + \frac{v_x u}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{v_z'}{\gamma\left(1+\frac{v_x u}{c^2}\right)}$$

Klasická elektrodynamika, invariance rovnic elmag. pole při transformaci

- tenzor elmag pole: $F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}$, kde A_i je čtyřpotenciál

$$A_i = \left(\frac{\phi}{c}, \vec{A}\right)$$

$$\Rightarrow \quad F^{ik} = \Lambda^i_m \Lambda^k_n F'^{mn}$$

$$x^i = (ct, \vec{x})$$

- při transformaci při pohybu ve směru x

$$E_x = E_x' \quad E_y = \gamma\left(E_y' + vB_z'\right) \quad E_z = \gamma\left(E_z' - vB_y'\right)$$

$$B_x = B_y' \quad B_y = \gamma\left(B_y' - \frac{v}{c^2}E_z'\right) \quad B_z = \gamma\left(B_z' + \frac{v}{c^2}E_y'\right)$$

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{E_x}{c} & \frac{E_y}{c} & \frac{E_z}{c} \\ -\frac{E_x}{c} & 0 & -B_z & B_y \\ -\frac{E_y}{c} & B_z & 0 & -B_x \\ -\frac{E_z}{c} & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

- při malých rychlostech přechází do $\vec{E} = \vec{E}' - \vec{v} \times \vec{B}$, $\vec{B} = \vec{B}'$
- invarianty:

$$F_{ik}F^{ik} = -2\left(\frac{\vec{E}^2}{c^2} - \vec{B}^2\right), \quad F_{ik}{*}F^{ik} = 4\frac{\vec{E}\cdot\vec{B}}{c}$$

$$*F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -B_x & -B_y & -B_z \\ B_x & 0 & -\frac{E_z}{c} & \frac{E_y}{c} \\ B_y & \frac{E_z}{c} & 0 & -\frac{E_x}{c} \\ B_z & -\frac{E_y}{c} & \frac{E_x}{c} & 0 \end{pmatrix}$$

duální tenzor

3. Základy termodynamiky a stat. fyziky

Makroskopický a mikroskopický popis klas. soustavy částic

- mikroskopický popis – přesný popis téměř není možný – 6N proměnných
  - mikrostav je popsán sadou poloh a hybností (p_i, q_i) – na "ploše" konst. energie
    = fázový prostor – impulsový / konfigurační
  - popis pomocí statistické fyziky
  - neustále přechází jeden do druhého
- makroskopický popis – popisuje vlastnosti soustavy jako celku
  - fenomenologická termodynamika
  - určen souborem všech nezávislých vnějších a vnitřních parametrů
    - vnější – stavem okolí – V, F
    - vnitřní – char. prostředí systém – E, T, p
  - ke změně dochází pouze při změně stavových veličin

Rovnovážné stavy a stavová rovnice

- rovnovážný stav – nepozorujeme makr. změny bez změny vnějších parametrů
  ⇒ 0. VT: Bez změny vnějších podmínek se vlastnosti rovnovážného stavu nemění.
  - může být charakterizován veličinou zvanou entropie $S = k \cdot \ln \Gamma(E)$
- vratný děj – když $dS = 0$: $\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = 0$ $(\Gamma_i = \Gamma_f)$
  - ~~lze~~ systém lze dostat do původního stavu
  = kvazistatický – v každém čase je soustava v rovnováze
- stavová rovnice: • obecně $f(\{a_i\}, T) = 0$ – kalorická $E = E(\{a_i\}, T)$
  $\alpha_i = \alpha_i(\{a_i\}, T)$ – termická $A = A(\{a_i\}, T)$
  • ideální plyn – kalorická $pV = nRT$
  – termická $\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = 0$

Základní zákony termodynamiky

0. zákon: Bez změny vnějších podmínek se vlastnosti termodyn. systému nemění. => Jsou-li A a A' ~~vzájemně~~ v rovnováze a soustavy A' a A'' jsou v rovnováze, pak jsou v rovnováze i A a A'' a mají stejnou teplotu.

1. zákon: V důsledku změny vnějších parametrů dochází ke změně energie systému, která je spojená s konáním práce.

$$dE = \delta Q - \sum_i \frac{\partial E_i}{\partial x_i} dx_i = \delta Q - \sum_i A_i da_i = \delta Q - p\,dV + \sum_k \mu_k dN_k$$

- nelze sestrojit stroj, kt. by konal práci, aniž by spotřeboval energii jiného druhu.

2. zákon: Při přechodu izolované soustavy k rovnováze roste počet stavů → roste S

Rovnováha = maximální počet stavů

$\beta = \frac{\partial \ln \Gamma(E)}{\partial E}$, $T = \frac{1}{k\beta(\bar{E})}$, $\bar{E}$.. nejpravděp. hodnota E

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} \Leftarrow P = \frac{\Gamma(E)\Gamma'(E')}{\sum \Gamma(E)\Gamma'(E')}, \quad E+E' = E^{(0)} = konst.$$

- při obecném ději $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$
- při kvazistatickém $dS = \frac{\delta Q}{T}$
- při adiabatickém $dS = 0$

$dS \geq 0$, $E_i + E_i' = E_f + E_f'$

$S_f(E_f) = S_f(E_i + \delta Q) \doteq S_i + \frac{\delta Q}{T}$

$S_f'(E_f') = S_f'(E_i' - \delta Q) \doteq S_i' - \frac{\delta Q}{T'}$

aby $S_f + S_f' \geq S_i + S_i'$ => $\delta Q\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right) \geq 0$

- Clausiův princip - nelze cyklicky přenášet teplo od chladnějšího k teplejšímu aniž by došlo ke změnám = konání práce
- Kelvinův princip - nelze cyklicky převádět teplo na práci aniž by došlo k jiným změnám = ohřívání chladiče
- Carnotův cyklus - vratný kruhový děj $dS = 0$
  - dvě izotermy a dvě adiabaty $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

3. zákon: Při snižování teploty systému k abs. nule spěje k nule i entropie soustavy.

$$\lim_{T \to 0^+} S = 0 \quad (= konst, \text{ pro neideální tělesa})$$

=> Nernstův princip - konečným počtem kroků nelze dosáhnout absolutní nuly.

3. Základy termodynamiky a stat. fyziky

Kinetická teorie plynu

- vysvětluje termodynamické vlastnosti pomocí mechaniky (a statistiky)
- pro ideální plyn - bez vzájemných interakcí $\Rightarrow U = E_k$
- střední hodnoty ~~veličin~~ náhodných veličin

$$\langle v^2\rangle = \langle v_x^2\rangle + \langle v_y^2\rangle + \langle v_z^2\rangle \underset{\langle v\rangle = 0}{=} 3\langle v_x^2\rangle \Rightarrow p = \frac{Nm\langle v^2\rangle}{3V} = \frac{F}{L^2}$$

$$pV = NkT = \frac{Nm\langle v^2\rangle}{3} \qquad \Rightarrow pV = \frac{3}{2}\langle E_k\rangle$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{3}{2}k_B T$$

Mikrokanonické rozdělení - dvě izolované soustavy: $E, E' = konst.$

$$\Gamma(E,E') = \Gamma(E)\Gamma'(E') \Rightarrow S(E,E') = S(E) + S'(E') \qquad P(E,E') = \frac{1}{\Gamma(E)\cdot\Gamma'(E')}$$

$$\cancel{\Gamma(E) = \sum_{E}\Gamma(E)\Gamma'(E)}$$

Kanonické rozdělení - uzavřené soustavy, vyměňují si energii $E^{(0)} = E + E' = konst.$

$w_n \sim \Gamma'(E^{(0)} - E_n) \sim \Gamma'(E^{(0)})\cdot e^{-\frac{E_n}{kT}}$ .. pravděpodobnost, že soustava A má energii E_n

$w_n = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_n}{kT}}$, kde $Z = \sum_n e^{-\frac{E_n}{kT}}$ ... statistická suma (kanonická partiční fce)

$\langle x\rangle = \sum_n w_n x_n \qquad F(V,T) \dots Z(V,T) \Rightarrow S = \frac{\partial}{\partial T}(kT\ln Z)$

Velké kanonické rozdělení - otevřené soustavy, vyměňují si energii i částice: $E^{(0)} = E + E' = konst.$, $N^{(0)} = N + N' = konst.$

$$w_{nN} \sim \Gamma'(E^{(0)} - E_n, N^{(0)} - N) \sim \Gamma'(E^{(0)}, N^{(0)})\cdot e^{-\frac{E_{nN}+\mu N}{kT}}$$

$w_{nN} = \frac{1}{\Xi} e^{-\frac{E_{nN}+\mu N}{kT}}$, kde $\underset{\text{ksí}}{\Xi} = \sum_n\sum_N e^{-\frac{E_{nN}+\mu N}{kT}}$ ...... grandkanonická partiční fce

$\langle x\rangle = \sum_n\sum_N w_{nN}x_{nN}$, $\langle N\rangle = \sum_n\sum_N N\cdot w_{nN} \qquad \Omega = F - \mu\langle N\rangle = -kT\ln\Xi$

~~Maxwellova - Boltzmanovo rozdělení~~ $\cancel{\varrho(p,q) = \frac{1}{Z}}$

$$\cancel{dw = \frac{1}{Z} e^{-\frac{T(p)+U(q)}{kT}}, \text{ kde } Z = \frac{1}{N!} \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3N}} \int e^{-\frac{T(p)}{kT}} d^{3N}p \int e^{-\frac{U(q)}{kT}} dq}$$

Maxwellova rozdělení

- pro kanonické rozdělení, místo celkové energie přechází k integrálu přes fázový prostor ~~prostor~~

$$d\Gamma = \frac{d^3p\, d^3q}{(2\pi\hbar)^3}$$ ~~kde N ... počet stupňů volnosti~~

$$\varrho(p,q) = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E(p,q)}{kT}}, \quad Z = \int e^{-\frac{E(p,q)}{kT}} d\Gamma$$

$$\Rightarrow dw = \frac{1}{Z} e^{-\frac{T(p)+U(q)}{kT}} \cdot \frac{d^3p\, d^3q}{(2\pi\hbar)^3}$$

$$\Rightarrow dw = \prod_N dw_p \prod_N dw_q, \quad Z = \frac{1}{N!} (2\pi\hbar)^{-3N} \prod_N Z_p \prod_N Z_q$$

$$Z_p = (2\pi m kT)^{3/2} \Rightarrow dw_p = (2\pi m kT)^{-3/2} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} d^3p$$

$$\langle p_x \rangle = \int \rho(p,q) \cdot p_x\, d^3p\, d^3q = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\vartheta\, d\vartheta \int p^2 e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \cdot p \cos\varphi \sin\vartheta\, dp = 0$$

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2m} \langle p_x^2 \rangle = \frac{3}{2} \cancel{m} kT$$

4. Formulace a řešení pohybových rovnic jednoduchých klasických a kvantových soustav

Pohyb klasických částic v silových polích, nerelativisticky i relativisticky

- deterministický - určen původním stavem, $t = -t$ - děje jsou vratné

• pole homogenní síly - např. tíhové pole Země na povrchu

$$L = \frac{m}{2}(\dot x^2+\dot y^2+\dot z^2) - mgz \Rightarrow \text{separace} \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot x} = \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad \text{a y taky}$$

$\Rightarrow p_x = \frac{\partial L}{\partial \dot x}$, $p_y = \frac{\partial L}{\partial \dot y}$ a obě jsou konstantní

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot z} = \frac{\partial L}{\partial z} = -mg \Rightarrow \ddot z = -g$$

$$z = z_0 + \dot z_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

- integrace řešení

$$t = \pm\sqrt{\frac{m}{2}}\int \frac{dx}{\sqrt{E - mgx}} \Rightarrow x = \overset{\text{max. výška}}{\frac{E}{mg}} - \frac{1}{2} g (t - \overset{\text{doba max. výšky}}{t_0})^2$$

- podle počátečních rychlostí rozdělujeme vrhy na svislý, vodorovný a šikmý

• pole centrální síly - velikost síly závisí na vzdálenosti (většinou nepřímo)
- např. gravitační nebo coulombovská interakce

$L = \frac{m}{2}\dot{\vec r}^2 - V(r)$ - invariantní vůči otočení - zachovává se moment hybnosti kolem osy $\vec L = \vec r \times \vec p = \overrightarrow{konst.}$

$\Rightarrow$ pohyb leží v jedné rovině

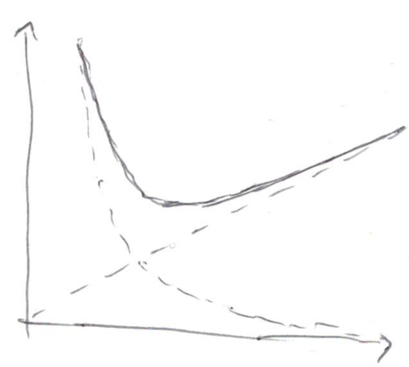
$$\Rightarrow L(r,\varphi,\cancel{t}) = \frac{m}{2}(\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2) - V(r)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi} = \frac{\partial L}{\partial \varphi} \Rightarrow \frac{d}{dt}(mr^2\dot\varphi)=0 \Rightarrow mr^2\dot\varphi = \overset{\text{moment hybnosti}}{L} = konst.$$

- integrace řešení

$$dt = \frac{m}{L} r^2 d\varphi \Rightarrow \Delta t = \frac{m}{L}\overbrace{\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r^2(\varphi)\,d\varphi}^{2\cdot S \dots \text{opsaná plocha} = 2.\ \text{Kepplerův zákon}}$$

- efektivní potenciál



$$E = \frac{m}{2}(\dot r^2 + r^2\dot\varphi^2) + V(r) = \frac{1}{2} m\dot r^2 + \overbrace{\frac{L}{2mr^2} + V(r)}^{V_{eff}}$$

- relativisticky: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$, m_0 ... klidová hmotnost

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad \vec{p} = m_0 \gamma \vec{u} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{dm}{dt}\vec{u} = m\vec{a} + m\gamma^2 \vec{a} = \vec{F}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = m_0 \gamma \vec{a} + m_0 \gamma^3 \vec{a} \quad \begin{cases} \vec{F}\cdot\vec{u} = 0 & \vec{F} = m_0\gamma\vec{a} \text{ - transverzální} \\ \vec{F}\times\vec{u} = 0 & \vec{F} = m_0\gamma^3\vec{a} \text{ - longitudální} \end{cases}$$

Klasický oscilátor - jednorozměrný pro jednoduchost

- potenciál $V(x) \sim x^2$, konstanta úměrnosti k - např. tuhost pružiny
  - z E-L rovnic: $m\ddot{x} = -kx = F \Rightarrow \ddot{x} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$, kde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\Rightarrow$ řešení: $x = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} = C\cos(\omega t + \varphi)$, $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{B}{A}$

C - amplituda, ω - úhlová rychlost, φ - fáze, $C = \sqrt{A^2+B^2}$

- libovolné hodnoty energie

Kvantový oscilátor

- nekonečně hluboká parabolická jáma

- Sch. r.: $\left\{-\underbrace{\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}}_{\hat{p}^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2\right\}\psi = E\psi$

$\Rightarrow$ zavedeme snižovací a zvyšovací operátor

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2\hbar m\omega}}\hat{p}, \quad \hat{a}^+ = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} - \frac{i}{\sqrt{2\hbar m\omega}}\hat{p}$$

$\Rightarrow \hat{H} = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) = \hbar\omega\left(\hat{a}^+\hat{a} + \frac{1}{2}\right)$, a platí $\hat{a}|0\rangle = 0 \Rightarrow \hat{H}|0\rangle = \frac{\hbar\omega}{2}|0\rangle$

pohybové rovnice odpovídá gausovce

$$\psi_0(x) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}}\, e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}, \quad E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega \quad \Rightarrow \text{vyšší stavy } E_n = \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

- základní stav

- diskrétní energiové spektrum

$\hat{a}^+\hat{a}|n\rangle = n|n\rangle$

$\hat{a}^+|n\rangle = \sqrt{n+1}\,|n+1\rangle$

$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$

4. Formulace a řešení pohybových rovnic jednoduchých klasických a kvantových soustav

Kepplerova úloha

- částice v centrálním gravitačním poli - Newtonův potenciál $\sim \frac{1}{r}$
- rozdělení problému na pohyb těžiště a vzájemný pohyb soustavy

$$L = \frac{1}{2} M\dot{\vec{R}}^2 + \frac{1}{2}\mu\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$$, kde $M = M_1 + M_2$, $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, $\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$, $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

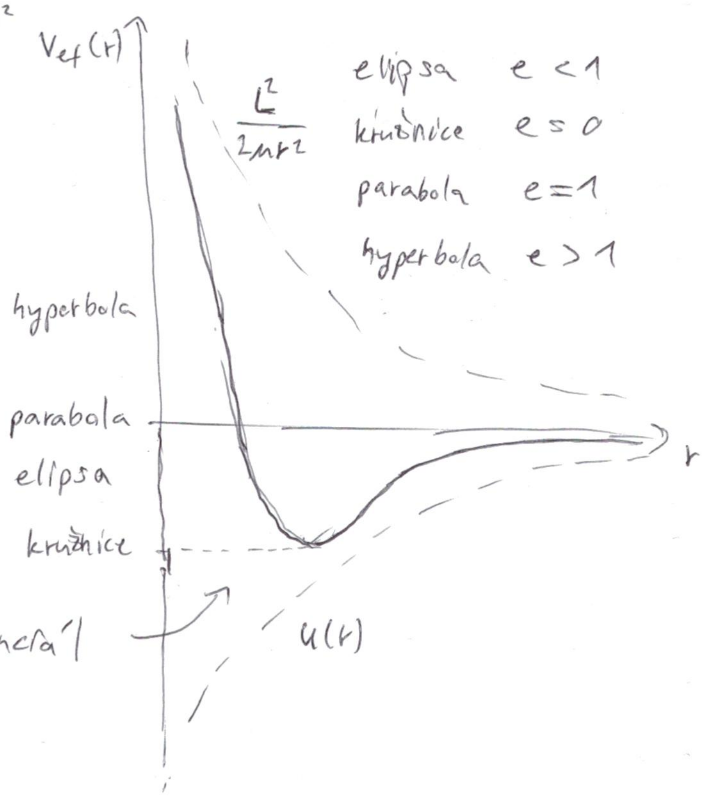
$\Rightarrow L_r = \frac{1}{2}\mu\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$, kde $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$

$E = \frac{1}{2} m\dot{\vec{r}}^2 + \frac{\alpha}{|\vec{r}|} = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) - \frac{\alpha}{r}$ moment hybnosti $L = mr^2\dot{\varphi} = konst.$

- pohybové rovnice určíme integrací $\varphi = \pm\int \frac{L\,dr}{r^2\sqrt{2m[E+\frac{\alpha}{r}] - \frac{L^2}{r^2}}} = \arccos\frac{\frac{L}{r} - \frac{m\alpha}{L}}{\sqrt{2mE + \frac{m^2\alpha^2}{L^2}}}$

označíme $p = \frac{L^2}{m\alpha}$, $e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{m\alpha^2}}$

$\Rightarrow r = \frac{p}{1 + \cos\varphi \cdot e}$



Coulombovská interakce klasicky

- velmi podobné Kepplerově úloze
  - pole centrální síly $\sim \frac{1}{r^2}$

$E = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2\mu r^2} + U(r)$,

kde $U(r) = \frac{\alpha}{r}$ ⇒ efektivní potenciál

- Spojité spektrum energií
- zásadní nedostatek podle KM by elektron musel při změně trajektorie vyzařovat foton.

KEPPLEROVY ZÁKONY

1. částice se pohybuje po kuželosečce s ohniskem v centru síly.
2. Zákon ~~obje~~ ploch - plocha opsaná průvodičem za určitou dobu stejná
3. Zákon oběžných dob.

Coulombovská interakce kvantově

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\Delta\psi - \frac{e^2\psi}{4\pi\varepsilon_0 r} = E\psi$$

- neobrvná fo - úhlová fce (hustota pravděp.)
- potenciál popsán $V = k\frac{qQ}{r}$ - vázané stavy pouze pro nesouhlasné náboje
- například model atomu vodíku - Sch. r. se rozpadne radiální a úhlovou část
  - úhlová část je kulová fce → budeme zkoumat pouze radiální část
    - legendrovy polynomy (energie nezávisí na kvantovém čísle l a m)

$$\Rightarrow E_n = -\frac{e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2}\frac{m_e}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$$ - diskrétní silně degenerované spektrum

$$\psi(r,\varphi,\vartheta) = \underbrace{R(r)}_{\text{radiální část}} \cdot \underbrace{Y(\varphi,\vartheta)}_{\text{kulová fce}}$$

$$\underbrace{\hat{L}^2}_{\text{operátor momentu hybnosti}} Y = \lambda Y = \hbar^2 l(l+1)$$

$$R_1(r) = 2\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

Vliv počátečních podmínek na řešení pohybových rovnic

- u homogenního pole ~~...~~ rozhodují o povaze vrhu (svislý, vodorovný, šikmý, volný pád)
- u centrálního pole $\frac{1}{r}$ určují trajektorie
- u centrálního pole r^2 určují hodnotu energie

5. Stacionární, kvazistacionární a nestacionární děje

Časově neproměnná a proměnná vektorová pole (mechanika kontinua, elektrodynamika, termodynamika a kvantová mechanika

- vektorové pole je funkce, kt. přiřazuje každému bodu v prostoru nějaký vektor
- neproměnné - pole je fcí pouze souřadnic $\frac{\partial \vec{u}(\vec{r})}{\partial t} = \vec{0}$
  - makroskopické veličiny nezávisí explicitně na čase
  - mechanika kontinua - stacionární proudění
    - pole rychlosti elementu
    - laminární proudění

  - elektrodynamika - elektrické pole nepohybujícího se náboje
    - magnetické pole konst. proudu
    - magnetické pole permanentního magnetu
  - termodynamika
  - kvantová mechanika

- proměnná vektorová pole - závisí explicitně na čase $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \neq 0$
  - nelze vyjádřit pomocí potenciálu
  - mechanika kontinua - nestacionární proudění
    - turbulentní
  - elektrodynamika - el. pole kmitajícího náboje
    - mag. pole střídavého proudu

Stacionární a nestacionární proudění kapalin a plynů

- proudění reálné kapaliny je poměrně složitý -> ideální kapaliny = nevisková a nestlačitelná
- platí rovnice kontinuity $\operatorname{div} \rho\vec{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2$

- Eulerova rovnice - zrychlení elementu kapaliny

z tenzoru napětí $\operatorname{div} \hat{\sigma} = -\operatorname{grad} p$

objemová hustota sil

$\nabla a \cdot \vec{n} = \frac{da}{dl}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(\vec{r}(t), t)}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \cdot \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \frac{1}{\rho} \vec{f}$$

$\vec{n} = \frac{d\vec{r}}{dl}$

- Bernoulliho rovnice - pouze pro ustálené

$\frac{1}{\rho}\vec{f}$ - předpoklad

průmět do normály a integrujem

$$(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = \frac{1}{2} \operatorname{grad} v^2 - \vec{v} \times \operatorname{rot} \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \underbrace{- \operatorname{grad} U}_{} \Rightarrow \frac{v^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + U = \text{konst.}$$

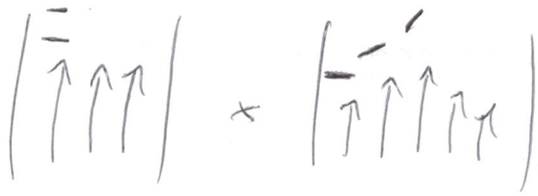
– <u>adiabatické proudění ideálního plynu</u> – $pV^{\varkappa} = konst. \Rightarrow C\varrho = p^{1/\varkappa}$

$$\Rightarrow \int \frac{dp}{\varrho} = \int C p^{-1/\varkappa}\, dp = \frac{C}{1-\frac{1}{\varkappa}}\, p^{1-\frac{1}{\varkappa}} = \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{p}{\varrho}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{2} + \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\frac{p}{\varrho} + U = konst.$$

– <u>vírové a nevírové proudění</u> – $\mathrm{rot}\, \vec{v}$

nevírové $\mathrm{rot}\, \vec{v} = 0$
vírové $\mathrm{rot}\, \vec{v} \neq 0$



– z Eulerovy rovnice $(\vec{\Omega} = \mathrm{rot}\, \vec{v})$

$$\Rightarrow \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,(\vec{v} \times \vec{\Omega})$$

Stacionární, kvazistacionární a nestacionární elektromagnetické pole

• <u>stacionární</u> – elektrické pole: od nepohybujícího se náboje – statické

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \qquad \mathrm{div}\, \vec{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0},\ \mathrm{rot}\, \vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\phi = -\frac{\varrho}{\varepsilon_0}$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\varrho(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\, d^3r$$

~~od ustáleného proudu – stacionární~~

$$\cancel{I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \mathrm{div}\, \vec{j} = 0}$$

– magnetické pole: od vodiče protékaného konst. proudem – stacionární ~~statické~~

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad d\vec{F}(\vec{x}) = I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{x}) \qquad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Zavedeme

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\, d^3r \qquad \mathrm{rot}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{j},\ \mathrm{div}\, \vec{B} = 0 \qquad \vec{B} = \mathrm{rot}\, \vec{A}$$

$$\Rightarrow \Delta\vec{A} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -\mu_0 \vec{j} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{\vec{e}_\varphi}{\varrho}$$

od permanentního magnetu – statické

$$\mathrm{rot}\, \vec{H} = 0,\ \vec{H} = -\mathrm{grad}\, \varphi_m$$

$$\vec{B} = -\mu_0(\mathrm{grad}\, \varphi_m - M)$$

5. Stacionární, kvazistacionární a nestacionární děje

- **kvazistacionární elmag. pole** = "nestacionární s pomalou změnou"
  - střídavé proudy s pomalou frekvencí – RLC – elmag. indukce

    ~~indukuje se napětí~~

  - kondenzátor se vybíjí → roste proud → roste mag. pole cívky → indukuje se napětí → proud klesá → nabíjí se kondenzátor obráceně → v cívce žádné mag. pole → kondenzátor se vybíjí

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad RI + L\frac{dI}{dT} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \frac{dQ}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = 0$$

$$Q = Q_0\, e^{-\frac{R}{2L}t}\, e^{\pm i\omega t}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

tlumené kmitání

- **nestacionární elmag. pole** – změny probíhají rychle – vysoké frekvence SP
  - střídavý proud
  - světlo
  - časově proměnné el. pole → vyvolá proměnné mag. pole
  - pohybující se permanentní magnet

$$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A} \qquad \vec{E} = -\mathrm{grad}\,\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

kalibrace $\vec{A} \to \vec{A} + \mathrm{grad}\,\psi \qquad \phi \to \phi - \frac{\partial \psi}{\partial t}$

$$\Rightarrow \mathrm{div}\,\vec{A} + \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}$$

6. Periodické děje ve fyzice

- periodický děj = takový, při kterém se soustava vrátí do původního stavu za určitou dobu (= perioda)

Matematický popis kmitů

- kmity – periodicita ve výchylce i poloze (rovnovážná poloha se nepohybuje)
- kmitající objekt = oscilátor (když kmitá harmonicky (sin, cos) tak harmonický)
  - kmit = těleso se vrátí do původní polohy při stejné orientaci směru (nulté i první derivace)
  - kyv = polovina kmitu, z jedné krajní polohy do druhé
  - perioda = doba jednoho kmitu
  - rovnovážná poloha = poloha kolem, kt. těleso kmitá
  - výchylka = vzdálenost od rovnovážné polohy, rovnováha sil – nulové nulté a druhé derivace

- v 1D: $F = -k \cdot x$

$$m\ddot{x} = -kx \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

amplituda, fáze

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \Rightarrow x(t) = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t} = x_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

úhlová rychlost

$$\frac{dx}{dt} = \omega x_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\frac{d^2x}{dt} = -\omega^2 x_m \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 \cdot x$$

Energie kmit. pohybu:

$E = E_k + E_p$

$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A_m^2 \cos^2()$

$E_p = -\int_a^x F dx' = \frac{1}{2} k x^2$

$E(t) = \frac{1}{2} k A^2 [\cos^2() + \sin^2()]$

$\underline{E(t) = \frac{1}{2} k A^2}$

- platí princip superpozice: $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$
  - pokud je frekvence (perioda) kmitů stejná $\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega$:

$$u(t) = u_{1,m} \sin(\omega t + \varphi_1) + u_{2,m} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$\Rightarrow u(t) = \sin(\omega t) \cdot \underbrace{[u_{1,m} \cos\varphi_1 + u_{2,m} \cos\varphi_2]}_{B_1} + \cos(\omega t) \cdot \underbrace{[u_{1,m} \sin\varphi_1 + u_{2,m} \sin\varphi_2]}_{B_2}$$

$$\Rightarrow u(t) = B \cdot \sin(\omega t + \varphi), \text{ kde } B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{u_{1,m}^2 + u_{2,m}^2 + 2u_{1,m} u_{2,m} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

  - interference = skládání vln
    - konstruktivní – $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$
    - destruktivní – $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\pi$, kde $n = 0, 1, 2, \ldots$
  - pokud frekvence není stejná = ~~[illegible]~~ kmity blízké frekvence (ale stejná amplituda a fáze = 0)

$$x(t) = 2A \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$

– vnitřek, – obal

- např.: kyvadlo, pružina

Mechanické kmity, kmity v el. obvodech

- reálné mechanické kmity jsou většinou tlumené, případně i s vynucující silou
  - tlumení způsobuje pokles amplitudy – změna celkové energie – disipace
  - při nucených kmitech se vl. kmitání osc. zatlumí a zbyde jen kmitání s periodou vynucující síly

• <u>tlumené kmitání</u>: – tlumící síla F_t : tření $F_t = konst.$

úměrná rychlosti $F_t \sim v$ ... laminární

úměrná kvadrátu $F_t \sim v^2$ ... turbulentní

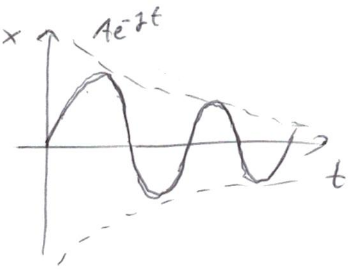
– pro případ laminárního proudění:

$$m\ddot{x} = -kx - B\dot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{B}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{, přeznačíme } \frac{B}{m} = 2\gamma \text{ , } \frac{k}{m} = \omega_0$$

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \Rightarrow \text{ řešení } x(t) = A_0 e^{\alpha t} \text{, kde } \alpha_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

⇒ různé případy:



- $\gamma^2 > \omega_0^2$ – reálné řešení, oscilátor se zatlumí
- $\gamma^2 \doteq \omega_0^2$ – oscilátor se zatlumí ještě rychleji
- $\gamma^2 < \omega_0^2$ – tlumené kmitání $x(t) = \underbrace{Ae^{-\gamma t}}_{\text{koeficient útlumu}} \cdot e^{\pm i\omega_0 t}$

– energie kmitání klesá:

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA_0^2 e^{-2\gamma t} = E_0 e^{-2\gamma t}$$

• <u>nucené kmity</u>: – působí navíc i vynucující síla F_v, vždy i s tlumící silou

– harmonická vynucující síla $F_v = F_0 \sin(\Omega t)$

$$m\ddot{x} = -kx - B\dot{x} + F_v(t) \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\ddot{x} + \frac{B}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x}_{\text{vyřešíme homogenní rovnici } x_0} = \underbrace{\frac{F_0}{m}\sin(\Omega t)}_{\text{najdeme partikulární řešení } x_p}$$

$$\Rightarrow x_0 = A e^{-\gamma t} \cdot e^{\pm i\omega t}$$

$$x_p = A_v \sin(\Omega t + \phi) \text{ ,}$$

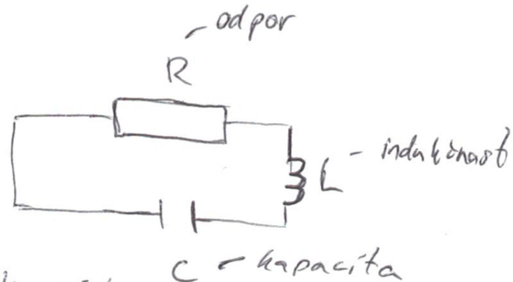
$$\text{kde } A_v = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\Omega^2 - \omega_0^2 + 4\Omega^2\gamma^2}} \text{ , } \phi = -\frac{2\gamma\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$$

– za nekonečně dlouhý čas se $x_0(t)$ zatlumí a zbyde jen $x_p = A_v \sin(\Omega t + \phi)$

– může dojít k rezonanci – vynucující síla musí mít frekvenci $\Omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$

6. Periodické děje ve fyzice

Kmity v elektrických obvodech



- např. tlumené kmity v RLC obvodu
- kondenzátor se vybíjí → roste proud → roste pole cívky, klesá proud → indukuje se napětí → nabíjí to kondenzátor na opačnou polaritu → v cívce se neindukuje napětí → kondenzátor se vybíjí ; rezistor způsobuje tlumení

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad , \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \underbrace{\frac{R}{L}}_{2\gamma}\frac{dq}{dt} + \underbrace{\frac{q}{LC}}_{\omega_0^2} = 0$$

$$\Rightarrow q = q_0 e^{-\gamma t} \cdot e^{\pm i\omega t} \quad , \quad \omega = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{R^2}{4L^2}}$$

Aplikace periodických dějů – přesné měření fyzikálních veličin

- měření času – u harmonických kmitů se nemění perioda s amplitudou
  – pomalu tlumené kmitání

~~Zavedení času kmity~~

- určení grav. konstanty : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

* Doplněk – Plšků

Anharmonické kmity – harmonické $\Rightarrow E_p = \frac{1}{2}kx^2$

- obecně: $E_p = \underbrace{E_0}_{\text{poč. poloha}} + \underbrace{E_1x}_{\text{síla v rovnovážné poloze}} + \underbrace{E_2x^2}_{\text{harm. aproximace}} + E_3x^3 + E_4x^4 + \dots$

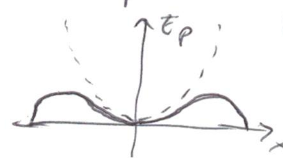
E_3 : $E_3 < 0$ – energie chem. vazby

E_4 : kladné

vratná síla roste rychleji

T s A klesá

záporné



vratná síla roste pomaleji

T s A roste

7. Vlnové jevy, popis a základní charakteristika, příklady, aplikace

Veličiny, druhy vlnění, vznik vlnění

- „kmitání šířící se v prostoru" – podle směru kmitání máme vlnění < podélné / příčné
- charakterizováno amplitudou, fází a rychlostí šíření
- výchylka popsána vlnovou fcí, kt. splňuje vlnovou rovnici $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
  - ~~postupná~~ vlna: $u(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$, $k = \frac{\omega}{v}$ (perioda, vlnová délka)
    - příčné (světlo) a podélné (zvuk)
  - stojatá ~~příčná~~ vlna: $u(x,t) = A \cdot \cos(kx) \sin(\omega t)$, kde $k = \frac{\pi}{\lambda}, \frac{2\pi}{\lambda}, \dots$
    - ~~podélné~~ příčné a podélné ~~[illegible]~~ (strunné) (dechové ~~[illegible]~~) chvění
- druhy vlnění:
  - mechanické – akustické vlny, vodní hladina – řídí se NZ
    - šíří se látkovým prostředím
  - elektromagnetické – světlo, popsáno Maxwellkama
    - šíří se vakuem
  - de Broglieho vlnění hmoty – kvantový charakter element. částic
  - podle tvaru vlnoplochy: (= body se stejnou vzdáleností od zdroje)
    - kulová – amplituda klesá se vzdáleností $I = \frac{P}{S} \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow A = \frac{A_0}{r}$
    - rovinná – neklesá $|\vec{s}| = 1$
- zdroje vlnění (mechanického)
  - oscilátory s vazbou
  - pružné prostředí

Superpozice vlnění – skládání vlnění podobně jako u kmitů $u(x,t) = u_1(x_1,t) + u_2(x_2,t)$

- interference:
  - konstruktivní – $\Delta\varphi = 2\pi m \Rightarrow \Delta x = \lambda \cdot m$
  - destruktivní – $\Delta x = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$
- u protiběžných vlnění $u(x,t) = u_0 \sin\omega t \cos kx$
  - = stojaté vlnění
- vznik interf. obrazců u světla

$$u = 2u_0 \sin\Big(\underbrace{\frac{\omega_1+\omega_2}{2}}_{\bar{\omega}} t - \underbrace{\frac{k_1+k_2}{2}}_{\bar{k}} x\Big) \cdot \cos\Big(\underbrace{\frac{\omega_1-\omega_2}{2}}_{\Delta\omega} t - \underbrace{\frac{k_1+k_2}{2}}_{\Delta k} x\Big)$$

- disperze: $v = f(\lambda)$ klesající – anomální; $v = f(\lambda)$ rostoucí – normální

$\frac{\bar{\omega}}{\bar{k}} = v_f$ $\frac{\Delta\omega}{\Delta k} = v_g$

- fázová a grupová rychlost: $v_g = v_f - \lambda\frac{dv_f}{d\lambda}$

Šíření vln prostředím, podmínky na rozhraní

Doppler: $f_p = f_0 \frac{v - w}{v - u}$ – pozorovatel, – zdroj

$f_p = f_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}$ – přibližování

- v izotropním prostředí se šíří konstantní rychlostí
- pojem <u>vlnoplocha</u> – body se stejnou vzdáleností od zdroje – kmitají se stejnou fází

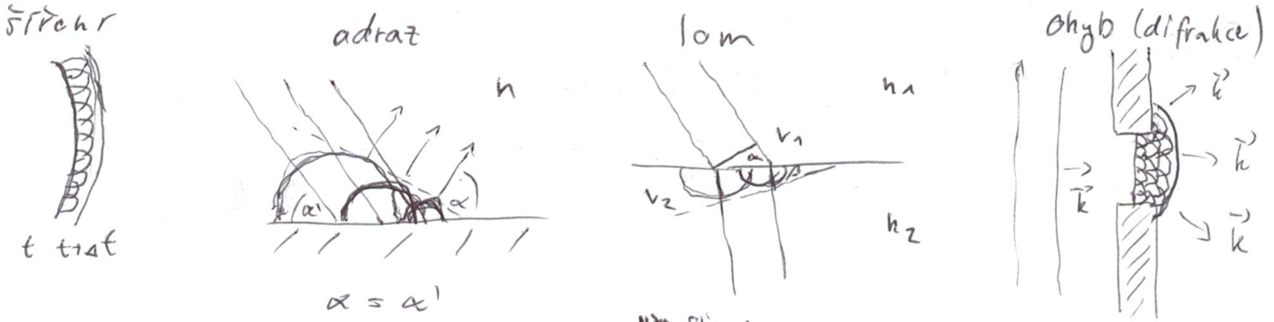
$$I = \frac{P}{S} = \frac{dP}{dS} \approx A^2$$

bodální

kulová vlna $S \sim r^2 \Rightarrow A = \frac{A_0}{r}$

rovinná vlna $|\vec{S}| = 1 \Rightarrow A = A_0$

- <u>Huygensův princip</u> – každý bod je zdrojem dalších element. vlnoploch



$\alpha = \alpha'$

$v_1 \sin \beta = v_2 \sin \alpha$

- <u>Fermatův princip</u> (nejmenšího času) – všechny jevy jsou důsledkem rozptylu světla
  - všechny jevy lze vyjádřit pomocí jediné rovnice:

$$d n_1 \sin \alpha_1 - d n_2 \sin \alpha_2 = m \lambda \quad , \; m = 0, 1, 2, \dots$$

– šířka mřížky, – vlnová délka vlnění

odraz	lom
$n_1 = n_2$	$n_1 \neq n_2$
$m = 0$	$m = 0$
$\Downarrow$	$\Downarrow$
$\alpha_1 = \alpha_2$	$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$

$$R_s = \left[\frac{n_1 \cos \varphi_i - n_2 \cos \varphi_t}{n_1 \cos \varphi_i + n_2 \cos \varphi_t}\right]^2$$

$$R_p = \left[\frac{n_1 \cos \varphi_t - n_2 \cos \varphi_i}{n_1 \cos \varphi_t - n_2 \cos \varphi_i}\right]^2$$

- <u>Fresnelovy vztahy</u> – na rozhraní se jinak odráží s a p polarizace

Vlnové jevy v mechanice spojitých prostředí – akustika

- zvuk = mechanické vlnění látkového prostředí
  - plyny – podélné
  - kapaliny – podélné
  - pevné látky – podélné i příčné
- místo výchylky se používá akustický tlak

$$p_0 = \rho\, v\, \omega\, u_0$$ – původní amplituda

akustická impedance, rychlost šíření, frekvence

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho}}$$

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 u_0^2 \qquad [I] = dB \qquad a[dB] = 10 \log \frac{b}{b_0}$$

- obecně nelineární – rychlost se zvyšuje s amplitudou

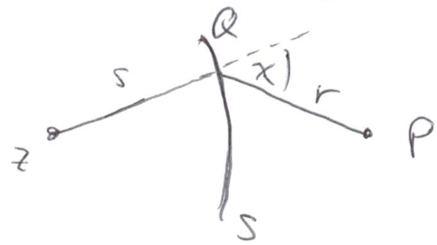
Vlnové jevy v eldynu a optice, interference, difrakce

- světlo jako elmag vlnění: $\Delta \vec{E} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$, $\Delta \vec{H} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t}$; kde $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

  ($\vec{H}$ … intenzita mag. pole)

  - ve vakuu: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ $\Rightarrow$ $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$
  - poyntingův vektor: $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$, $|\vec{P}|$ … intenzita záření
- zdroje světla: tepelné zdroje – Planckův vyzařovací zákon
  - výbojky – excitace atomů, diskrétní spektrum
  - luminiscentní zdroje – excitace → kaskádovitá deexcitace
  - zářivky – kombinace výbojek a luminiscence
  - LEDky – PN přechod
  - laser – metastabilní hladiny → stimulovaná emise
- interference – podobně jako u kmitů: $u(x,t) = u_0 \sin(\omega t - kx)$,
  - pouze pro koherentní vlnění $u_0 = \sqrt{u_{0,1}^2 + u_{0,2}^2 + 2u_{0,1} u_{0,2} \cos[k(x_1-x_2) + \varphi_1 - \varphi_2]}$
    - koherence prostorová – ze dvou míst na povrchu tělesa
    - koherence časová – z jednoho místa s časovým odstupem
- difrakce
  - Huygensův–Fresnelův princip $u(P,t) = \int_S \frac{A \cdot k(\chi)}{s \cdot r} e^{i[\omega t - k(r-s)]} \, d\sigma$ (k(χ) … faktor sklonu, dσ … element plochy)

    $k(\chi) = \frac{i}{\lambda} \frac{1+\cos\chi}{2} \approx \frac{i}{\lambda}$ … pro malé úhly



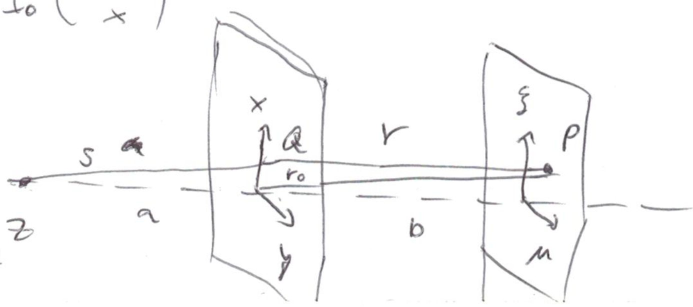
  - Fraunhoferova aproximace

    $s = \sqrt{a^2 + x^2 + y^2}$ $\qquad I = I_0 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$

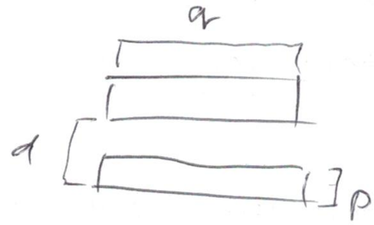
    $r = \sqrt{b^2 + (\xi - x)^2 + (\mu - y)^2}$

    $a \cdot b \approx s \cdot r$

    $\Rightarrow u(P,t) = \overbrace{A \frac{i}{\lambda} \frac{e^{i\omega t}}{a \cdot b}}^{A_0 \text{ – difrakční amplituda}} \int_\sigma e^{ik \frac{x\xi + y\mu}{r_0}} \, dx\,dy$



- difrakce na mřížce:



$$u(\xi,\eta) = A_0 \sum_{n=0}^{N} \iint e^{ik\frac{x\xi + y\eta}{r_0}}\, dx\, dy$$

$$\Rightarrow I(\xi,\eta) = \left| A_0 \cdot p \cdot q \,\operatorname{sinc}\frac{kp\xi}{2r_0}\, \operatorname{sinc}\frac{kq\eta}{r_0} \right|^2 \left| \frac{\sin\frac{kdn\xi}{2r_0}}{\sin\frac{kd\xi}{2r_0}} \right|^2$$

8. Měření fyzikálních veličin, soustavy jednotek

Měření mech., elmag., optických a termodyn. veličin, základní metody a přístroje

- měřicí přístroj = zařízení, kt. umožňuje měření urč. fyzikálních vlastností
  - při kontaktu či srovnáním s daným objektem / soustavou nám umožňují odečíst hodnotu měřené veličiny
- metody
  - přímé – na základě definice veličiny, hodnotu získáme přímým odečtením
  - nepřímé – hodnotu vypočteme z veličin měřených na základě fyz. vztahu
  - absolutní – hodnotu veličiny měříme přímo v příslušné jednotce
  - relativní – založeno na porovnání objektu s etalonem o známé hodnotě dané veličiny
  - statické – klidový stav soustavy / měřidla
  - ~~dyn~~ dynamické – založeno na změnách v soustavě (tuhost pružiny)
  - kompenzační – účinek vyrovnáváme etalonem (rovnoramenné váhy)
- veličiny:
  - mechanické – délka – posuvné měřidlo, mikrometr, laser
    - čas – stopky, atomové hodiny (kmitání atomu cesia) – počítání pravidelných dějů pohybů
    - hmotnost – rovnoramenné váhy, digitální váhy, z 3. KZ, z 2. NZ
    - objem – odměrný válec, ponoření do vody (u tuhých těles)
      - změření parametrů
    - tíhové zrychlení – z měření délky a stopování času $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
    - modul pružnosti – z prohnutí nosníku pod známou hmotností
  - elektromagnetické – napětí – voltmetr – co největší odpor, paralelně – potenciál mezi dvěma body
      - analogové – silové působení → výchylka ručičky
      - digitální – nejdřív analogově → ADC převodník
    - proud – ampérmetr – obdobně jako voltmetr
      - co nejmenší odpor, sériově – procházející proud vychyluje ručičku
    - odpor, kapacita, indukčnost – pasivní veličiny
      - z úbytku napětí při známém proudu
  - optické – ohnisková vzdálenost, zvětšení – z velikosti objektu a obrazu
      - Besselova metoda
    - index lomu – z měření lámavého úhlu (deviačního úhlu)
    - disperze – z spekt. čar
    - polarizace – stáčení roviny polarizace

- termodynamické – teplota – teploměr – tepelný kontakt – nízké teploty, roztažnost
  - emisivita – vysoké teploty
  - tepelná kapacita – kalorimetrem – ze změny teploty při dodání známého tepla – ztráty
  - tepelná vodivost = přivádíme a odvádíme teplo a měříme změnu teploty
  - poissonova konstanta – z rychlosti zvuku – polohy maxim v trubici
  - tlak – barometrem – kapalinový

Význam experimentu ve fyzice

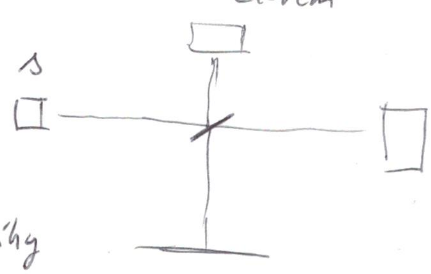
- dříve (např. Aristoteles) se experimentu nevěnovalo příliš pozornosti
  - pozorované jevy se vysvětlovaly filozoficky (obecnými pravdami) – od obecného ke konkrétnímu
- později se experimentu přikládal větší význam
  - jevy v přírodě lze pozorovat (= měřit) a tím ověřovat určité poznatky
  - při dostatečném poznání urč. jevu lze zjistit zákonitosti mezi jednot. veličinami
- experiment = sada úkonů vedoucí k případnému potvrzení / vyvrácení hypotézy
  - objektivní, reprodukovatelný
  - na rozdíl od pozorování při experimentu aktivně ovlivňujeme podmínky
    - je potřeba jejich důkladný popis

teorie ⟶ hypotéza ⟶ pokus

↑ ↓

stanovení ⟵ vyhodnocení

- např. Michelsonův ⟶ měření rychlosti světla éterem



Soustavy jednotek, převody

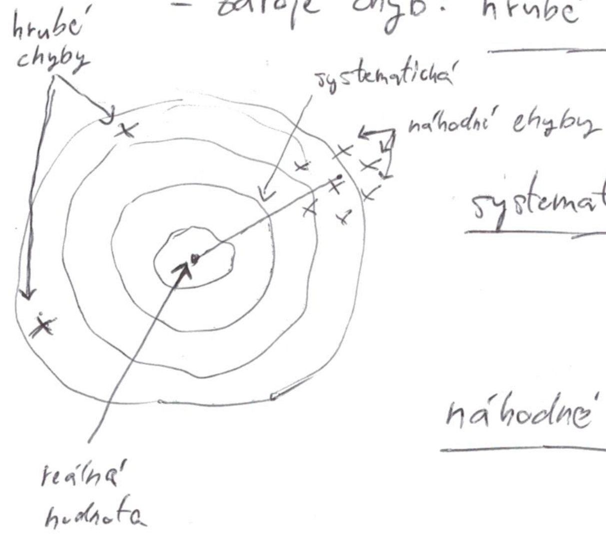
- lze volit náhodně – veličiny spolu však souvisí
  ⇒ jednotky hlavní (základní) a odvozené (+ vedlejší)
- používá se soustava SI – 7 základních

- **metr** – vzdálenost, kt. světlo ve vakuu urazí za $\frac{1}{299\,792\,458}$ s
- **sekunda** – doba 9 miliard period záření cesia – vl. čas z OTR
- **kilogram** – fixací planckovy konstanty $hf = mc^2$ – Wattové váhy
- **ampér** – fixací el. náboje $C = A \cdot s$
- **kelvin** – fixací boltzmanovy konst. – $J \cdot K^{-1}$
- **mol** – fixací avogadrovy konst.
- **kandela** – fixací hodnoty světelné účinnosti (záření $540 \cdot 10^{12}$ Hz) = 683 $lm\,W^{-1}$ = 683 $cd\,sr\,W^{-1}$

9. Problematika zpracování měření

Správnost a přesnost měření fyz. veličiny a vypočtené veličiny

- z principu nelze měřit úplně přesně – každé měření je zatíženo chybou
  - odchylka od skutečné hodnoty dané fyz. veličiny
    - může mít kladnou i zápornou hodnotu a má stejný rozměr jako veličina
  - zdroje chyb: **hrubé chyby** – nepozornost, porucha přístroje, nevhodná metody
    - většinou nelze nebo není snadné ji korigovat
      - ze sady měřených hodnot se vylučuje



systematické chyby – nedokonalost přístroje / metody měření (zpracování)
- lze ji korigovat
- při opakovaném měření má podobnou hodnotu

náhodné chyby – ovlivňují měření nepředvídatelně
- nelze vyloučit ani korigovat
  - ⇒ měříme vícekrát a statisticky to zpracovat
- náhodné vlivy ~~[illegible]~~

- vždy je ~~[illegible]~~ přesnější měřit veličinu přímo (na jednom měřicím přístroji)
  - pokud chceme určit veličinu z více měřených veličin, chybu určíme ze zákona šíření chyb

• aritmetický průměr: $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{\sum_i^N x_i w_i}{\sum_i^N w_i}$, $w_i = K\delta x_i^{-2}$

• směrodatná odchylka (standard deviation): $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} w_i (x_i-\bar{x})^2 \cdot \frac{1}{\sum_i^N w_i}}$

$\hat{\sigma} = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$ – odstranění hrubých chyb $|x_i - \bar{x}| > \bar{x} + k(x)$ kde $k(x) = 3\hat{\sigma}$

• nejistota typu A = směrodatná odchylka aritmetického průměru

$u_A(x) = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$ – používá se rozšířená nejistota $U(x) = t_{p,\nu}\, u(x)$

p … pravděpodobnost
$\nu = N-1$ … počet stupňů volnosti

• nejistota typu B – nejistota přístrojů (příp. etalonů/konstant)
- systematické i náhodné chyby
- záleží na typu měřicího přístroje $u_B = \frac{a}{k}$, a – polovina nejmenšího dílku, k – závisí na typu rozdělení
- u měřidel el. veličin nejistota závisí na rozsahu i na měřené hodnotě

rozdělení	k	
normální	3	váhy
rovnoměrné	$\sqrt{3}$	metry
Diracovo	1	analogové

- kombinovaná nejistota – spojení statistické nejistoty (u_A) a nejistoty měřidla (u_B)

$$u(x) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

- zákon šíření nejistoty – pro určení nejistoty nepřímo měřené veličiny

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$

$$\Rightarrow u_c(y) = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2\Bigg|_{[x_1=\bar{x}_1, \dots, x_n=\bar{x}_n]} \cdot u_c^2(x_i)}$$

– speciální případy:

$y = x_1 \pm x_2 \Rightarrow u_c(y) = \sqrt{u_c^2(x_1) + u_c^2(x_2)}$

$y = A \cdot x_1 \Rightarrow u_c(y) = A \cdot u(x_1)$

$y = x_1 \cdot x_2^{\pm 1} \Rightarrow r(y) = \sqrt{r^2(x_1) + r^2(x_2)}$

$y = x_1^n \Rightarrow r(y) = |n| \cdot r(x_1)$

– rozšířená nejistota se počítá trochu jinak: $U(y) = t_{p,v_{ef}}\, u(y)$, kde

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_i^n \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$ případně

$$v_{ef} = \min(v_i)$$

Grafické a numerické zpracování měření, veličiny s diskrétním a spojitým spektrem, střední hodnota a disperze

– grafická vizualizace může leckdy pomoci

~~× potřeba minimálně dvě měřené veličiny nebo přečíst a spočítat~~

- graf $x, f(x)$ – aproximace fční závislosti
- histogram – četnost hodnot (u spojitých se dělí do intervalů)

– spektra veličin:

- diskrétní (např. počet částic) – Poissonovo rozdělení

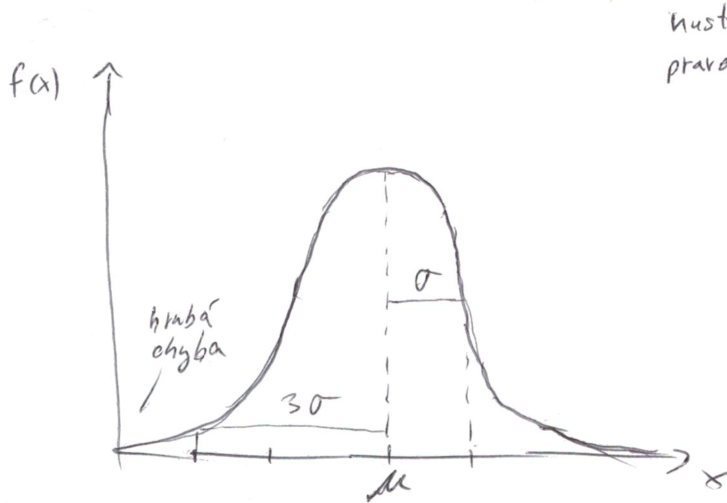
$$P(k, \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

průměrný počet (λ), naměřený počet výskytů (k)

- spojité (rychlost, teplota) – Gaussovo rozdělení

hustota pravděp. – $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

střední hodnota (průměr) (μ); disperze (σ^2)



$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

$$P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} f(x)\,dx \doteq 0{,}683$$

$$P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) \doteq 0{,}997$$

9. Problematika zpracování měření

Aproximace funkčních závislostí polynomy, numerické derivování a integrování, metoda nejmenších čtverců

- aproximace polynomem – fční závislost nahradíme polynom často vyššího řádu
  - užití při interpolaci a extrapolaci – s rozumem
  - pokud reálná fční závislost ~~nentspo~~ neodpovídá stejnému polynomu nezískáme z aproximace žádnou další informaci

    => je lepší fitovat přímo dané závislosti (např. exponenciální pokles)

- numerické derivování a integrování
  - derivování – tečna ke grafu je nahrazena sečnou blízkých bodů

$$d(x,h) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

  - tři ekvidistantní body $f(x-h), f(x), f(x+h)$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}, \quad f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

  - integrování – rozdělíme na malinké kousky, kt. následně sečteme

- metoda nejmenších čtverců – hledání závislosti (polynomu) s nejmenším součtem kvadratických vzdáleností od měřených bodů

$$S = \sum_i^n (f(x_i) - y_i)^2 \Rightarrow$$

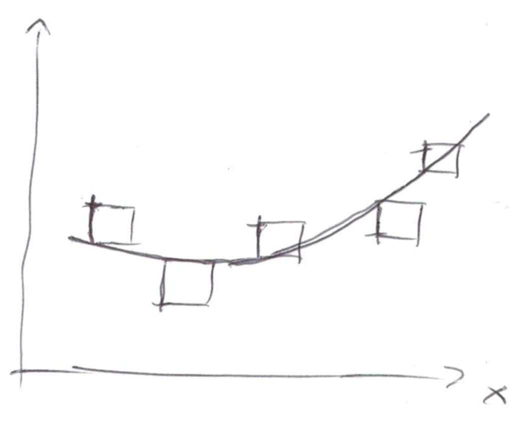
pro polynom stupně m systém m rovnic

$$\frac{\partial S}{\partial b_i} = 0, \quad i = 0, 1, \dots, m$$

- lineární regrese $f(x) = b_0 + b_1 x \dots$
- nelineární regrese $f(x) = b_0 e^{b_1 x}$

$$b_0 = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$



10. Zákony zachování

- úzce spjaty se symetrií prostoru a času (homogenita a izotropie).
    - teorém Emmy Noetherové

Zákony zachování energie, hmotnosti a náboje

- **energie** – nelze vytvořit ani zničit pouze se převádí jedna forma na druhou
    - homogenita času $\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0$
    - mechanika: ~~...~~ uvažujeme, že $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$

$$\Rightarrow E = \sum_i^k \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \dot{x}_i - L$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \sum_i \left(\dot{p}_i \dot{x}_i + p_i \ddot{x}_i - \frac{\partial L}{\partial x_i} \dot{x}_i - \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \ddot{x}_i \right) - \frac{\partial L}{\partial t}$$

- termodynamika: $dE = \delta Q - \delta W + \sum_k \mu_k dN_k = 0$

- **hmotnosti** – v klasické fyzice (klidová hmotnost) zůstává hmotnost zachovalá
    - rovnice kontinuity

hustota; časová změna hmotnosti v objemu; tok plochou

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad \oint_{\partial V} (\rho \vec{v}) \vec{n} dS = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV$$

vekt. pole toku hmoty

- v relativitě se může měnit $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

- **náboje** – obdobně jako hmotnost – rovnice kontinuity

– tok náboje plochou – úbytek náboje

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad \oint_{\partial V} \vec{j} d\vec{S} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV$$

- platí i v mikrosvětě – baryony $\pm 2/3$ nebo $\pm 1/3$

Izolované soustavy (zachování hybnosti, momentu hybnosti, energie)

(mechanické)

- vychází opět ze symetrie – homogenita a izotropie prostoru

- **hybnosti** – homogenita prostoru $L'(\vec{r}_a) = L(\vec{r}_a + \vec{R}) = L(\vec{r}_a) + \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} \vec{R} + (\text{čvř.})$

~~...~~ aby $L' = L \Rightarrow \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} = 0$

– 1. věta impulzová

$$\Rightarrow - \sum_a \frac{\partial V}{\partial \vec{r}_a} = \sum_a \vec{F}_a = \vec{0} \qquad \sum_a \frac{\partial L}{\partial \vec{r}_a} = \sum_a \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{r}}_a} = \frac{d}{dt} \sum_a \vec{p}_a = \frac{d}{dt} \vec{P} = 0 \qquad \vec{R} = \frac{\sum_a m_a \vec{r}_a}{\sum_a m_a}$$

- momentu hybnosti – izotropie prostoru = invariance vůči otočení

  - otočení o malý úhel $\vec{r_a}' = \vec{r_a} + \vec{\varphi} \times \vec{r_a}$

$$L' = L(\vec{r_a} + \varphi \times \vec{r_a}) = L(\vec{r_a}) + \underbrace{\sum_a \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{r_a}} \vec{\varphi} \times \vec{r_a} + \frac{\partial L}{\partial \vec{v_a}} \vec{\varphi} \times \vec{v_a} \right)}_{\text{musí být } 0} + [\check{c}v\check{i}$$

$$\left| \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} (\vec{A} \times \vec{B}) \right|$$

$$\Rightarrow \vec{\varphi} \cdot \sum \left(\vec{r_a} \times \frac{\partial L}{\partial \vec{r_a}} + \vec{v_a} \times \frac{\partial L}{\partial \vec{v_a}} \right) = \vec{\varphi} \cdot \sum \left(\vec{r_a} \times \dot{\vec{p_a}} + \dot{\vec{r_a}} \times \vec{p_a} \right)$$

$$= \varphi \underbrace{\frac{d\vec{L}}{dt}}_{\text{2. věta impulsová}} = 0 \quad , \text{kde } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

  - např. v tíhovém poli se zachovává MH při otočení kolem osy ~~...~~ rovnoběžné s polem
  - v centrálním poli se zachovává vůči středu síly

- mechanické energie – viz předchozí strana

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \left(\dot{p_i} \dot{x_i} + p_i \ddot{x_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} \dot{x_i} - \frac{\partial L}{\partial \dot{x_i}} \ddot{x_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial t}$$

  - platí v poli konzervativních sil $\oint_{\partial S} \vec{F} d\vec{l} = 0$
  $\Rightarrow \vec{F} = -\text{grad} V$

- v poli nekonzervativních sil se mech. energie nezachovává a mění se na jiné formy energie – teplo, elektrická energie
  $\oint_{\partial S} \vec{F_n} d\vec{l} \neq 0$
  - dochází k výměně energie mezi tělesy

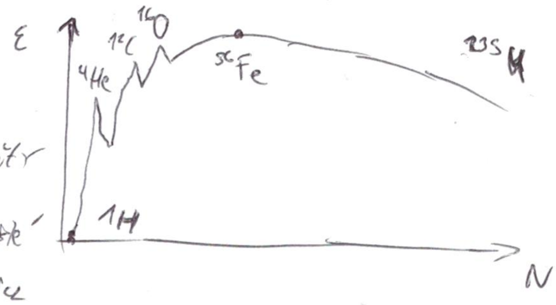
11. Struktura hmoty

Interakce, vazby

- pro popis interakcí dvě teorie — gravitace (hmotné objekty) – OTR; standardní model
  - teorie se snaží sjednotit tzv. kvantová gravitace – graviton – polní částice
- standardní model – popisuje silnou, slabou a elmag. interakci mezi el. částicemi
  - hmota (stabilní) se skládá ze 6 druhů leptonů a 6 druhů quarků
  - • silná jaderná síla – "drží pohromadě" nukleony a atomová jádra
    - přitažlivá síla mezi quarky a leptony – i neutrina, polní částice gluony
    - způsobuje valnou část hmotnosti částice
  - • slabá jaderná síla – zodpovědná za radioaktivní rozpad
    - působí na quarky i leptony
    - polní částice jsou W^+, W^- a Z bosony
    - způsobují beta rozpad (down → up) ⇒ $W^- \to e^- + \bar{\nu}_e$
    - $e^- \to e^- + Z^0$, $Z^0 \to b + \bar{b}$ vazba slabé neutrální proudy
    - neutrální, sami sobě antičástice
  - • elektromagnetická síla – může být přitažlivá nebo odpudivá
    - polní částice jsou fotony – virtuální fotony
    - "drží pohromadě" atomy a molekuly
    - působí v chemických reakcích, emise, absorbce záření
- teorie velkého sjednocení – jedna z jednotných teorií pole
  - všechny interakce projevem jediného principu
    - teoretický zatím bez gravitace
    - prakticky zatím jen elektroslabá síla – neutrální proudy neutrin a potom vznik W a Z bosonů v LHC
  - předpovězení Higgsova bosonu – dává hmotnost bosonům kalibračním
- většina chemických interakcí je projevem elmag. interakce:
  - • vznik molekul – kovalentní (stejné nebo podobné) – nepolární a polární, iontová (úplný přesun el. páru)
  - • Van der Waalsovy síly – mezi el. obaly molekul – odpudivá; mezi jádrem jedné a obalem druhé – přitažlivá
  - • vodíková vazba – ve vodíku v molekule dojde k odhalení jádra
    - anomálie vody

Struktura jader

- jádro má kladný náboj - radioaktivní rozpad ⇒ musí obsahovat i něco jiného než jen ~~kladné~~ částice
    - Rutherford objevil proton (α rozpad)
    - Chadwick objevil neutron
- skládá se z protonů a neutronů - silná jaderná síla
    - neutrony jádro stabilizují, při velkém počtu podléhají β-rozpadu
    - poměr vazebné energie a počtu nukleonů má vliv na stabilitu jádra
        - nejvyšší u železa - zastavení fúze



- neexistuje jednotný popis:
    - kapkový model - částice jako kapky, analogie povrchového napětí
    - kolektivní model - neustálé srážky, vznik a rozpad nezávislé
        - energie se rozloží na všechny částice
    - nezávislé částice - analogie z KM, energie kvantovány
        - struktura podobná jako u elektronů
        - zdvojená ⇒ magická čísla: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126
    - kombinovaný - uzavřené slupky nezávislé, vnější slupka kolektivní

Struktura atomů a molekul

- atomy jsou navenek neutrální - lze z nich uvolnit "elektron" (Thomson)
    - lze uvolnit snáze - nejspíše proto, že je lehčí
- Thomsonův pudinkový model - předpokládal kladný obal v němž jsou rozprostřeny elektrony
    - vyvrácen Rutherfordem
- Rutherfordův planetární model - lehké e^- obíhají kladné těžké jádro
    - e^- by za [illegible] vyzařování fotonů spadly na jádro
- Bohrův model - záření po kvantech ⇒ diskrétní orbitaly $\hbar f = E_n - E_m$
    - nevysvětluje štěpení čar
- Kvantově mechanický model - orbitaly určené čtyřmi kvantovými čísly
    - n - hlavní, E
    - l - vedlejší, $\vec{L}$
    - m - magnetické, $\vec{m}$
    - s - spinové
    - vysvětluje štěpení čar - poruchová teorie

11. Struktura hmoty

Struktura látek

- již ve starověku: základní kameny hmoty = atomy (molekuly)
  a také 4 skupenství: zem, voda, vzduch, oheň
- dnes víme: látky složené z molekul - určují jejich vlastnosti (záleží na uspořádání i teplotě)

  4 skupenství: pevné — krystalické — mono a poly
  - dalekodosahové uspořádání

  amorfní - krátkodosahové uspořádání

  kapalné - kapaliny, nestlačitelné, nemají stálý tvar
  - povrchové napětí, viskozita
    - elevace (smáčí) × deprese (nesmáčí)

  plynné - ~~x plyn~~ vyplňují celý prostor, stlačitelné

  plazma - ionizovaný plyn, nějaké vlastnosti kovů
  - navenek neutrální
- jak to víme? - Brownův pohyb