Úplně na začátek bychom měli zintegrovat $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$:

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = -\sqrt{1-x^2}$$

Rozebírat jej nebudeme, neboť je jednoduchý. Dá se vyřešit substitucí $t = 1-x^2$. Výsledek je možné si ověřit zpětným derivováním. Je to integrál, který by měl znát každý zpaměti. (Lze to jedině doporučit :-) Bude potřeba ještě jiný integrál, a to $\int \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$:

$$\int \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x - \int x\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$$

Vidíme, že ještě neznáme $\int x\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$, integrujme opět *per partes*:

$$\int x\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x = -x\sqrt{1-x^2} + \int \sqrt{1-x^2}$$

Jako samostatný integrál je dost odporný, ale ten poslední člen nám tentokrát vyhovuje:

$$\int \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(\arcsin x + x\sqrt{1-x^2})$$

Nejprve vyřešme integrál $\int \arcsin x\,\mathrm{d}x$, jak jinak, než *per partes*:

$$\int \arcsin x\,\mathrm{d}x = x\arcsin x - \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x + \sqrt{1-x^2}$$

Teď se můžeme naplno vrhnout do integrálu $\int x\arcsin x\,\mathrm{d}x$, řešení bude rovněž *per partes*:

$$\int x\arcsin x\,\mathrm{d}x = x\cdot(x\arcsin x + \sqrt{1-x^2}) - \int (x\arcsin x + \sqrt{1-x^2})\,\mathrm{d}x$$

Při pohledu na tento výraz vidíme, že máme po obou straných zmíněný integrál. Dostaneme:

$$2\int x\arcsin x\,\mathrm{d}x = x\cdot(x\arcsin x + \sqrt{1-x^2}) - \int \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$$

Teď můžeme dosadit ty integrály vypočítané na začátku:

$$\int x\arcsin x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[x\cdot(x\arcsin x + \sqrt{1-x^2}) - \frac{1}{2}(\arcsin x + x\sqrt{1-x^2})\right]$$

A nakonec jsme se dobrali výsledku:

$$\int x\arcsin x\,\mathrm{d}x = \arcsin x\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}\right) - \frac{x}{4}\sqrt{1-x^2}$$