5. Stacionární, kvazistacionární a nestacionární děje

Časově neproměnná a proměnná vektorová pole (mechanika kontinua, elektrodynamika, termodynamika a kvantová mechanika

- vektorové pole je funkce, kt. přiřazuje každému bodu v prostoru nějaký vektor
- neproměnné – pole je fcí pouze souřadnic $\frac{\partial \vec{u}(\vec{r})}{\partial t} = \vec{0}$
  - makroskopické veličiny nezávisí explicitně na čase
  - mechanika kontinua – stacionární proudění
    - pole rychlosti elementu
    - laminární proudění

  - elektrodynamika – elektrické pole nepohybujícího se náboje
    - magnetické pole konst. proudu
    - magnetické pole permanentního magnetu
  - termodynamika
  - kvantová mechanika

- proměnná vektorová pole – ~~zá~~ závisí explicitně na čase $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \neq 0$
  - nelze vyjádřit pomocí potenciálu
  - mechanika kontinua – nestacionární proudění
    - turbulentní
  - elektrodynamika – el. pole kmitajícího náboje
    - mag. pole střídavého proudu

Stacionární a nestacionární proudění kapalin a plynů

- proudění reálné kapaliny je poměrně složitý → ideální kapaliny = nevískózní a nestlačitelná
- platí rovnice kontinuity $\operatorname{div} \rho\vec{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2$

- Eulerova rovnice – zrychlení elementu kapaliny

z tenzoru napětí $\operatorname{div}\hat{\sigma} = -\operatorname{grad} p$

objemová hustota sil

$\nabla a \cdot \vec{n} = \frac{da}{dl}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(\vec{r}(t),t)}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\cdot\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p + \frac{1}{\rho}\vec{f}$$

$\vec{n} = \frac{d\vec{r}}{dl}$

- Bernoulliho rovnice – pouze pro ustálené

$\frac{1}{\rho}\vec{f}$ – předpoklad

průmět do normály a zintegrujem

$$(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = \frac{1}{2}\operatorname{grad} v^2 - \vec{v}\times\operatorname{rot}\vec{v} = -\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p \underbrace{- \operatorname{grad} U}_{} \Rightarrow \frac{v^2}{2} + \int\frac{dp}{\rho} + U = \text{konst.}$$

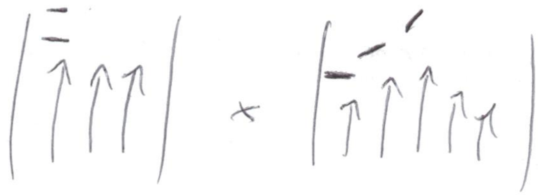
– adiabatické proudění ideálního plynu – $pV^{\varkappa} = konst. \Rightarrow C\rho = p^{1/\varkappa}$

$$\Rightarrow \int \frac{dp}{\rho} = \int C p^{-1/\varkappa}\, dp = \frac{C}{1-\frac{1}{\varkappa}} p^{1-\frac{1}{\varkappa}} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \frac{p}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{2} + \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\frac{p}{\rho} + U = konst.$$

– vírové a nevírové proudění – $rot\, \vec{v}$

nevírové $rot\, \vec{v} = 0$
vírové $rot\, \vec{v} \neq 0$



– z Eulerovy rovnice $(\vec{\Omega} = rot\, \vec{v})$

$$\Rightarrow \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = rot\, (\vec{v} \times \vec{\Omega})$$

Stacionární, kvazistacionární a nestacionární elektromagnetické pole

• stacionární – elektrické pole: od nepohybujícího se náboje – statické

$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ $\quad div\, \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $rot\, \vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} d^3r$$

~~od ustáleného proudu – stacionární~~

$\cancel{I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow div\, \vec{j} = 0}$

– magnetické pole: od vodiče protékaného konst. proudem – stacionární ~~statické~~

$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

$d\vec{F}(\vec{x}) = I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{x})$ $\quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r^3}$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} d^3r$$

$rot\, \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$, $div\, \vec{B} = 0$ $\quad$ Zavedeme $\vec{B} = rot\, \vec{A}$

$\Rightarrow \Delta\vec{A} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = -\mu_0 \vec{j}$ $\quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{\vec{e}_\varphi}{\rho}$

od permanentního magnetu – statické

$rot\, \vec{H} = 0$, $\vec{H} = -grad\, \varphi_m$

$\vec{B} = -\mu_0 (grad\, \varphi_m - M)$

5. Stacionární, kvazistacionární a nestacionární děje

- Kvazistacionární elmag. pole = "nestacionární s pomalou změnou"
    - střídavé proudy s pomalou frekvencí - RLC - elmag. indukce

~~indukuje se napětí~~

- kondenzátor se vybíjí → roste proud → roste mag. pole cívky → indukuje se napětí → proud klesá → nabíjí se kondenzátor obráceně → v cívce žádné mag. pole → kondenzátor se vybíjí

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$RI + L\frac{dI}{dT} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\frac{dQ}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = 0$$

$$Q = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{\pm i\omega t}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

tlumené kmitání

- nestacionární elmag. pole - změny probíhají rychle - vysoké frekvence SP

- střídavý proud
- světlo

- časově proměnné el. pole → vyvolá proměnné mag. pole
- pohybující se permanentní magnet

$$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A} \quad \vec{E} = -\mathrm{grad}\,\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

kalibrace $\vec{A} \to \vec{A} + \mathrm{grad}\,\psi \quad \phi \to \phi - \frac{\partial \psi}{\partial t}$

$$\Rightarrow \mathrm{div}\,\vec{A} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}$$