

Příklady k zápočtu z termodynamiky a statistické fyziky 1.

1. Nechť $F(x, y) = xe^{x^2+y^2} + y \ln x$. Spočtěte $\partial F/\partial x$, $\partial F/\partial y$, $\partial^2 F/\partial x^2$, $\partial^2 F/\partial x \partial y$, $\partial^2 F/\partial y \partial x$, $\partial^2 F/\partial y^2$.
2. Spočtěte křivkové integrály $\int y dx + x dy$, $\int y dx - x dy$ z bodu $(0, 0)$ do bodu $(1, 1)$ po obloucích kružnic $(x-1)^2 + y^2 = 1$, $x^2 + (y-1)^2 = 1$.
3. Najděte funkci $F(x, y)$ pro niž platí $dF = (x^2 - y^2)dx + (5 - 2xy)dy$.
4. Spočtěte rozložení hustoty v atmosféře nacházející se v homogenním gravitačním poli za předpokladu, že atmosféra je izotermická.
5. Dané množství vzduchu má při teplotě 0°C objem 27 m^3 a hustotu $0,00129 \text{ g cm}^{-3}$. Spočtěte množství tepla potřebného pro ohřátí vzduchu na teplotu 20°C (měrná tepelná kapacita vzduchu při konstantním objemu na jednotku hmotnosti je $c_V = 710 \text{ J kg}^{-1}$), jestliže ohřev probíhá a) při konstantním objemu, b) při konstantním tlaku. Koeficient adiabaty vzduchu $\kappa = 1,41$.
6. Při změně souřadnice a vykoná systém popsany stavovou rovnicí $f(T, a, A)$ práci $\delta W = A da$. Spočtěte rozdíl tepelných kapacit $c_A - c_a$.
7. Dokažte následující vztahy:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p,$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V.$$

8. Van der Waalsova stavová rovnice pro 1 mol plynu má tvar $(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$, kde a , b jsou konstanty. Spočtěte energii van der Waalsova plynu za předpokladu, že c_V nezávisí na teplotě. Ukažte, že rovnice adiabaty má tvar $T(V - b)^{\kappa-1} = \text{konst.}$, $(p + \frac{a}{V^2})(V - b)^\kappa = \text{konst.}$, kde $\kappa = (c_V + R)/c_V$.
9. Ověřte platnost relace

$$T dS = c_p dT - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp.$$

10. Spočtěte růst entropie ideálního plynu při jeho ohřevu z teploty T_1 na T_2 a) při konstantním tlaku, b) při konstantním objemu. Ukažte, že v prvním případě je nárůst entropie κ -násobně větší.