Domácí úkol č. 8 z Matematiky 1 (F1711)

Vypracované příklady mi neodevzdávejte (neměl bych čas je všechny opravit). Výsledky příkladů najdete v sekci za zadáním. Pokud si nebudete vědět s něčím rady, tak se mě můžete zeptat před cvičením, po cvičení, nebo si se mnou můžete domluvit konzultaci. Je možné (i když nepravděpodobné), že výsledky obsahují chyby, pokud nějakou najdete, tak mi dejte vědět.

1. Nalezněte nejmenší a největší hodnotu funkce

$$f(x) = \sin x + \sqrt{3}\cos x,$$

na intervalu $[0, \frac{\pi}{2}]$.

2. Určete taylorův polynom

$$\begin{aligned} &a)\ 5.\ \text{stupně z funkce } f(x) = \tan x \text{ kolem bodu } x_0 = 0, \\ &b)\ 6.\ \text{stupně z funkce } f(x) = \frac{x+3}{x-2} \text{ kolem bodu } x_0 = 1 \end{aligned}$$

3. Vypočtěte integrály

$a)$ $\int (x^3+1)e^{-x}\mathrm{d}x$ $\qquad$ $b)$ $\int \arcsin x\mathrm{d}x$

$c)$ $\int \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$ $\qquad$ $d)$ $\int \frac{1}{x^3}\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$

$e)$ $\int \frac{1}{\cos^2 x}e^{\tan x}\mathrm{d}x$ $\qquad$ $f)$ $\int \sqrt{x}\ln x\mathrm{d}x$

$g)$ $\int \frac{4x}{\sqrt{1-x^4}}\mathrm{d}x$ $\qquad$ $h)$ $\int \arctan\sqrt{x}\mathrm{d}x$

$i)$ $\int x\sqrt{1-x^2}^3\mathrm{d}x$ $\qquad$ $j)$ $\int x^2\arccos x\mathrm{d}x$

$k)$ $\int 2^x\sin 2x\mathrm{d}x$ $\qquad$ $l)$ $\int x\cos^2 x\mathrm{d}x$

Výsledky

1. minimum $[\frac{\pi}{2}, 1]$, maximum $[\frac{\pi}{6}, 2]$

2.

$$\begin{aligned} &a)\quad T_5(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15}, \\ &b)\quad T_6(x) = -4 - 5(x-1) - 5(x-1)^2 - 5(x-1)^3 - 5(x-1)^4 - 5(x-1)^5 - 5(x-1)^6 \end{aligned}$$

3.

$a)$ $-(x^3+3x^2+6x+7)e^{-x} + konst.$ $\qquad$ $b)$ $x\arcsin x + \sqrt{1-x^2} + konst.$

$c)$ $\frac{1}{2}\ln^2 x + konst.$ $\qquad$ $d)$ $-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + konst.$

$e)$ $e^{\tan x} + konst.$ $\qquad$ $f)$ $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\ln x - \frac{4}{9}x^{\frac{3}{2}} + konst.$

$g)$ $2\arcsin(x^2) + konst.$ $\qquad$ $h)$ $x\arctan\sqrt{x} - \sqrt{x} + \arctan\sqrt{x} + konst.$

$i)$ $-\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2}^5 + konst.$ $\qquad$ $j)$ $\frac{1}{3}x^3\arccos x + \frac{1}{9}\sqrt{1-x^2}^3 - \frac{1}{3}\sqrt{1-x^2} + konst.$

$k)$ $\frac{\frac{\ln 2}{4}2^x\sin(2x) - \frac{1}{2}2^x\cos(2x)}{1+\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2} + konst.$ $\qquad$ $l)$ $\frac{x^2}{4} + \frac{x\sin(2x)}{4} + \frac{\cos(2x)}{8} + konst.$